



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Reprezentace v hodinách

matematiky



Koncept kurzu pro

Reprezentace v hodinách

matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy a střední škola (5. až 12./13. třída) (německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování kompetence budoucích učitelů analyzovat použití různých reprezentací matematických objektů ve výuce matematiky, s flexibilním zaměřením na:

- Analýzu zadání úlohy a s úlohou souvisejících stránek
- z učebnice
- Analýzu interakcí mezi učitelem a žáky
- Analýzu žákovských obtíží

Budování souvisejících odborných a didaktických znalostí, schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů.

Jaké jsou **související teorie**?

Reprezentace matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); učitelova kompetence analyzovat práci s reprezentacemi ve výuce matematiky (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); znalosti učitele a schopnost všimnout si didakticko-matematických jevů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka kurzu: Jeden semestr, 90-minutový seminář každý týden

Struktura:

- **Pre-test** (založený na vinětech)
- **Úvod do teorie** reprezentací matematických objektů, vzorové příklady

- **Vzorová analýza** viněty (videozáznamu)
- **Práce s vinětami kombinovaného typu** (učební materiál & záznam interakce učitel – žák/žáci:
 - Budoucí učitelé připravují obsah semináře, analytické otázky a aktivity pro spolužáky, řídí reflexi a diskusi
 - Budoucí učitelé sbírají analýzy svých spolužáků, poskytují jim zpětnou vazbu ohledně práce s reprezentacemi
 - Budoucí učitelé, kteří připravovali seminář, jsou požádáni, aby připravili souhrnnou analýzu, vylepšili interakce učitel – žák/žáci uvedené na vinětě a vylepšili materiály pro žáky uvedené na vinětě
 - Budoucí učitelé jsou požádáni, aby výsledky semináře zpracovali do portfolia
- **Post-test** (založený na vinětách), zpětná vazba, sebehodnocení

Jaký je **formát** kurzu?

Online (jako důsledek pandemické situace) i prezenční formát jsou možné/dostupné (viz také popis struktury kurzu výše)

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Kombinace učebního materiálu & záznamu interakce mezi žákem/žáky a učitelem (interakce reaguje na část uvedeného učebního materiálu);

Formát: text a/nebo komiks; také je možná viněta v podobě videozáznamu

Kolik vinět je součástí kurzu?

Více než 20 vinět k dispozici účastníkům kurzu (budoucím učitelům), ti si sami vybírají vinětu pro svůj seminář; je také možné, aby si účastníci sami nějakou vinětu přinesli/vytvořili

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Základní sada 20 vinět byla speciálně navržena tak, aby poskytovala bohatý potenciál pro reflexi, diskusi a posilování kompetencí.

Další komentáře / doporučení

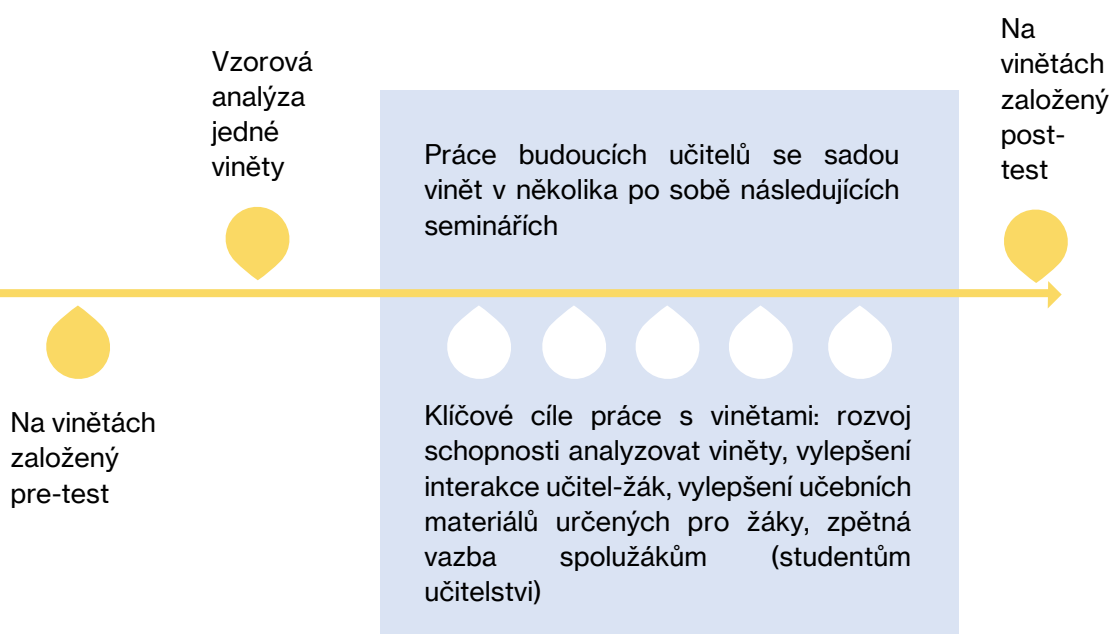
Na teoriích založená práce s vinětami je klíčová pro
rozvoj analytických kompetencí budoucích učitelů

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná předtestem na základě vinět, který umožňuje zhodnotit pokrok účastníků i prostřednictvím jejich sebehodnocení. Po úvodu do teorie reprezentací matematických objektů a způsobů použití více reprezentací ve třídě matematiky jsou s účastníky vypracovány otázky analýzy založené na kritériích. Ty se používají k diskusi o ukázkové vinětě spolu s účastníky. Studenti jsou poté požádáni, aby připravili analýzu vinět, kterou si mohou vybrat ze souboru více než 20 vinět. Všechny tyto viněty kombinují výukové materiály a výukové situace. Zahrnují jak znázornění výukových materiálů, tak znázornění výukové situace související s prací s těmito materiály. Účastníci kurzu jsou požádáni, aby připravili sezení s diskusními otázkami a aktivitami pro své kolegy, zorganizovali diskusi a reflexi, shromáždili recenze kolegů a poskytli zpětnou vazbu související s kritérii poskytovanými teorií použití reprezentací. Účastníci, kteří sezení připravili, jsou dále požádáni, aby připravili analýzu příkladů, návrhy na vylepšení dialogů a návrhy na vylepšení učebních materiálů. Jsou tedy požádáni, aby rozpracovali prvky výukové situace na pozadí teorie zacházení s vícenásobnými reprezentacemi matematických objektů. Poté jsou účastníci požádáni, aby zdokumentovali výsledky sezení v portfoliu. Po vyplnění závěrečného dotazníku (post-test založený na vinětách) jsou účastníci vyzváni, aby vyjádřili svůj názor, a na základě svých odpovědí na úvodní a závěrečný dotazník jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

Časová

osa kurzu



Literatura

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435–442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze

kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Reflektování práce s různými

reprezentacemi matematických objektů:

Pravděpodobnostní strom



Viněta pro

Reflektování práce s různými reprezentacemi

matematických objektů: Pravděpodobnostní strom

“Pravděpodobnostní strom”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 4. třída), druhý stupeň základní školy a střední školy (5. až 12./13. třída).
Zde: 8. třída (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu:
Reprezentace v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Vypořádání se s heterogenními vzdělávacími předpoklady / diverzitou v matematické třídě**

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Tato viněta je jednou z více než 20 vinět, se kterými budoucí učitelé během kurzu mohou pracovat (viz koncept daného kurzu).

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování kompetence budoucích učitelů analyzovat použití různých reprezentací matematických objektů ve výuce matematiky, s flexibilním zaměřením na:

- Analýzu zadání úlohy a s úlohou souvisejících stránek z učebnice
- Analýzu interakcí mezi učitelem a žáky
- Analýzu žákovských obtíží

Budování souvisejících odborných a didaktických znalostí, schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Kombinace učebního materiálu & záznamu interakce mezi žákyní a učitelkou (interakce reaguje na část uvedeného učebního materiálu);

Formát: text a/nebo komiks; také je možná viněta v podobě videozáznamu

Jak dlouho by situace
ve třídě trvala?

Situace ve třídě, která je součástí viněty:
Cca 5-10 min.

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Viněta byla speciálně navržena tak, aby poskytovala
bohatý potenciál pro reflexi, diskusi a posilování kom-
petencí.

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Viz koncept kurzu
Reprezentace v hodinách matematiky

Jaké jsou **související
teorie?**

Reprezentace matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); učitelova kompetence analyzovat práci s reprezentacemi ve výuce matematiky (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); znalosti učitele a schopnost všimnout si didakticko-matematických jevů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Časová

osa kurzu

Vzorová
analýza
jedné
viněty

Práce budoucích učitelů se sadou
vinět v několika po sobě následujících
seminářích

Na
vinětách
založený
post-
test

Na vinětách
založený
pre-test

Klíčové cíle práce s vinětami: rozvoj
schopnosti analyzovat viněty, vylepšení
interakce učitel-žák, vylepšení učebních
materiálů určených pro žáky, zpětná
vazba spolužákům (studentům učí-
telství)

Viněta – “Pravděpodobnostní strom”

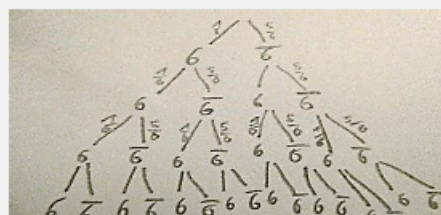
Naším tématem je využití stromového diagramu při určování pravděpodobnosti. Níže je uvedena stránka z učebnice, jež toto téma představuje, a úloha, kterou žáci dostali za úkol během distanční výuky. Žáci mají možnost kontaktovat učitelku online.

[Níže uvedené (fiktivní) stránka z učebnice je inspirována skutečnou německou učebnicí, viz Brandt, D. et al. (2006). Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163.]

Jak správně používat stromový diagram

Max má najít pravděpodobnost, že jí při 5 pokusech padne aspoň jednou 6. Začala si malovat stromový diagram.

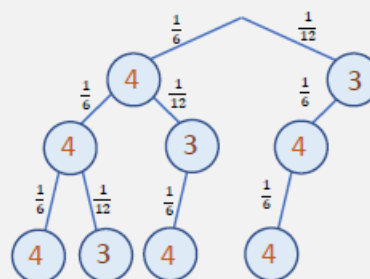
Nadja zkoumá Maxin obrázek a říká:
„Se všemi těmi větvemi nikdy neskončíš.”



Někdy jsou stromové diagramy příliš velké. Můžeš ušetřit čas, když si namaluješ jenom tu jeho část, která je nutná pro výpočet pravděpodobnosti, kterou máš určit.



Třikrát otočíme číselníkem na obrázku vlevo. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel bude aspoň 11? Stromový diagram má jen větve, které vedou k součtům větším než 10. Na základě pravidel pro výpočet pravděpodobnosti v tomto stromu vypočítáme, že pravděpodobnost je rovna $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$



Pro stanovení pravděpodobnosti ve víceúrovňových náhodných experimentech se používá pouze ta část stromového diagramu, která obsahuje potřebné cesty.



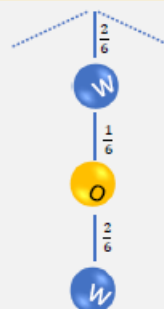
Příklad 1: Výběr cesty

Osudí obsahuje koule, na kterých jsou písmena. Třikrát z něj náhodně vytáhneme kouli, písmeno si poznamenejme a kouli vrátíme do osudí. S jakou pravděpodobností dostaneme slovo WOW?

Řešení: Pravděpodobnost slova WOW

$$\text{je } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$$

(cesta na obrázku vpravo)



Jedna z úloh, které v učebnici následují po tomto úvodu:

Policie identifikovala devět podezřelých, mezi nimi jsou čtyři lupiči, po kterých policie dlouhodobě pátrá. Komisařka Anna R. je vyslýchá, tři z těchto podezřelých zatkne a posléze se ukáže, že to jsou lupiči. S jakou pravděpodobností by komisařka Anna dosáhla tak dobrého výsledku, kdyby vybrala ty tři zatčené náhodou?

Žáci pracují individuálně doma (vzhledem ke covidové situaci). Jedna žákyně kontaktovala učitelku prostřednictvím videokonference.

Měli jsme vyřešit úlohy
k úvodu na straně 162,
včetně úlohy 5. Ale já této
úloze nerozumím.

A čemu
přesně nero-
zumíš?

No, komisařka vyslýchala devět
osob. Zjistila, že čtyři z nich jsou
lupiči. A tři z nich posílá do
vězení.

Hm, že ti tři jsou skutečně lupiči,
které hledali, se dozví až později.
Úloha říká „a posléze se ukáže, že to
jsou lupiči“. Ale v každém případě si
musíš namalovat strom.

Ano, to jsem zkoušela, ale
zasekla jsem se. Je tam 9
větví, a pak vždycky 8, to je
příliš mnoho.

To je jasné... No, můj strom má jen dvě větve na
první úrovni, a potom sleduji jen jednu z nich, a ta
má také dvě větve. Uvažuji hodnoty „lupič“ a „nelu-
pič“, označené písmeny E a E s čarou. Můžeš si to
také představit jako osudí se dvěma druhy koulí.

Poček chvíli, namaluji
Ti první dva kroky mého
stromu a ukážu to na
kameru.

Ted' je to na Tobě, aby sis
dodělala třetí krok sama
a vypočítala výsledek.
Zvládneš to?



Literatura

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435–442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze

kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Využití chyb jako příležitosti k učení

v hodinách matematiky



Koncept kurzu pro

Využití chyb jako příležitosti k učení

v hodinách matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzova:

- chyby (matematicky)
- uvažování studenta spojené s chybou
- vzdělávací potenciál související s chybou (pro jednotlivého studenta, který chybu udělal, a pro všechny studenty ve třídě)
- jakým způsobem se řeší chyby v hodině matematiky
- co mohou nabídnout různé způsoby reakce na chybu a vypořádání se s ní z hlediska učení studentů v matematice

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí

Jaké jsou **související teorie**?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: Jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Struktura:

- Vstupní test (na základě viněty)
- Úvod do různých teorií souvisejících s chybami (např. Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, a kol., 1998), s negativními znalostmi (Oser, a kol., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005) a produktivní využívání chyb jako příležitostí k učení (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger a další., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005).
- Analýza prvního videa a/nebo kreslených vinět s diskusí související s pozorováním založeným na teorii; včetně analýzy chyb souvisejících s matematikou.
- Úvod do prohlubujícího se teoretického zázemí souvisejícího s umírněnými konstruktivistickými přístupy k učení (např. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), k metakognici (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003) a na motivační aspekty řešení chyb (např. Dweck, 1986).
- Opakování vinět souvisejících s možnostmi alternativní reakce na základě prohloubeného teoretického základu; systematizace analýzy pomocí analytického krokového modelu (meta-znalosti související s analýzou pro účastníky)
- Analýza dalších videí a/nebo kreslených vinět zaměřená na účastníky. S diskusí, která souvisí s teoretickými pozorováními a analýzami možností reakce:
 - Budoucí učitelé připravují setkání a aktivity pro své kolegy, organizují diskusi a úvahy.
 - Budoucí učitelé shromažďují analýzy svých kolegů a poskytují zpětnou vazbu související s analýzou (zpětná vazba, zda byly kroky pokryty myšlenkami na základě podstatných kritérií).
 - Budoucí učitelé, kteří setkání připravili, jsou požádáni, aby připravili analýzy týkající se „jejich“ vinět.
 - Dále jsou budoucí učitelé požádáni, aby zdokumentovali výsledky seminářů ve formátu portfolia.
- Závěrečný test (na základě viněty), zpětná vazba, sebehodnocení pokroku.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Viněty situací ve třídě jsou kombinované s materiálem pro úkoly související se situacemi, kde dochází k chybě;

Formát: textové, kreslené a/nebo video viněty

Kolik vinět je součástí kurzu?

Přibližně 15 vinět situací ve třídě, ze kterých si mohou účastníci vybírat. Kurz je obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené učiteli v přípravném vzdělávání; úvodní viněty.

Jsou viněty nalezené, autentické, upravené, nebo nově vytvořené?

Jsou zahrnuty jak viněty odvozené z autentických situací ve třídě, tak specificky navržené, aby poskytovaly bohatý potenciál pro diskusi a úvahy o možnostech reakce související s chybami.

Jaký je **formát** kurzu?

Online i prezenčně; kurz je plánován na celý semestr (asi 14 lekcí po 90 minutách), kratší moduly kurzu jsou také možné (např. pro integraci do jiných seminářů, např. jako podsekce)

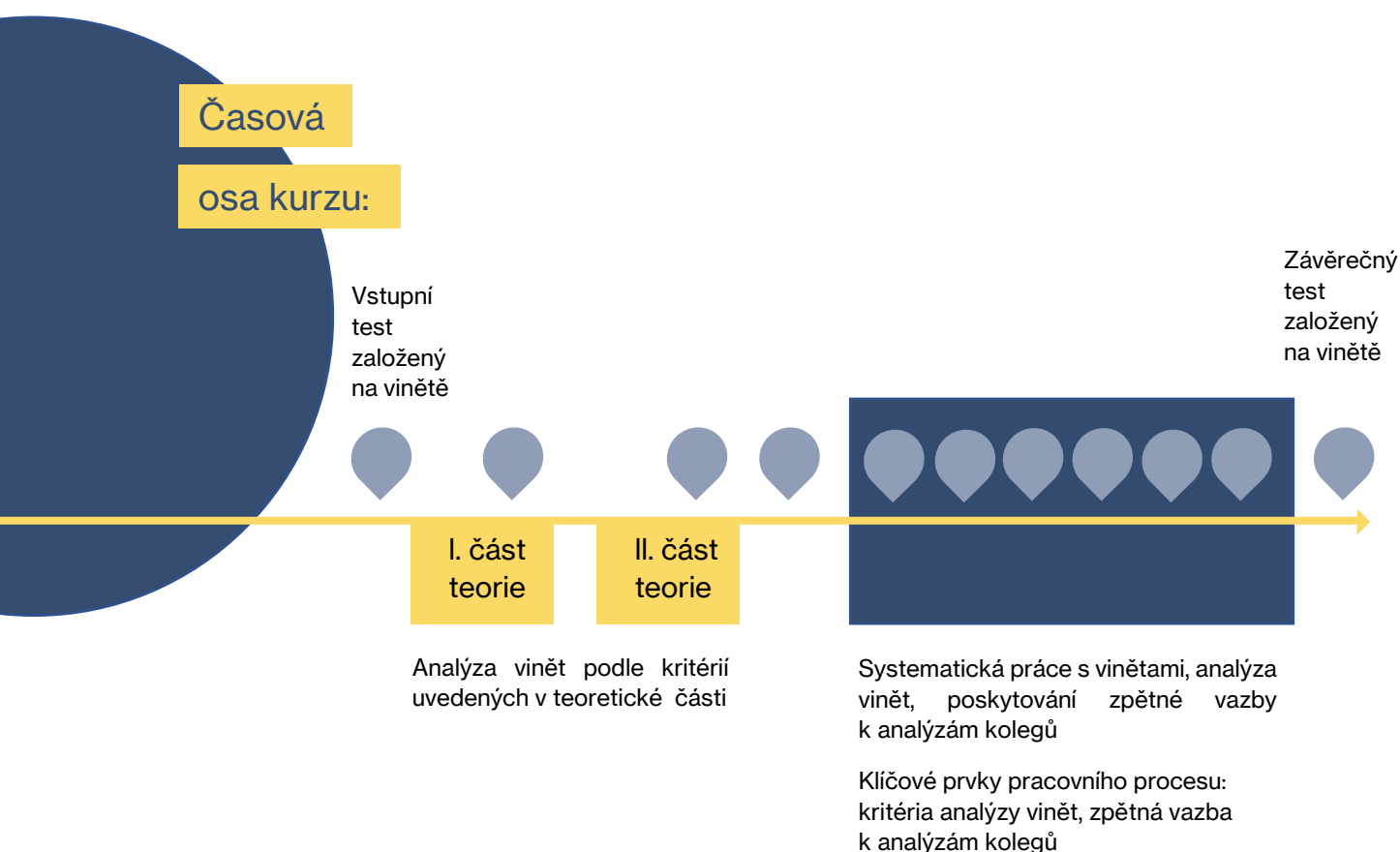
Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz zahájí vstupní test založený na vinětě. Plní funkci zahájení kurzu tím, že ukazuje relevanci tématu pro praxi ve třídě a zároveň pomáhá vyhodnotit pokroky účastníků. (Mnohostranná) teorie související s řešením chyb je představena ve dvoustupňovém přístupu v kombinaci s prací založenou na vinětě, aby se předešlo hromadění teoretického obsahu, který by pak s větší pravděpodobností zůstal odpojen od analýzy situací během analytických seminářů. Nejprve jsou uvedeny definice chyb a teoretické rámce, ze kterých pocházejí. Existují protichůdné teoretické pohledy, díky čemuž je tato část kurzu obzvláště bohatá na kontrast. Na jedné straně podle behavioristického hlediska (např. Skinner, 1958; ve srovnání s Weimer, 1925) jsou chyby „náhody“, kterým je třeba se vyhnout a raději jim nevěnovat pozornost, abychom se nenaučili nesprávné znalosti. Na druhé straně přístup negativních znalostí zdůrazňuje hodnotu chyb pro učení a zejména pro budování tzv. negativních znalostí (např. Oser a další, 1998). Tento teoretický základ má být následně propojen s praktickými kontexty prostřednictvím analýzy příkladů vinět. Pro tyto analytické činnosti lze ve třídě použít jak kreslené viněty, tak viněty ve formě autentických videí.

Ve druhém kroku je představena další základní teorie, která naučí účastníky kurzu propojovat tyto aspekty se situacemi ve třídě: Tento druhý krok uznává vysokou složitost chybových situací díky multikriteriální relevanci. Teoretické rámce představené v tomto druhém kroku zahrnují umírněné konstruktivistické přístupy k učení (např. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), roli myšlenkových procesů (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), což lze vzít v úvahu zejména při interakci ve třídě poznamenané diskurzem, a roli motivačních aspektů při zvládání chyb (např. Dweck, 1986). Následně jsou vybrané viněty znovu prohlédnuty a další viněty jsou analyzovány

proti celému spektru kritérií. Zavádí se analytický krokový model za účelem strukturování procesu analýzy a za účelem posílení účastníků prostřednictvím odpovídajících meta-znalostí souvisejících s analýzou. Zúčastnění budoucí učitelé jsou poté požádáni, aby připravili analýzy několika vinět, které si mohou vybrat ze sady přibližně 15 vinět. Tyto viněty se skládají z reprezentací situací ve třídě a úkolů s nimi spojených. Formáty vinět se liší od textových, kreslených až po video formáty (druhý formát závisí na možných omezeních souvisejících s ochranou dat u některých vinět). Zúčastnění učitelé přípravného vzdělávání jsou požádáni, aby připravili jedno sezení s analytickými otázkami a aktivitami pro své vrstevníky, aby zorganizovali diskusi a reflexi, shromáždili analýzy svých kolegů a poskytli zpětnou vazbu související s modelem kroků analýzy. Budoucí učitelé, kteří sezení připravovali, jsou dále požádáni, aby připravili vzorové analýzy. Na závěr jsou účastníci kurzu požádáni, aby zdokumentovali výsledky seminářů ve formátu portfolio.

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí v předběžném a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.



Literatura

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). Konstruktivismus. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). *Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften*.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. Teaching and Teacher Education, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. Journal of Teacher Education, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational Researcher, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. Science, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). Psychologie der Fehler. Leipzig: Klinkhardt.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů

ohledně chyb



Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů ohledně chyb

“Dokazování a vyvracení”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Využití chyb jako příležitosti k učení v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Podpora argumentace v hodinách matematiky**

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Tato viněta je jednou z vinět pro analýzu a diskusi situací ve třídě na základě nově zavedených teoretických kritérií v plénu kurzu (viz koncept kurzu)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- chyby (matematicky)
- uvažování studenta spojené s chybou
- vzdělávací potenciál související s chybou (pro jednotlivého studenta, který chybu udělal, a pro všechny studenty ve třídě)
- jakým způsobem se řeší chyby v hodině matematiky
- co mohou nabídnout různé způsoby reakce na chybu a vypořádání se s ní z hlediska učení studentů v matematice

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

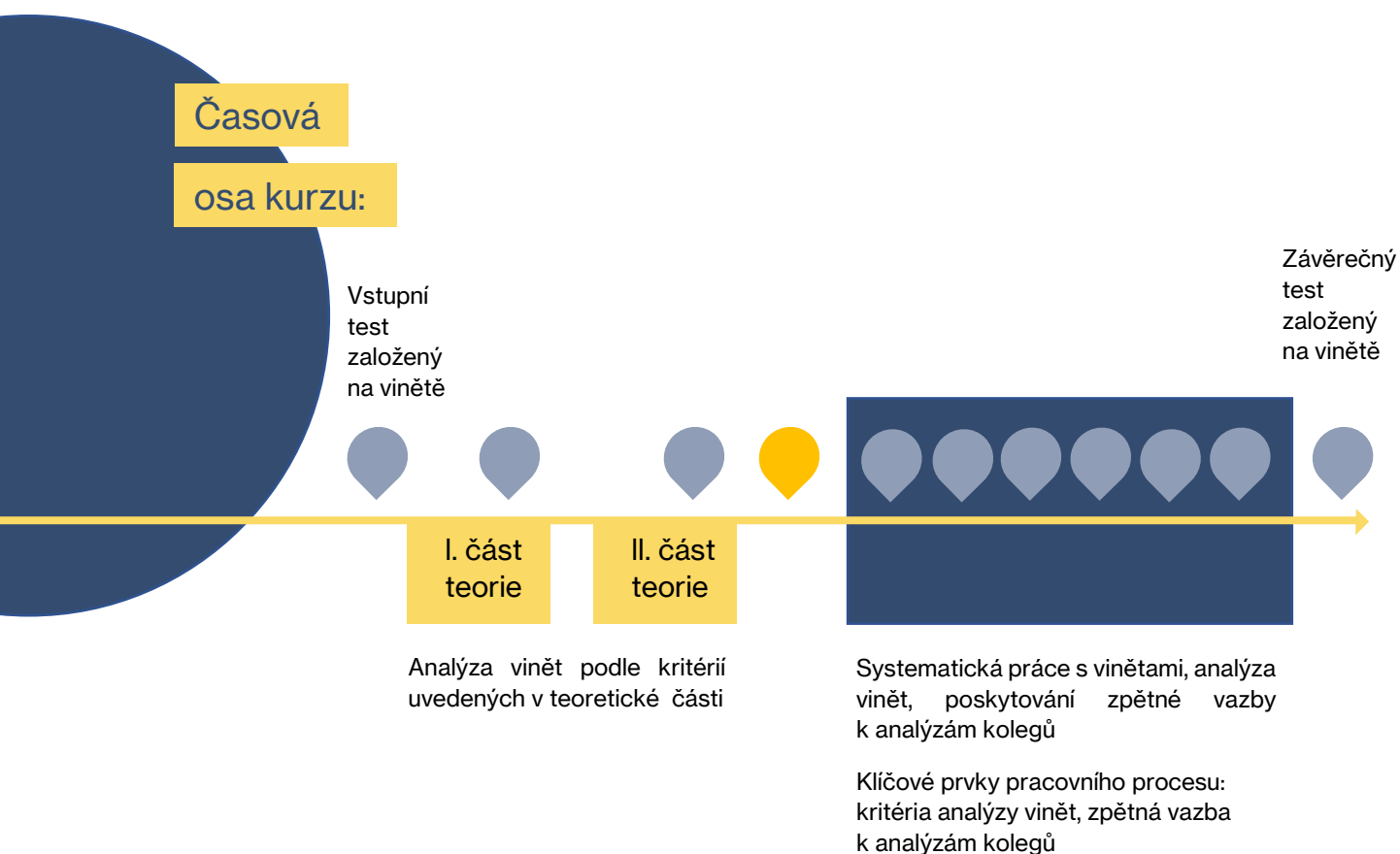
Přibližně kolem 5 až 10 minut

Je viněta nalezená,
autentická, upravená,
nebo nově vytvořená?

Autentická (viz výše).

Jaké jsou **související**
teorie?

Theory of negative knowledge (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspects and possibilities of dealing with mistakes (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to mistake-handling (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)



Viněta – “Rovnostranný trojúhelník”

1

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý.

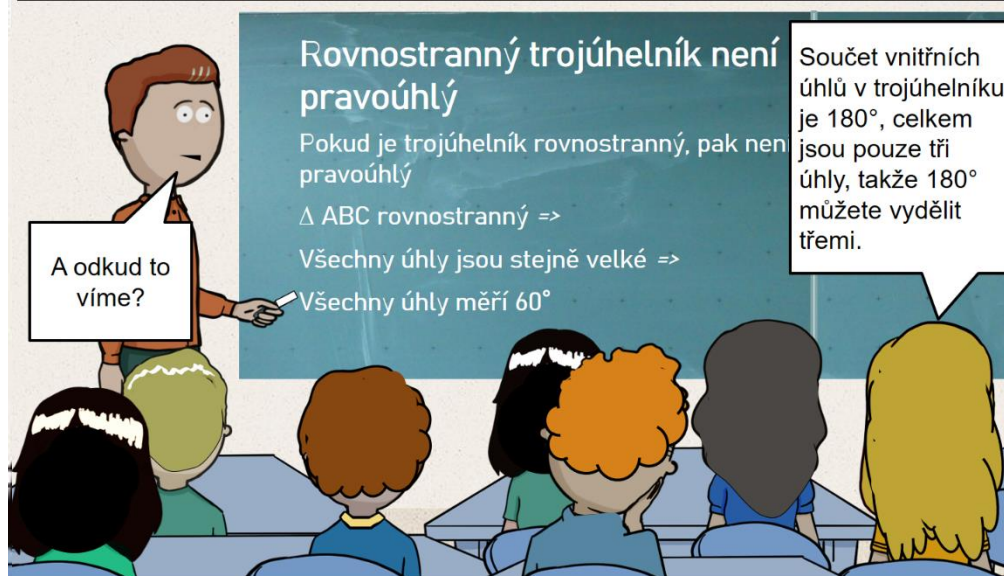
- Skutečná situace ve třídě (asi tak nějak se stala) -

Základní informace:

- 8. ročník - hodina geometrie
- Bezprostředně předtím studenti pracovali (asi 10 minut) ve dvojicích na argumentačních úlohách, o kterých se nyní diskutuje
- Nyní se diskutuje o argumentech souvisejících s tvrzením „Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý“

2

Krátce poté – učitel mezitím beze slova u tabule poznamenal, co student („Pavel“) předložil jako řešení. Nyní znovu navštíví kroky argumentace se třídou:



3



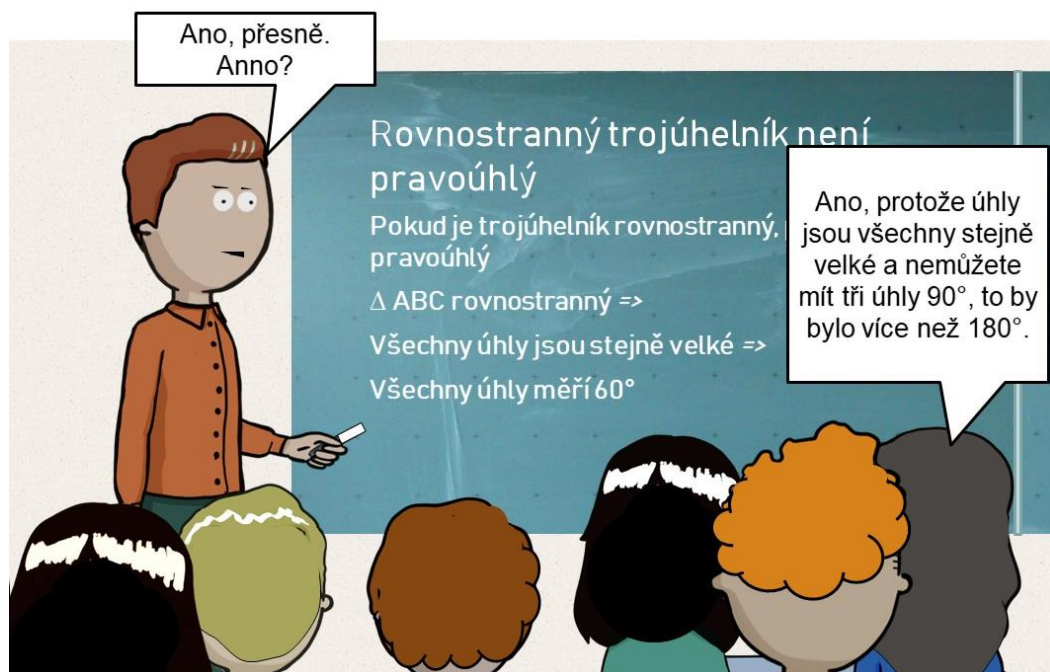
4



5



6



7

Přesně tak. Celkově vzato, co jsme teď
s tímto tvrzením udělali?

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není
pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný $\Rightarrow$

Všechny úhly jsou stejně velké

Všechny úhly měří 60°

Snažili jsme se ho
vyvrátit, ale nevyšlo to.

Aha. Matyáši?

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není
pravoúhlý

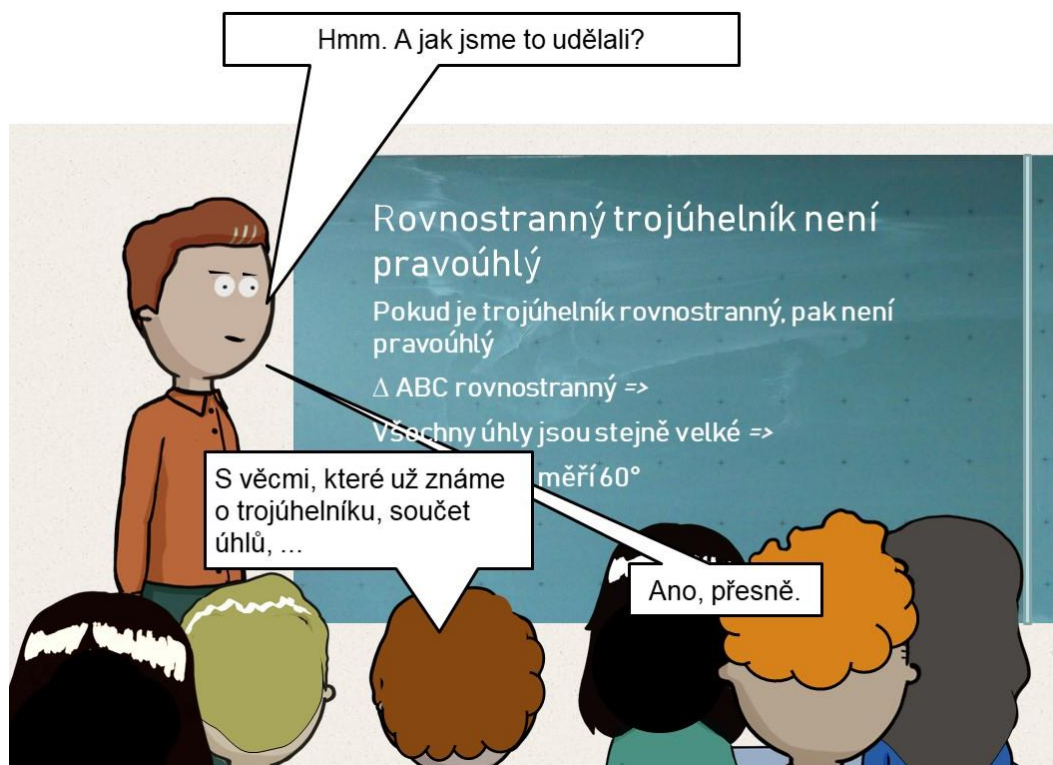
$\triangle ABC$ rovnostranný $\Rightarrow$

Všechny úhly jsou stejně velké $\Rightarrow$

Všechny

Toto tvrzení jsme odůvodnili, takže
ať je správně nebo špatně, my
můžeme říci, že je správné.

9



10



Ano, přesně tak. To, co nám zde Pavel tak rychle řekl, bylo důkazem tohoto tvrzení. Tvrzení, které jsme si zde představili, jsme přeformulovali na tvrzení pokud-pak a použili jsme zde pouze věci, které jsme znali již dříve. Nejprve předpokladem, pak součtem vnitřních úhlů v trojúhelníku jsme následně zjistili, že trojúhelník nemůže být pravoúhlý.



Literatura

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of*

the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969–977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11–41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Podpora argumentace

v hodinách matematiky



Koncept kurzu pro

Podpora argumentace

v hodinách matematiky

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model), se speciálním zaměřením na střední školy gymnaziálního typu

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- matematický obsah s ohledem na identifikaci vzdělávacích příležitostí souvisejících s argumentací
- úvahy studentů
- situace ve třídě s ohledem na možnosti argumentace
- do jaké míry může reakce učitelů podpořit uvažování a argumentaci student

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jaké jsou **související teorie**?

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: (až) jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Struktura:

- Vstupní test (založený na vinětě)
- Část I.: úvod do role důkazu a argumentace v odborné matematice pomocí metody Topic Study (Kuntze, 2006)
- Část II.: Úvod do různých teorií souvisejících s argumentací a dokazováním (např. Healy & Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); zejména je zdůrazněna potenciálně nevhodná role interakcí, ve kterých úvahy učitele výrazně převažují nad úvahami studentů a učitel navíc krok za krokem prochází svou předem připravenou cestou; práce založená na vinětách
- Část III.: strategie podpory argumentace ve výuce matematiky: diskurzivně orientované přístupy k interakci ve třídě (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): práce založená na vinětách
- Závěrečný test (založený na vinětě), zpětná vazba, sebehodnocení pokroku

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Viněty znázorňující situace ve třídě jsou kombinované s materiály pro úkoly související s konkrétními situacemi ve třídě.

Možné formáty: textové a kreslené viněty (v některých případech jsou k dispozici také video-viněty, ale podléhají možným omezením souvisejícím s ochranou osobních údajů)

Kolik vinět je součástí kurzu?

V závislosti na čase, který je k dispozici, je v kurzu zahrnuto 6-10 vinět zobrazujících situace ve třídě; Kurz je také obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené budoucími učiteli.

Jsou viněty nalezené, autentické, upravené nebo napsané?

Jsou zahrnuty jak viněty odvozené z autentických situací ve třídě, tak specificky navržené, aby poskytovaly bohatý potenciál pro diskusi a úvahy o možnostech reakce související s chybami.

Jaký je **formát** kurzu?

Online i prezenčně; kurz je plánován na celý semestr (asi 14 lekcí po 90 minutách), kratší moduly kurzu jsou

také možné (např. pro integraci do jiných seminářů,
např. jako podsekce)

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná vstupním testem založeným na vinětě, který se mimo jiné zaměřuje také na názory učitelů související s argumentací v hodinách matematiky. Tím otevírá téma kurzu a vzniká prostor pro možné budoucí hodnocení pokroků účastníků.

I. část kurzu je úvodem do role důkazu a argumentace v odborné matematice pomocí metody Topic Study (Kuntze, 2006). Účastníci jsou povinni na toto téma napsat souhrnnou studijní esej.

Na základě toho se II. část zaměřuje na klíčové aspekty teorie výuky matematiky a na poznatky z empirických studií souvisejících s argumentací v hodinách matematiky; zejména je zdůrazněna potenciálně nevhodná role interakcí, ve kterých úvahy učitele výrazně převažují nad úvahami studentů a učitel navíc krok za krokem prochází svou předem připravenou cestou. Tato část kurzu opakovaně zahrnuje výukové aktivity založené na vinětě. Teoretický základ je tedy určen k propojení s praktickými kontexty prostřednictvím analýzy příkladů vinět. Pro tyto analytické činnosti lze použít jak kreslené viněty, tak autentické video-viněty.

III. část se zaměřuje na posílení znalostí účastníků kurzu týkajících se strategií podpory argumentace ve třídě matematiky: příkladem jsou diskurzivně orientované přístupy k interakci ve třídě (např. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021).

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí ve vstupním a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

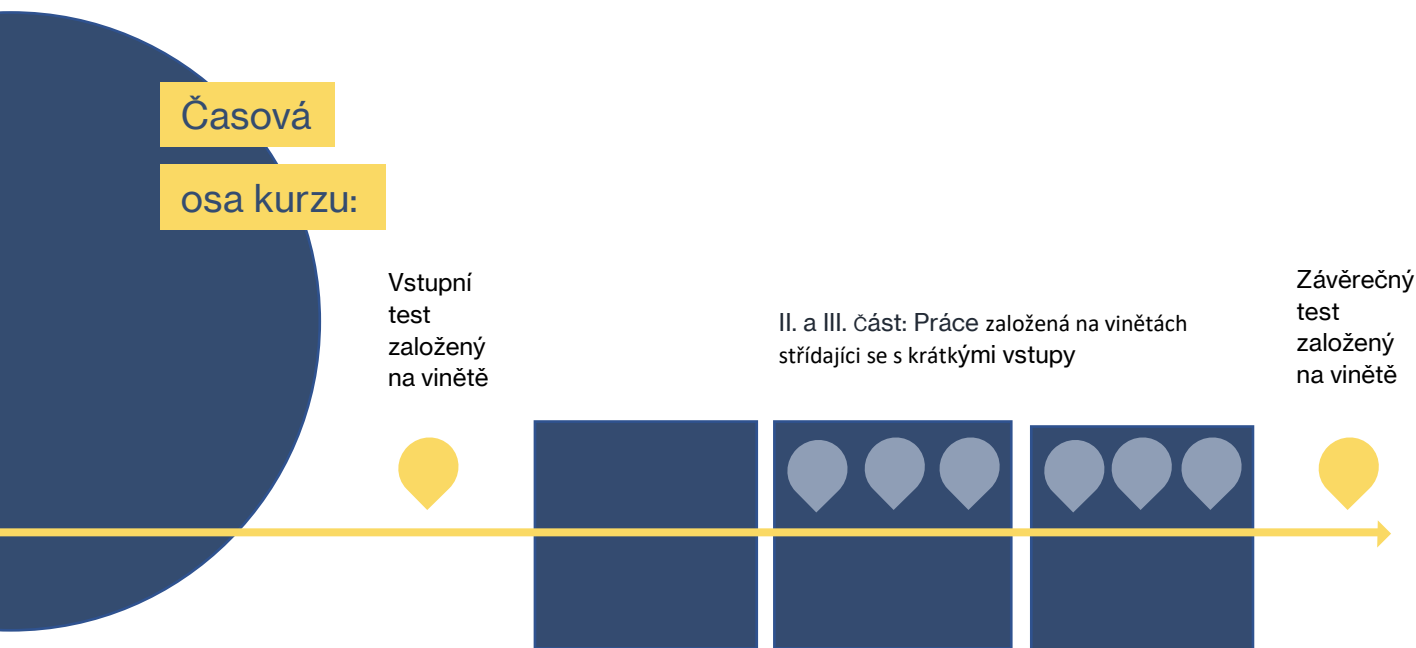
II. a III. Část: Práce založená na vinětěch
střídající se s krátkými vstupy

Závěrečný
test
založený
na vinětě

I. Část:
Tematická studie
o argumentaci
a dokazování

II. Část:
Argumentace ve
výuce matematiky

III. Část: Posílení
strategií podpory
argumentace



Literatura

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R. & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* , 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů

ohledně chyb



Viněta pro

Uvažování o činnosti učitele související

s povzbuzováním interakce studentů ohledně chyb

“Dokazování a vyvracení”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Podpora argumentace v hodinách matematiky

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Využití chyb jako příležitosti k učení v hodinách matematiky**

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Je jednou z vinět III. části kurzu. Používá se pro analýzu a diskusi o tom, jak lze argumentaci podporovat v interakci ve třídě (viz koncept kurzu)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat

- jak se argumentace může projevit v interakci ve třídě
- potenciální překážky v diskurzu ve třídě
- strategie organizování a strukturování interakce kolem argumentace
- jakým způsobem mohou chyby fungovat jako příležitost k argumentaci

Budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

Přibližně kolem 5 až 10 minut

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Tato viněta byla navržena podle autentického třídního videa.



Jaké jsou **související** **teorie?**

Argumentation and proof in the mathematics classroom and related empirical findings (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspects and possibilities of promoting discourse and argumentation (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); teachers' competence of analysing (Kuntze & Friesen, 2016); professional knowledge, awareness and teachers' analysis (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); teachers' views and analysis related to argumentation (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

II. a III. Část: Práce založená na vinětěch
střídající se s krátkými vstupy

Závěrečný
test
založený
na vinětě

I. Část:
Tematická studie
o argumentaci
a dokazování

II. Část:
Argumentace ve
výuce matematiky

III. Část:
Posílení strategií
podpory argumentace

Viněta – “Rovnostranný trojúhelník”

1

Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý.

- Skutečná situace ve třídě (asi tak nějak se stala) -

Základní informace:

- 8. ročník - hodina geometrie
- Bezprostředně předtím studenti pracovali (asi 10 minut) ve dvojicích na argumentačních úlohách, o kterých se nyní diskutuje
- Nyní se diskutuje o argumentech souvisejících s tvrzením „Rovnostranný trojúhelník není pravoúhlý“

2

Krátce poté – učitel mezitím beze slova u tabule poznamenal, co student („Pavel“) předložil jako řešení. Nyní znovu navštíví kroky argumentace se třídou:



3



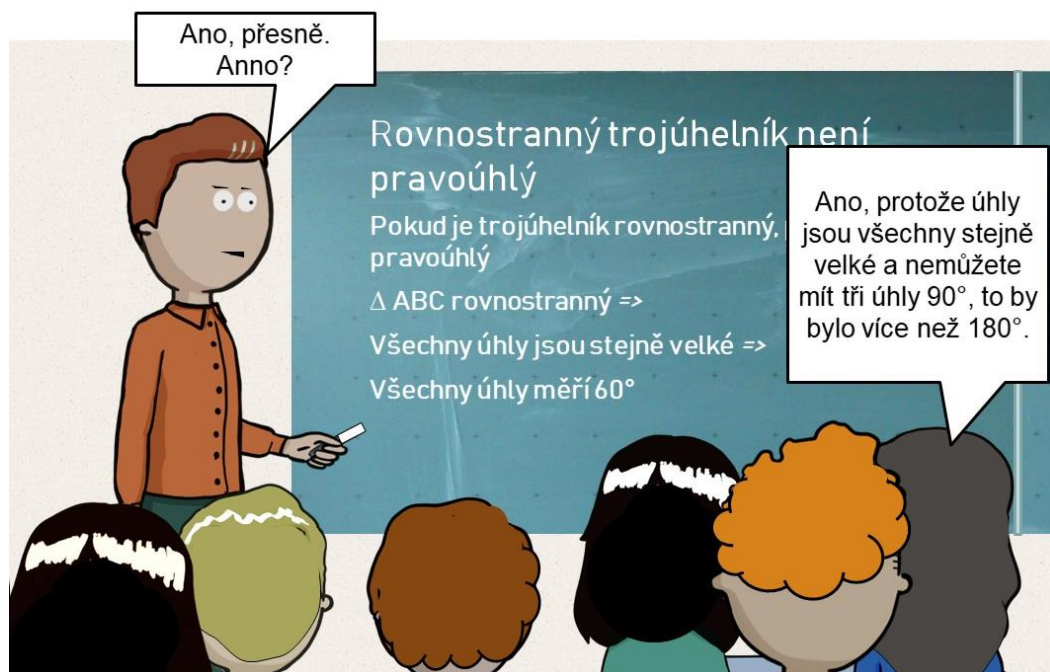
4



5



6



7

Přesně tak. Celkově vzato, co jsme teď
s tímto tvrzením udělali?

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není
pravoúhlý

$\triangle ABC$ rovnostranný $\Rightarrow$

Všechny úhly jsou stejně velké

Všechny úhly měří 60°

Snažili jsme se ho
vyvrátit, ale nevyšlo to.

Aha. Matyáši?

Rovnostranný trojúhelník není
pravoúhlý

Pokud je trojúhelník rovnostranný, pak není
pravoúhlý

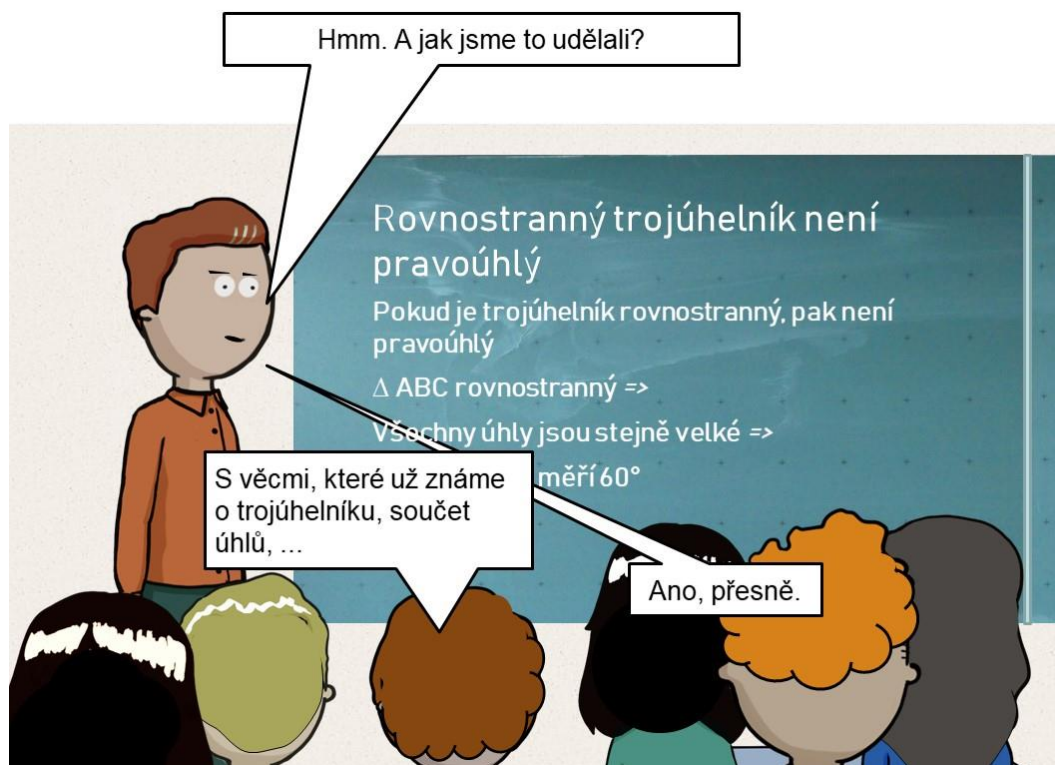
$\triangle ABC$ rovnostranný $\Rightarrow$

Všechny úhly jsou stejně velké $\Rightarrow$

Všechny

Toto tvrzení jsme odůvodnili, takže
ať je správně nebo špatně, my
můžeme říci, že je správné.

9



10



11

Ano, přesně tak. To, co nám zde Pavel tak rychle řekl, bylo důkazem tohoto tvrzení. Tvrzení, které jsme si zde představili, jsme přeformulovali na tvrzení pokud-pak a použili jsme zde pouze věci, které jsme znali již dříve. Nejprve předpokladem, pak součtem vnitřních úhlů v trojúhelníku jsme následně zjistili, že trojúhelník nemůže být pravoúhlý.



Literatura

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. Educational Studies in Mathematics, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). Rigorous Proof in Mathematics Education. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. Interchange, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . Journal für Mathematik-Didaktik, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. *Mathematical Science*. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Vypořádání se s heterogenními

vzdělávacími předpoklady / diverzitou

v matematické třídě



Koncept kurzu pro

Vypořádání se s heterogenními vzdělávacími

předpoklady / diverzitou v matematické třídě

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro druhý stupeň základní školy a střední školu (5. – 12./13. třída; německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Budoucí učitelé se učí uvědomovat si možnou diverzitu ve třídě, vnímat ji a využívat ji, vypořádat se s heterogenními výukovými předpoklady.

- Pracovat s individuálními předchozími znalostmi žáků a individuálním konceptuálním vnímáním
- Vyhýbat se vytváření překážek pro slabší studenty
- Umožňovat studium náročných úkolů a sdílení prohlubujících úvah pro výtečné studenty
- Být adaptivní v podnětech a podpoře učení
- Nabízet mnoho příležitostí k učení
- Poskytovat prostor pro individuální a kolaborativní procesy učení

Cílem je budování a posilování způsobilosti budoucích učitelů analyzovat:

- Myšlení žáků
- Učební předpoklady a obtíže
- Úlohy a obsahy související s možnostmi poskytování vzdělávacích příležitostí a podpory učení na různých úrovních obtížnosti
- Možnosti a příležitosti k přizpůsobení se vzdělávacím předpokladům a potřebám

Kromě toho jsou učitelé v přípravném vzdělávání podporováni v budování souvisejících odborných znalostí, názorů a povědomí.

Jaké jsou **související teorie**?

Teorie individuální učební podpory (např. Krammer, 2009; Schnebel, 2013) a související matematické obsahy jsou základem pro rozvoj schopnosti všímání si, která zahrnuje soubor různých kritérií. Odpovídající konstrukt vícekritériálního všímání nezbytný pro kontexty, ve kterých je třeba brát v úvahu heterogenní vzdělávací předpoklady, byl představen Kuntze et al.

(2021). Analýza učitelů související s tímto vícekritériálním sledováním se zaměřuje mimo jiné na charakteristiky úkolů, na schopnost učitelů řešit individuální vzdělávací potřeby, pružně a adaptivně reagovat podle způsobu myšlení studentů.

Kromě toho se analytický nástroj pro diagnostiku individuálních vzdělávacích potřeb odkazuje na způsoby práce s reprezentacemi matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, viz také koncept kurzu "Reprezentace v hodinách matematiky"), takže kompetence učitelů analyzovat použití reprezentací studenty a v úlohách je také v popředí zájmu (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); Základní teoretický rámec je obecněji založen na odborných znalostech, povědomí a analýze učitelů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Úvahy o otázkách souvisejících s jazykovými kompetencemi studentů vycházejí z Reinhold, Oppelt und Reiss (2018) a Prediger (2017).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: Jeden semestr s týdenními 90minutovými semináři

Kurz začíná vstupním testem (založeným na vinětě).

Obsah kurzu je rozdělen do kapitol:

- Úvod do heterogenních vzdělávacích předpokladů / diverzity
- Analýza vzdělávacích předpokladů a učebních procesů studentů
- Učební předpoklady – video-analýza: Vzorová analýza video-viněty s ukázkou řešení
- Učební předpoklady – viněta
- Učební předpoklady – jazyková problematika
- Učební předpoklady – kritický pohled na současně institucionalizované způsoby diagnostiky (školskou administrativou, v učebnicovém materiálu): Práce s vinětami
- Role úloh
- Otevřené úlohy, úlohy otevřené přístupům na různých úrovních obtížnosti

Závěrečný test je opět založen na vinětě. Shromažďují se názory učitelů, zpětná vazba a sebehodnocení pokroku.

Jaký je **formát** kurzu?

Online (v důsledku pandemické situace) i prezenčně (Viz popis struktury kurzu výše)

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Viněty situací ve třídě jsou většinou v textovém a/nebo kresleném formátu. V kurzu je využívána také video-viněta (veřejný zdroj s otázkou analýzy specifické pro daný kurz).

Kolik vinět je součástí kurzu?

V závislosti na čase, který je k dispozici, je v kurzu zahrnuto 6-10 vinět zobrazujících situace ve třídě; Kurz je také obecně otevřen pro viněty vytvořené/přinesené budoucími učiteli.

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické,
nebo nově vytvořené?

Výše uvedené viněty byly speciálně navrženy tak, aby odpovídaly cílům konkrétních kapitol semináře a aby poskytovaly cílený materiál pro propojení teorie a praxe, podněcovaly reflexi a diskusi související s praxí.

Existuje doplňující textový
materiál pro účastníky
kurzu?

Viz výše v části „Související teorie“, kde je textový dokument doprovázející online kurz a jeho reflexi

**Další komentáře /
doporučení**

Vývoj tzv. vícekriteriálního všimání si účastníků byl empiricky zdokumentován (Kuntze et al., 2021). Navzdory důkazům o obtížích některých budoucích učitelů by však měla být poskytnuta specifická pomoc právě těm, kteří tyto obtíže s vícekriteriálním všimáním mají. Další přidanou hodnotu by mohlo přinést průběžné (sebe)hodnocení během semináře.

Popis kurzu a časová osa ukazující použití vinět v kurzu

Kurz začíná vstupním testem založeným na vinětě a dotazníku, které zkoumají názory učitelů na řešení heterogenních vzdělávacích předpokladů. Testovací nástroj umožňuje hodnocení pokroku účastníků, a to i prostřednictvím jejich sebehodnocení.

Kurz je rozdělen do osmi částí/kapitol, které obsahují odpovídající práci podpořenou vinětami, obecnějšími myšlenkami a teoretickým obsahem. Názory učitelů jsou také vždy v popředí, protože učitelé musí čelit řadě pedagogických dilemat při řešení heterogenních vzdělávacích předpokladů ve třídě – názory mohou hrát klíčovou roli v tomto složitém profesním rozhodovacím kontextu. Odbornost v této oblasti také znamená, že učitelé matematiky musí být schopni řešit takové dilema v tom smyslu, že musí být schopni kriticky myslet a vážit didaktické argumenty ohledně rozhodnutí souvisejících se třídou.

Těchto osm částí/kapitol je následujících:

- 1) Úvod do heterogenních vzdělávacích předpokladů / diverzity
- 2) Analýza vzdělávacích předpokladů a učebních procesů studentů

- 3) Učební předpoklady – video-analýza: Vzorová analýza video-viněty s ukázkou řešení
- 4) Učební předpoklady – viněta
- 5) Učební předpoklady – jazyková problematika
- 6) Učební předpoklady – kritický pohled na současně institucionalizované způsoby diagnostiky (školní administrativou a v učebnicovém materiálu): Práce s vinětami založená na vinětách
- 7) Role úloh
- 8) Otevřené úlohy, úlohy otevřené přístupům na různých úrovních obtížnosti

Tímto způsobem se řeší několik významných oblastí zájmu. Po úvodní orientaci v teoretických rámcích se kurz zaměří na spektrum aspektů pro diagnostiku a řešení učebních požadavků, včetně důležitého aspektu jazykových dovedností studentů (a heterogenity, která zde může existovat). Zaměření na úlohy doplňuje zaměření na studenty a jejich potřeby, což představuje stránku příležitostí k učení a jejich designu.

Po dokončení závěrečného testu (založeného na vinětě) jsou účastníci kurzu vyzváni, aby poskytli zpětnou vazbu, a na základě svých odpovědí v přípravném a závěrečném testu jsou požádáni, aby sami zhodnotili svůj pokrok a výsledky učení.

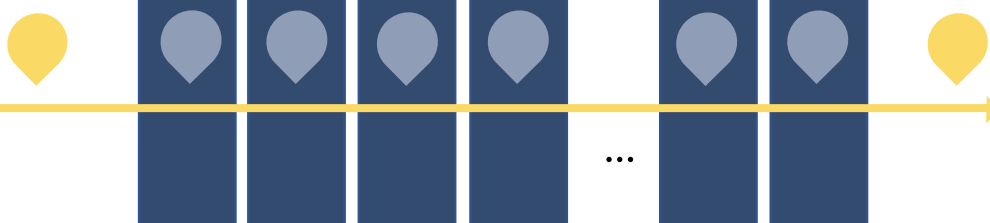
Časová

osa kurzu:

Vstupní
test
založený
na vinětě

8 tematických celků/ částí kurzu, každý založený na práci
s vinětou

Závěreč
ný test
založený
na vinětě



Klíčové prvky pracovního procesu: seznámení se s poznatky
souvisejícími s teorií a s kritérii zacházení s heterogenními
vzdělávacími předpoklady, analýza vinět na základě kritérií,
kolaborativní reflexe v kurzu

Literatura

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. *MNU-Journal*, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 3, 278-296.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Sebastian Kuntze; kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen; friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Reflektování práce s různými

reprezentacemi matematických objektů:

Pravděpodobnostní strom



Viněta pro

Reflektování práce s různými reprezentacemi

matematických objektů: Pravděpodobnostní strom

“Pravděpodobnostní strom”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 4. třída), druhý stupeň základní školy a střední školy (5. až 12./13. třída).
Zde: 8. třída (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu:
Vypořádání se s heterogenními vzdělávacími předpoklady / diverzitou v matematické třídě

Pozn.: Zároveň je také (z jiné perspektivy) součástí kurzu **Reprezentace v hodinách matematiky**

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Tato viněta je jednou z více než 20 vinět, se kterými budoucí učitelé během kurzu mohou pracovat (viz koncept daného kurzu).

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Budování a posilování kompetence budoucích učitelů analyzovat použití různých reprezentací matematických objektů ve výuce matematiky, s flexibilním zaměřením na:

- Analýzu zadání úlohy a s úlohou souvisejících stránek z učebnice
- Analýzu interakcí mezi učitelem a žáky
- Analýzu žákovských obtíží

Budování souvisejících odborných a didaktických znalostí, schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Kombinace učebního materiálu & záznamu interakce mezi žákyní a učitelkou (interakce reaguje na část uvedeného učebního materiálu); také je možná viněta v podobě videozáznamu

Jak dlouho by situace ve třídě trvala?

Situace ve třídě, která je součástí viněty:
Cca 5-10 min.

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Viněta byla speciálně navržena tak, aby poskytovala bohatý potenciál pro reflexi, diskusi a posilování kompetencí.

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Viz koncept kurzu

Jaké jsou **související teorie**?

Reprezentace matematických objektů (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); učitelova kompetence analyzovat práci s reprezentacemi ve výuce matematiky (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); znalosti učitele a schopnost všimnout si didakticko-matematických jevů (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Časová

osa kurzu

Vzorová
analýza
jedné
viněty

Práce budoucích učitelů se sadou
vinět v několika po sobě následujících
seminářích

Na
vinětách
založený
post-
test

Na vinětách
založený
pre-test

Klíčové cíle práce s vinětami: rozvoj
schopnosti analyzovat viněty, vylepšení
interakce učitel-žák, vylepšení učebních
materiálů určených pro žáky, zpětná
vazba spolužákům (studentům učitelství)

Viněta – “Pravděpodobnostní strom”

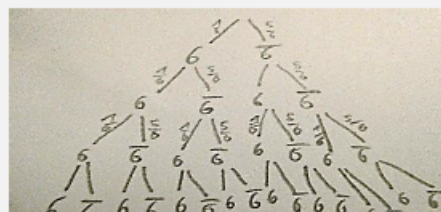
Naším tématem je využití stromového diagramu při určování pravděpodobnosti. Níže je uvedena stránka z učebnice, jež toto téma představuje, a úloha, kterou žáci dostali za úkol během distanční výuky. Žáci mají možnost kontaktovat učitelku online.

[Níže uvedené (fiktivní) stránka z učebnice je inspirována skutečnou německou učebnicí, viz Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163.*]

Jak správně používat stromový diagram

Max má najít pravděpodobnost, že jí při 5 pokusech padne aspoň jednou 6. Začala si malovat stromový diagram.

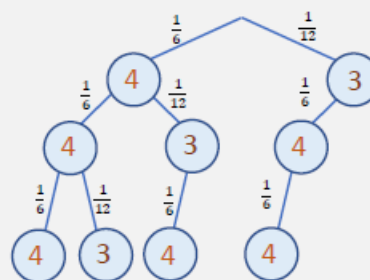
Nadja zkoumá Maxin obrázek a říká:
„Se všemi těmi větvemi nikdy neskončíš.”



Někdy jsou stromové diagramy příliš velké. Můžeš ušetřit čas, když si namaluješ jenom tu jeho část, která je nutná pro výpočet pravděpodobnosti, kterou máš určit.



Třikrát otočíme číselníkem na obrázku vlevo. Jaká je pravděpodobnost, že součet čísel bude aspoň 11? Stromový diagram má jen větve, které vedou k součtům větším než 10. Na základě pravidel pro výpočet pravděpodobnosti v tomto stromu vypočítáme, že pravděpodobnost je rovna $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$



Pro stanovení pravděpodobnosti ve víceúrovňových náhodných experimentech se používá pouze ta část stromového diagramu, která obsahuje potřebné cesty.



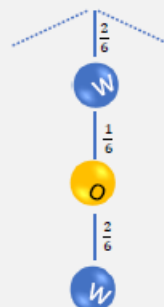
Příklad 1: Výběr cesty

Osudí obsahuje koule, na kterých jsou písmena. Třikrát z něj náhodně vytáhneme kouli, písmeno si poznamenejme a kouli vrátíme do osudí. S jakou pravděpodobností dostaneme slovo WOW?

Řešení: Pravděpodobnost slova WOW

$$\text{je } \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$$

(cesta na obrázku vpravo)



Jedna z úloh, které v učebnici následují po tomto úvodu:

Policie identifikovala devět podezřelých, mezi nimi jsou čtyři lupiči, po kterých policie dlouhodobě pátrá. Komisařka Anna R. je vyslýchá, tři z těchto podezřelých zatkne a posléze se ukáže, že to jsou lupiči. S jakou pravděpodobností by komisařka Anna dosáhla tak dobrého výsledku, kdyby vybrala ty tři zatčené náhodou?

Žáci pracují individuálně doma (vzhledem ke covidové situaci). Jedna žákyně kontaktovala učitelku prostřednictvím videokonference.

Měli jsme vyřešit úlohy
k úvodu na straně 162,
včetně úlohy 5. Ale já této
úloze nerozumím.

A čemu
přesně nero-
zumíš?

No, komisařka vyslýchala devět
osob. Zjistila, že čtyři z nich jsou
lupiči. A tři z nich posílá do
vězení.

Hm, že ti tři jsou skutečně lupiči,
které hledali, se dozví až později.
Úloha říká „a posléze se ukáže, že to
jsou lupiči“. Ale v každém případě si
musíš namalovat strom.

Ano, to jsem zkoušela, ale
zasekla jsem se. Je tam 9
větví, a pak vždycky 8, to je
příliš mnoho.

To je jasné... No, můj strom má jen dvě větve na
první úrovni, a potom sleduji jen jednu z nich, a ta
má také dvě větve. Uvažuji hodnoty „lupič“ a „nelu-
pič“, označené písmeny E a E s čarou. Můžeš si to
také představit jako osudí se dvěma druhy koulí.

Počkej chvíli, namaluji
Ti první dva kroky mého
stromu a ukážu to na
kameru.

Teď je to na Tobě, aby sis
dodělala třetí krok sama
a vypočítala výsledek.
Zvládneš to?

Literatura

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435–442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Sebastian Kuntze

kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se

školní praxí v elementární matematice –

řešení a hodnocení otevřených úloh



Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí

v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro:

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Kurz se skládá ze sady 10 vinět typu Concept Cartoons, které se vztahují k různým tématům elementárního matematického vzdělávání.

Cílem tohoto souboru je vyvolat diskuzi budoucích učitelů o důležitých aspektech školní praxe, konkrétně o aspektech souvisejících s procesem řešení a hodnocení otevřených úloh:

- různé správné postupy řešení,
- různé správné výsledky,
- různé interpretace zadání,
- různé interpretace výsledků,
- správné vs. nesprávné postupy řešení,
- postupy řešení o více krocích,
- hodnocení odpovědí žáků (hodnocení výsledků vs. hodnocení jednotlivých kroků postupu) atd.

Soubor vinět má za cíl podpořit didaktické znalosti obsahu účastníků kurzu, a to

- znalosti úloh (různé způsoby jejich řešení, odůvodnění těchto postupů, potenciál úloh pro výuku),
- znalosti žákova porozumění (žákovy poznávací procesy, strategie, miskoncepce, možnosti a meze jeho porozumění),
- znalosti obsahu pro vyučování (hodnocení).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřený přístup (Nohda, Becker & Shimada), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Jakou má kurz
strukturu?

Úvod

- Viněty typu Concept Cartoons.
- Sada doprovodných otázek.

Práce s vinětami

- Samostatná písemná práce: u každé z vinět respondent samostatně odpovídají na doprovodné otázky.
- Průběžná analýza [pokud je to možné, nepovinné]: vedoucí kurzu analyzuje odpovědi, aby byl schopen lépe zorganizovat následnou diskusi.
- Skupinová diskuze.

Závěr

- Otevřené úlohy.
- Řešení otevřených úloh.
- Hodnocení žákovských řešení otevřených úloh.

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)

Jaký je **formát** kurzu?

Délka: 6 výukových jednotek po 45 minutách

1. jednotka: Úvod
2. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 1 až 5)
3. jednotka: Diskuse (viněty č. 1 až 5)
4. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 6 až 10)
5. jednotka: Diskuse (viněty č. 6 až 10)
6. jednotka: Závěr

Prezenční forma – pomalá nebo rychlá verze:

- 3 týdny, 2 jednotky týdně
- 6 týdnů, 1 jednotka týdně

Online úprava:

- Samostatná práce jako domácí úkol
- Úvod, Diskuse a Závěr jako online lekce.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Grafická podoba: Sada jednotlivých, na sobě
nezávislých komiksových obrázků (viněty typu
Concept Cartoons)



Reprezentovány jsou:

- Výukové situace
- Různé způsoby interpretace a řešení dané úlohy

Kolik vinět je součástí kurzu?

10 vinět

- č. 1 – Kostky v krabici
- č. 2 – Obsah trojúhelníku
- č. 3 – Chybějící číslice
- č. 4 – Pilulky
- č. 5 – Škola v Millgate
- č. 6 – Citrónová rovnováha
- č. 7 – Houpačky
- č. 8 – Závod
- č. 9 – Města a teploty
- č. 10 - Jablka

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Převzaté (č. 1, 2, 8, 9)
Upravené (č. 3, 4, 5, 10)
Nově vytvořené (č. 6, 7)

Další komentáře / doporučení

Analýza písemných prací před diskusí není nutná, ale rozhodně ji doporučujeme.

Časová

osa kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in educatione*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Kostky v krabici“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Kostky v krabici”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro
- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako **viněta č. 1**)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu objem kvádru. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe (např. o významu základních matematických pojmů).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (důležitých matematických pojmů v pozadí úloh), znalostí žákova porozumění (různých možných správných a nesprávných řešení, více či méně obvyklých žákovských miskonceptů) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha na pojem objem tělesa (porovnání objemu dvou kvádrů)
- Jedno správné řešení dané úlohy
- Tři různé žákovské miskoncepce o objemu těles



Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená.

Zdroj: (Roubíček, 2014). Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), didaktické znalosti
obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

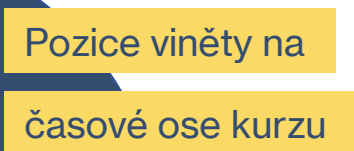
časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

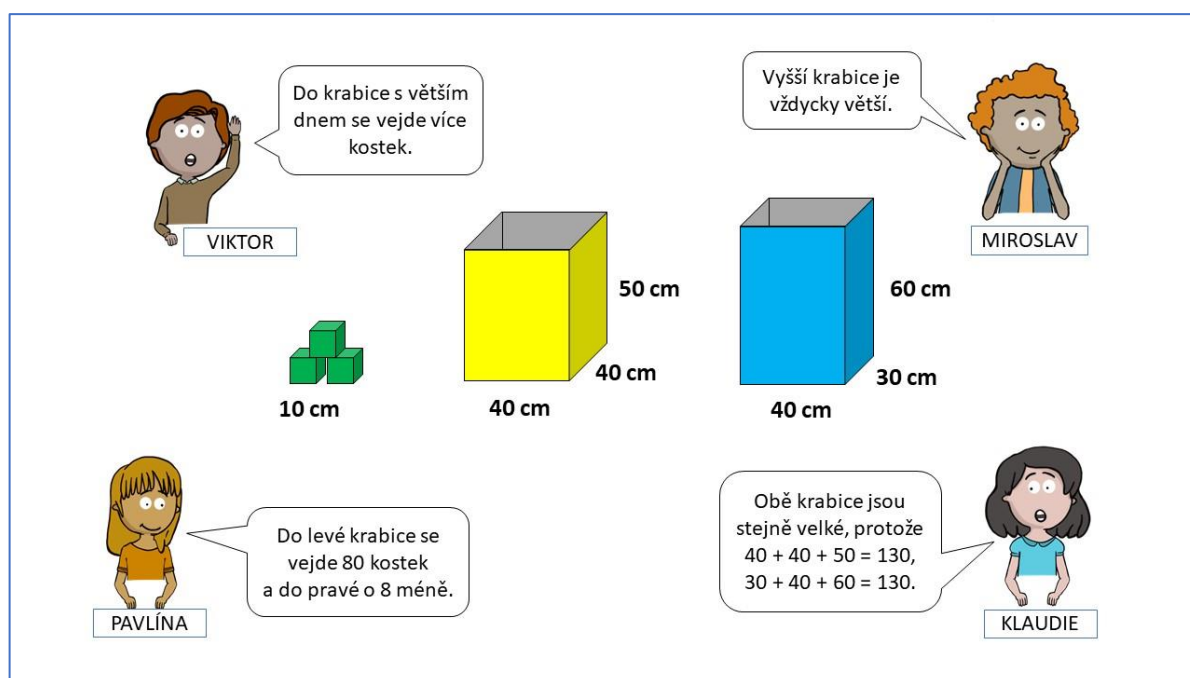
Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.



Viněta – “Kostky v krabici”



Zdroj úlohy a obsahu bublin: Roubíček (2014); grafické elementy: DIVER

Literatura

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Obsah trojúhelníku“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Obsah trojúhelníku”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu obsah trojúhelníku. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení úloh), znalostí žákovy porozumění (různých žákovských řešení, více či méně obvyklých žákovských miskonceptů) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha s jedním správným výsledkem, ale více různými postupy, které k tomuto výsledku vedou
- Tři různé správné postupy řešení dané úlohy
- Dvě různé žákovské miskoncepce



Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

- Převzatá, graficky upravená.
- Zdroj: (Roubíček, 2014).
- Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

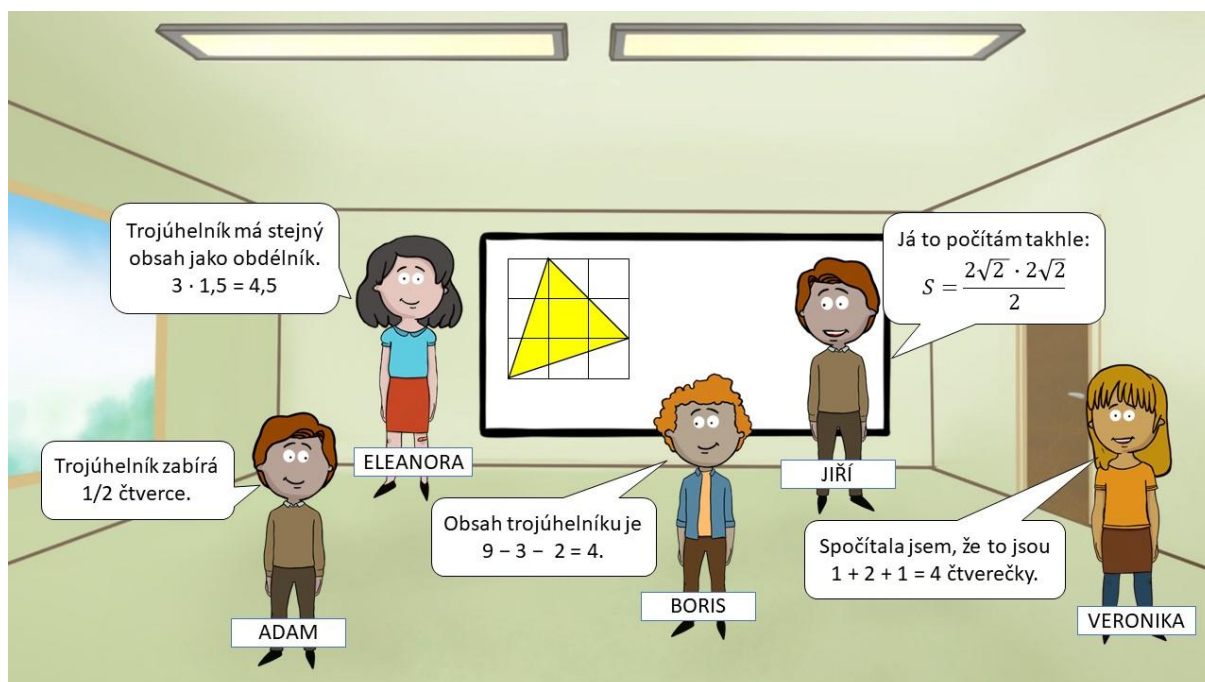
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Obsah trojúhelníku”



Zdroj úlohy a obsahu bublin: Roubíček (2014); grafické elementy: DIVER

Literatura

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Chybějící číslice“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Chybějící číslice”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 3)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu algoritmus písemného odčítání. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných řešení-výsledků, více způsobů zápisu těchto řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých řešení-výsledků úloh, způsobů systematického hledání těchto řešení), znalostí žákova porozumění (různých žákovských řešení, více či méně obvyklých žákovských miskonceptů) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha se dvěma různými řešeními-výsledky, každý z nich se skládá z trojice čísel, přičemž čísla v trojici mohou být seřazena různými způsoby (podle velikosti, podle pořadí v hotovém algoritmu, podle toho, jak byla do algoritmu postupně doplňována)
- Jeden správný výsledek, zapsaný dvěma různými způsoby
- Dva různé chybné výsledky
- Upozornění na možnost existence dalšího správného řešení-výsledku

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 2_10). Co bylo upraveno: zadání úlohy, obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Chybějící číslice”



Vytvořeno úpravou grafiky, zadání úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 2_10), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Opened book with empty pages. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24* (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in educatione*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Pilulky“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Pilulky”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 4)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu multiplikačních aplikačních úloh. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých interpretací jednoho výsledku). Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (přesných vs. přibližných řešení), znalostí žákova porozumění (různých možných správných a nesprávných žákovských interpretací výsledku) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Aplikační úloha v pozadí obrázku má také více různých správných postupů řešení, nicméně žádné postupy nejsou v bublinách uvedeny.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním řešením-výsledkem, který je možné interpretovat různými způsoby (vyjádřit ho přesně v počtu dnů, přesně v počtu týdnů, přibližně v počtu měsíců)
- Tři různé správné interpretace výsledku
- Dva různé chybné výsledky

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_12). Co bylo upraveno: obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al. 2013).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

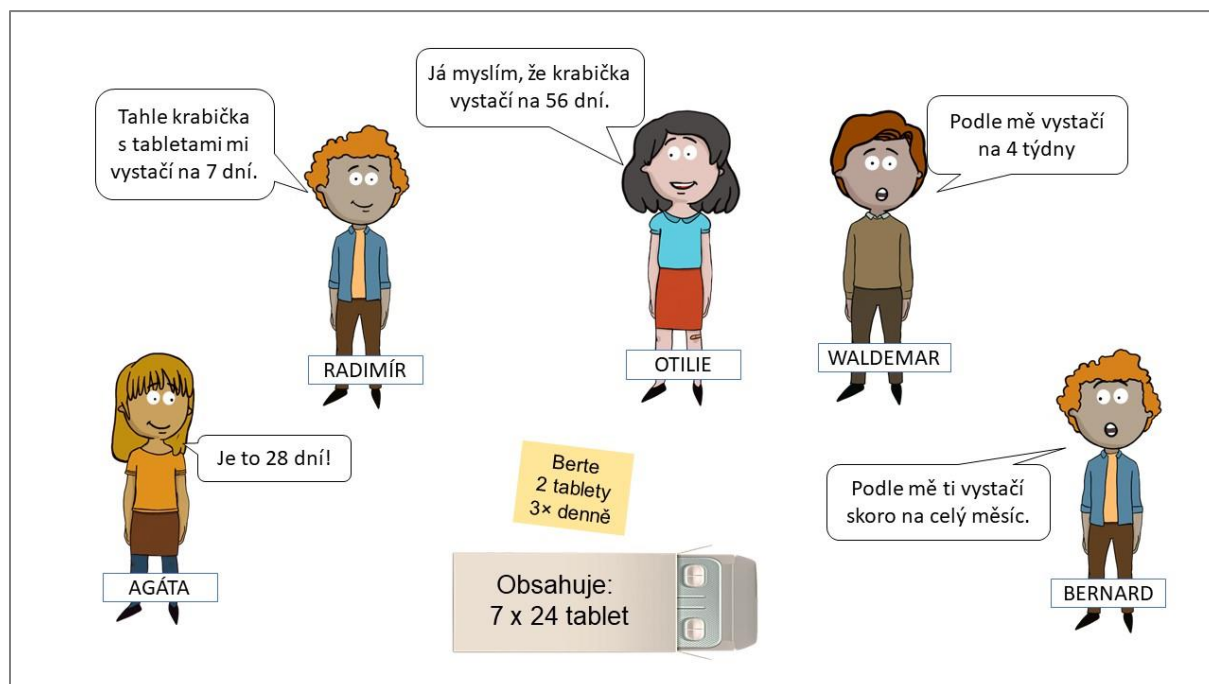
První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Pilulky”



Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_12);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Škola v Millgate“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Škola v Millgate”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 5)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu úloh s dělením na nestejně části. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které bývají pro žáky obtížné.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (řešení úloh s dělením na nestejně části, možnosti ověřování správnosti výsledků takových úloh), znalostí žákova porozumění (různých více či méně obvyklých chybných žakovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Aplikační úloha v pozadí obrázku má také více různých správných postupů řešení, nicméně žádné postupy nejsou v bublinách uvedeny.



Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Jaké jsou **související**
teorie?

Další komentáře /
doporučení

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním řešením-výsledkem a více možnými postupy řešení
- Jeden správný výsledek
- Čtyři různé chybné výsledky založené na čtyřech nejobvyklejších miskoncepcích

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 1_14). Co bylo upraveno: obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c).

Není potřeba.

Řešení úloh a problémů (Polya), úlohy s dělením na nestejně části (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al., 2013).

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Škola v Millgate”



Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 1_14);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295–303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Citrónová rovnováha“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Citrónová rovnováha”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 6)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k úvodu do témat rovnice a poměry. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých interpretací zadání úlohy, více různých postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých interpretací zadání úlohy, různých postupů řešení), znalostí žákova porozumění (různých žakovských miskonceptů) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha se dvěma různými interpretacemi zadání a s více možnými postupy řešení
- Tři různá správná tvrzení o zobrazené situaci (dvě se vztahují k obvyklejší interpretaci zadání, jedno k té méně obvyklé)
- Jedno nesprávné tvrzení (že úloha není řešitelná)

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

Další komentáře / doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady vinět.

Viněta – “Citrónová rovnováha”



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b)

Literatura

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Houpačky“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Houpačky”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 7)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k úvodu do tématu nerovnice. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých správných řešení-výsledků).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (existence různých řešení), znalostí žákova porozumění (různých možných správných a nesprávných žakovských řešení – výsledků) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha se dvěma různými správnými řešeními-
výsledky (dva předměty mohou být nejlehčí,
není možné stanovit, který z nich to skutečně
je)
- Tři různá správná tvrzení o zobrazené situaci
- Dvě nesprávná tvrzení založené na častých
miskoncepcích

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená. Grafické elementy: DIVER, (Freepik,
2021a, 2021b, 2021c, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie?**

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

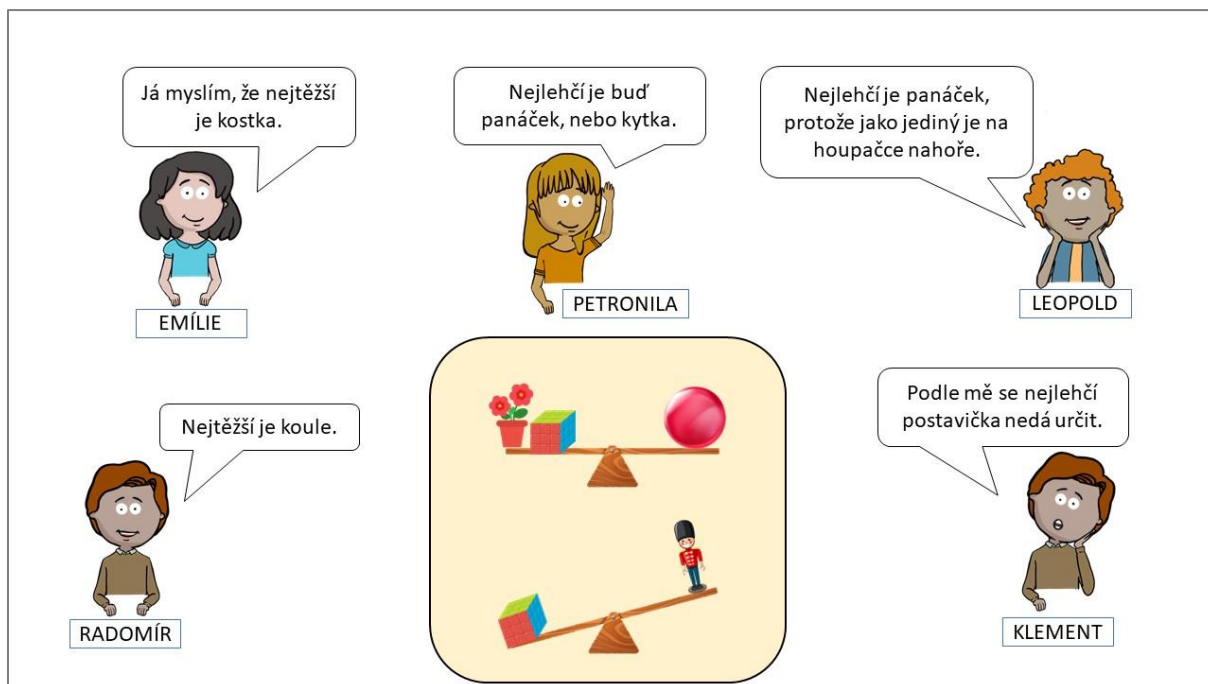
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Houpačky”



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Literatura

Freepik (2021a). Wooden Seesaw. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e_18056395.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Colorful flowers. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style_2032696.htm [21 November 2021].

Freepik (2021c). Children Toys. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys_4382512.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Isolated rubics cube. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube_4950488.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Závod“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Závod”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 8)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu desetinná čísla a jejich každodenní aplikace. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe (např. o významu základních matematických pojmů, o jejich aplikacích).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (matematických pojmů v pozadí úloh a jejich významu v daném kontextu), znalostí žákova porozumění (miskoncepce o pořadí desetinných čísel, o vhodné matematizaci dané úlohy) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Aplikační úloha založená na určování pořadí desetinných čísel
- Jedno správné řešení dané úlohy
- Jedna častá žákovská miskoncepce o pořadí desetinných čísel
- Jedna častá žákovská miskoncepce o matematizaci dané aplikační úlohy

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená. Zdroj: (Dabell et al., 2008: 1_6). Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie?**

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Závod”



Vytvořeno podle (Dabell et al., 2008: 1_6), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm [21 November 2021].

Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Města a teploty“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Města a teploty”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 9)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu rozdílu celých čísel a k práci s tabulkou. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více různých správných řešení-výsledků).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (existence různých řešení, jejich systematické hledání), znalostí žákovy porozumění (různých možných správných a nesprávných žákovských řešení-výsledků) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Výuková situace
- Úloha se čtyřmi různými správnými řešeními-výsledky
- Jedno ze správných řešení
- Dvě nesprávná řešení
- Nesprávné tvrzení o počtu řešení

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Převzatá, graficky upravená. Zdroj: (Dabell et al., 2008: 2_6). Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021).

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie?**

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

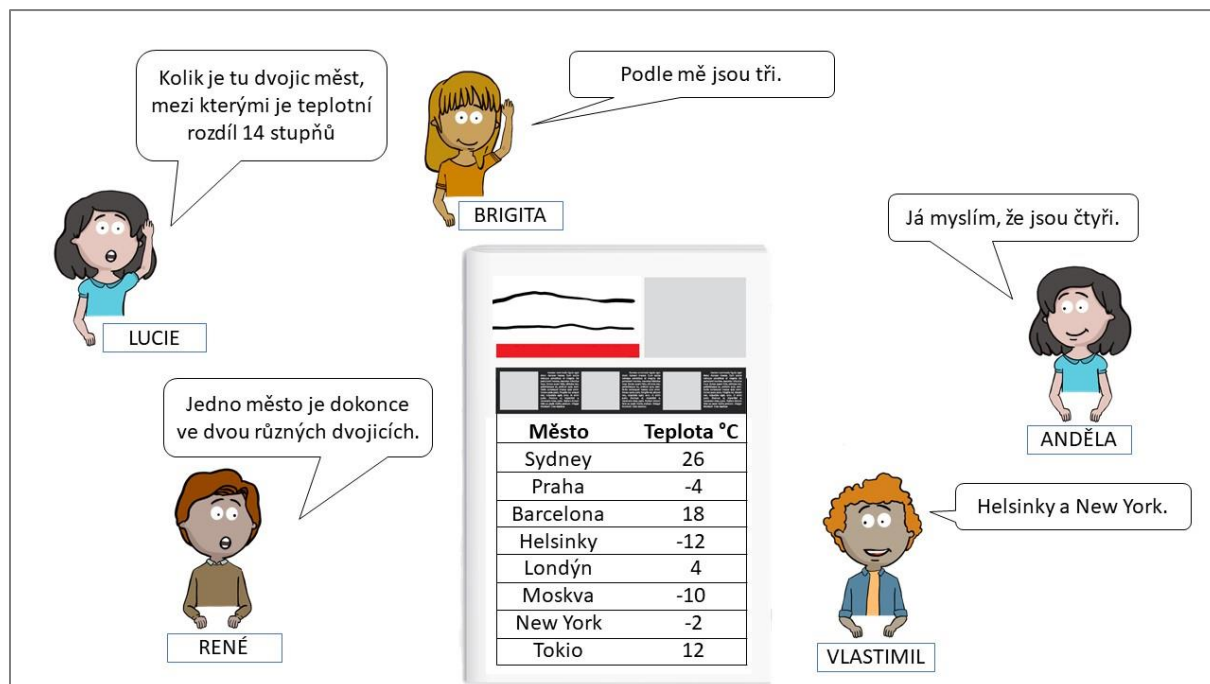
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Města a teploty”



Vytvořeno úpravou grafiky a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 2_6), vlastní překlad; grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Newspaper Realistic. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

„Jablka“



Viněta pro

Didakticko-matematickou diskusi

“Jablka”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – řešení a hodnocení otevřených úloh (jako viněta č. 10)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce / Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, konkrétně k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které jsou otevřené (např. mají více správných postupů řešení).

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení úloh), znalostí žákova porozumění (různých správných a nesprávných žakovských postupů řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Grafická podoba: Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha s jedním správným výsledkem, ale více různými postupy, které k tomuto výsledku vedou
- Tři různé správné postupy řešení dané úlohy
- Dvě různé žákovské miskoncepce

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená. Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_10). Co bylo upraveno: počet jablek, obsah bublin, grafika. Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro
práci s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie?**

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.).

**Další komentáře /
doporučení**

Sada doprovodných otázek:

- Které děti mají pravdu?
- Které ji nemají?
- Proč? (Odůvodni svá rozhodnutí.)

Pozice viněty na

časové ose kurzu

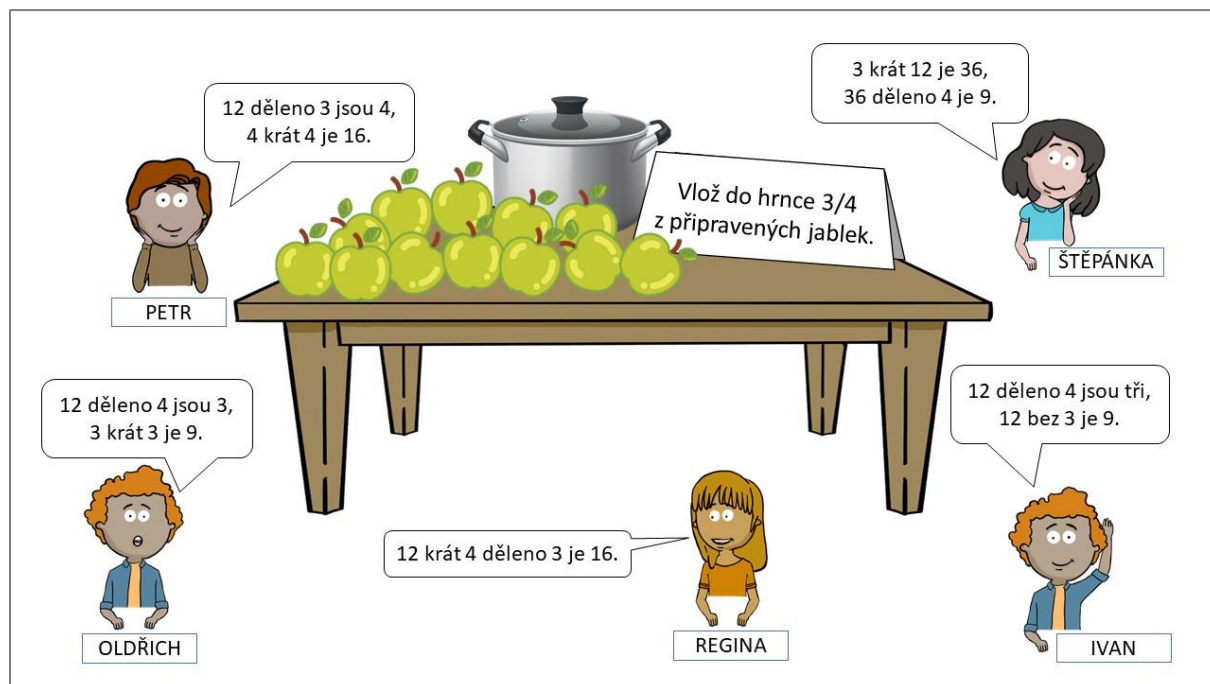
První sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Druhá sada vinět k vyvolání
diskuse budoucích učitelů.

Reflexe a diskuse první sady
vinět.

Reflexe a diskuse druhé sady
vinět.

Viněta – “Jablka”



Vytvořeno úpravou grafiky, zadání úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_10);
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní

praxí v elementární matematice

Porozumění zlomkům



Koncept kurzu pro

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí

v elementární matematice – Porozumění zlomkům

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Kurz se skládá ze sady 4 vinět typu Concept Cartoons, které se vztahují k tématu zlomků, hlavně z pohledu elementárního matematického vzdělávání. Cílem tohoto souboru je vyvolat diskuzi budoucích učitelů o důležitých aspektech školní praxe, konkrétně o aspektech souvisejících s procesem řešení a hodnocení úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky. Kurz pokrývá význam zlomku jako části z celku, porovnávání pomocí zlomků, diskrétní i spojitý modely zlomků, a také související druhostupňový obsah (vztah k tématu procenta). Soubor vinět má za cíl podpořit didaktické znalosti obsahu účastníků kurzu, a to

- znalosti úloh (různé způsoby jejich řešení, odůvodnění těchto postupů, potenciál úloh pro výuku),
- znalosti žákova porozumění (žákovy poznávací procesy, strategie, miskoncepce, možnosti a meze jeho porozumění),
- znalosti obsahu pro vyučování (hodnocení).

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřený přístup (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.), zlomky (Lamon, Tichá a Macháčková).

Jakou má kurz **strukturu**?

Úvod

- Viněty typu Concept Cartoons.
- Sada doprovodných otázek.

Práce s vinětami

- Samostatná písemná práce: u každé z vinět respondenti samostatně odpovídají na doprovodné otázky.
- Průběžná analýza: [pokud je to možné, nepovinné] vedoucí kurzu analyzuje odpovědi,

aby byl schopen lépe zorganizovat následnou diskusi.

- Skupinová diskuze.

Závěr

- Úlohy obsahující v zadání zlomky.
- Řešení úloh se zlomky.
- Hodnocení žákovských řešení úloh se zlomky.
- Otevřenost úloh.

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Délka: 4 výukové jednotky po 45 minutách

1. jednotka: Úvod
2. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 1 a 2)
3. jednotka: Diskuse (viněty č. 1 a 2)
4. jednotka: Samostatná práce (viněty č. 3 a 4)
5. jednotka: Diskuse (viněty č. 3 a 4)
6. jednotka: Závěr

Prezenční forma – pomalá nebo rychlá verze:

- 2 týdny, 2 jednotky týdně
- 4 týdny, 1 jednotka týdně

Online úprava:

- Samostatná práce jako domácí úkol
- Úvod, Diskuse a Závěr jako online lekce.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Výukové situace
- Různé způsoby interpretace a řešení dané úlohy

Grafická podoba:

Sada jednotlivých, na sobě nezávislých komiksových obrázků (viněty typu Concept Cartoons)

Kolik vinět je součástí kurzu?

4 viněty

- č. 1 – Jablka
- č. 2 – Bonbóny
- č. 3 – Porovnávání destiček
- č. 4 – Zlevněná pánev

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické,
nebo nově vytvořené?

Upravené (č. 1, 2, 3)
Nově vytvořené (č. 4)

**Další komentáře /
doporučení**

Analýza písemných prací před diskusí není nutná, ale
rozhodně ji doporučujeme.

Časová

osa kurzu:

Reflexe a diskuse
první sady vinět.

Reflexe a diskuse
druhé sady vinět.

První sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Druhá sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. ERIES Journal, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Jablka”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 1)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha na téma určení zlomku z čísla (počtu)
- Úloha s jedním řešením (výsledkem), ale více různými postupy řešení
- Tři různé správné postupy řešení
- Dva různé chybné postupy řešení

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.

Zdroj verze před úpravou: (Dabell et al., 2008: 3_10).
Co bylo upraveno: počet jablek, obsah bublin, grafika.
Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:

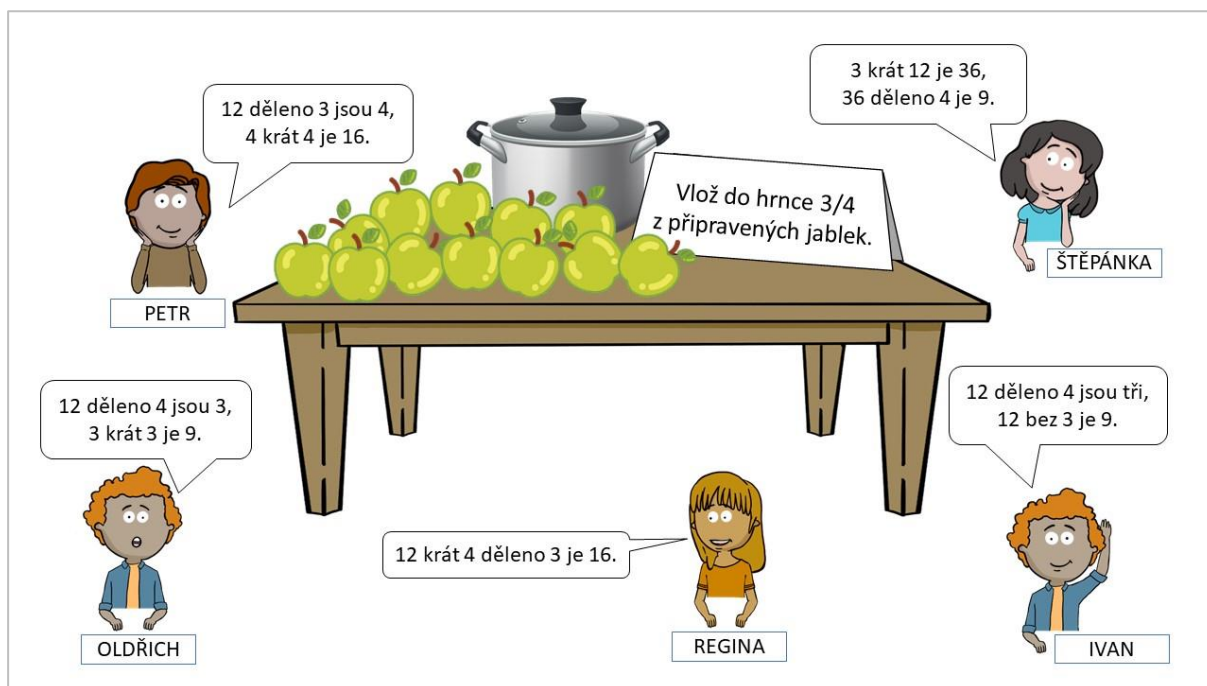
Reflexe a diskuse
první sady vinět.

Reflexe a diskuse
druhé sady vinět.

První sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Druhá sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Jablka



Vytvořeno úpravou grafiky, úlohy a obsahu bublin v (Dabell et al., 2008: 3_10), vlastní překlad;
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Bonbóny”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha na téma určení zlomku z čísla (počtu)
- Úloha s dvěma různými podobami výsledku (přirozené číslo, zlomek)
- Dva různé chybné postupy řešení (chybné výsledky)

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.

Zdroj verze před úpravou: (Samková a Tichá, 2017: 97).

Co bylo upraveno: texty, grafika.

Grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související**
teorie?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:

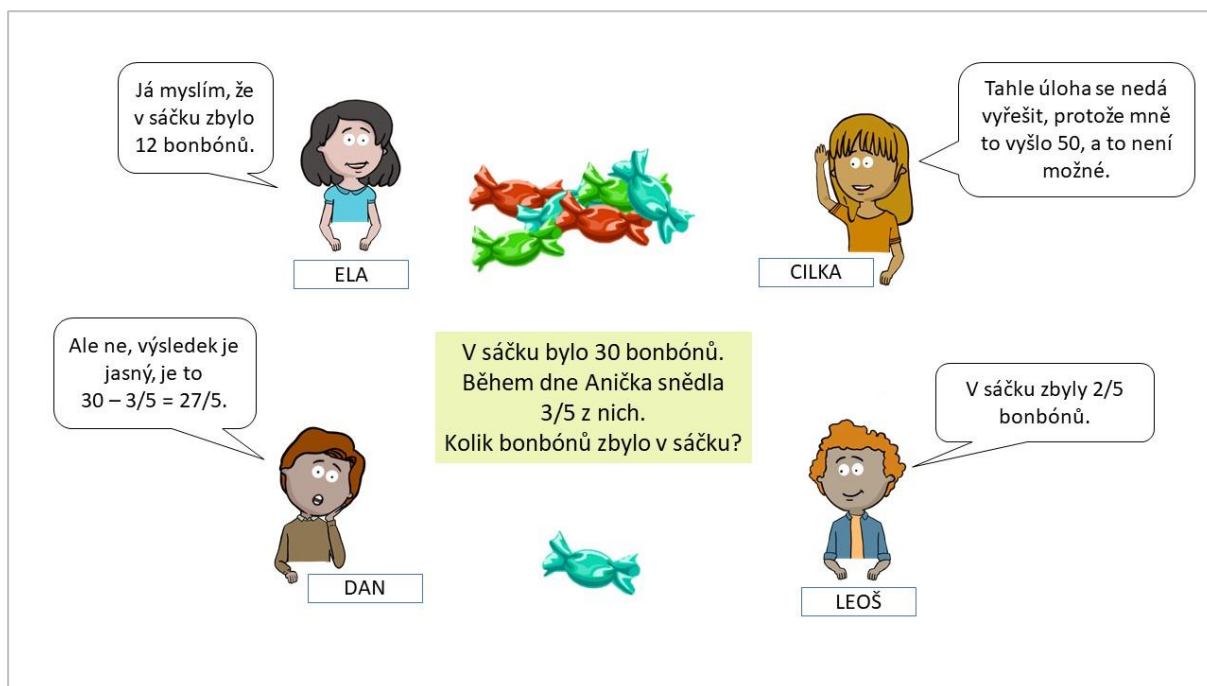
Reflexe a diskuse
první sady vinět.

Reflexe a diskuse
druhé sady vinět.

První sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Druhá sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Bonbóny



Vytvořeno úpravou grafiky a textů v (Samková a Tichá, 2017: 97), vlastní překlad;
grafické elementy: DIVER, (Freepik, 2022)

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in educatione*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. ERIES Journal, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Porovnávání destiček”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům (jako viněta č. 3)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákovy porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Aplikační situace založená na spojitém modelu
- Úloha na téma zlomek jako část celku, porovnávání pomocí zlomku
- Úloha s více možnými správnými tvrzeními týkajícími se porovnání zobrazených předmětů
- Tři správná tvrzení
- Dvě chybná tvrzení



Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená.
Zdroj verze před úpravou: (Samková, 2020: 77).
Co bylo upraveno: grafika.
Grafické elementy: DIVER.

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy
(Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et
al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:

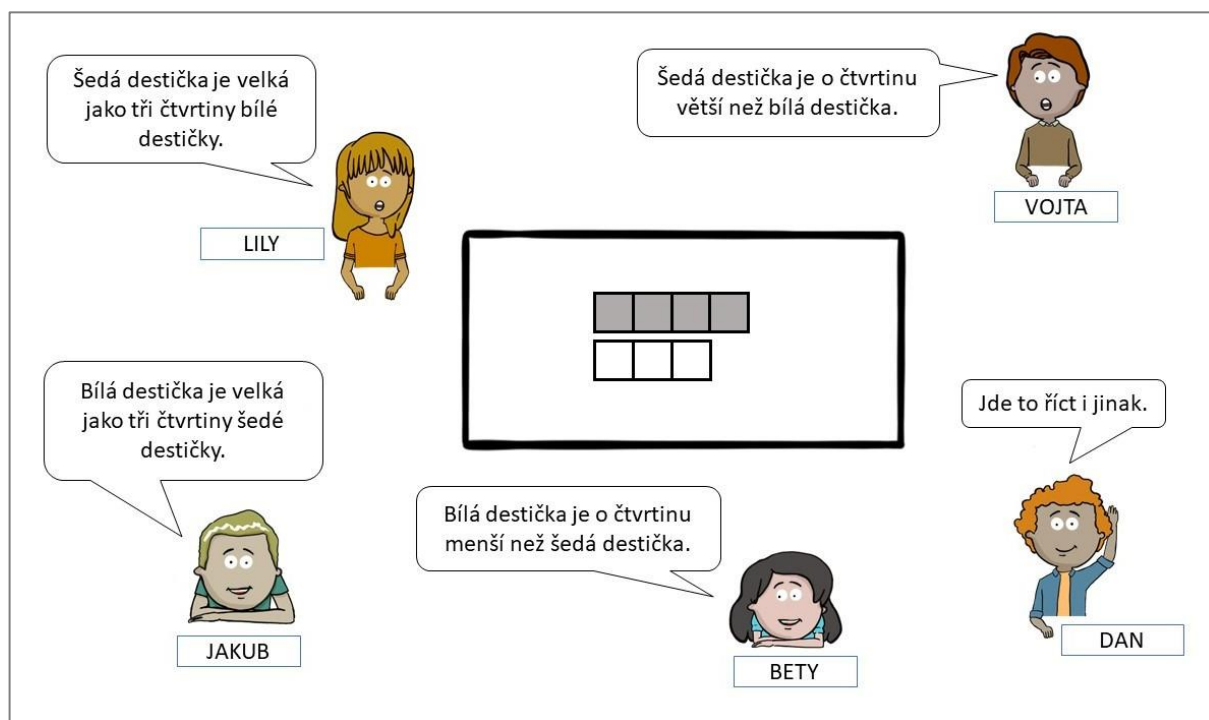
Reflexe a diskuse
první sady vinět.

Reflexe a diskuse
druhé sady vinět.

První sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Druhá sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Porovnávání destiček



Vytvořeno úpravou grafiky v (Samková, 2020: 77); grafické elementy: DIVER

Literatura

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Porozumění zlomkům



Viněta pro

Porozumění zlomkům

“Zlevněná pánev”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 5. třída)
- druhý stupeň základní školy (6. až 9. třída)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Diskuse o tématech souvisejících se školní praxí v elementární matematice – Porozumění zlomkům
(jako viněta č. 4)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Individuální práce. Jeden z ústředních bodů následné reflektivní diskuse.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Tato viněta (Concept Cartoon) se vztahuje k elementární matematice, k tématu zlomky. Jejím cílem je vyvolat diskusi budoucích učitelů o důležitých aspektech pedagogické praxe, hlavně o aspektech souvisejících s řešením a hodnocením úloh, které ve svém zadání obsahují zlomky.

Viněta by měla přispět k rozvoji didaktických znalostí obsahu u účastníků kurzu, hlavně jejich znalostí úloh (různých způsobů řešení), znalostí žákov porozumění (různých správných a chybných žákovských řešení) a znalostí obsahu potřebných pro realizaci vyučování (pro hodnocení výkonu žáka).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou:

- Každodenní aplikační situace
- Úloha o dvojí slevě dané dvěma různými zlomky
- Úloha s mnoha různými správnými podobami výsledku, různými správnými postupy řešení
- Dvě různé správné podoby výsledku (ve zlomku, v procentech), dva různé správné postupy řešení (odpovídající různému pořadí slev), tři různé způsoby představení řešení (návod, jak postupovat, ale bez výsledku;



konkrétní výsledek bez uvedení postupu;
konkrétní výsledek s uvedeným postupem)

- Jedna obvyklá miskoncepce (nesprávný výsledek)

Grafická podoba:

Samostatný komiksový obrázek (Concept Cartoon)

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Nově vytvořená.

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Není potřeba.

Jaké jsou **související
teorie**?

Řešení úloh a problémů (Polya), otevřené úlohy (Nohda), didaktické znalosti obsahu (Kleickmann et al.), zlomky (Tichá a Macháčková).

Další komentáře /
doporučení

Sada doprovodných otázek:

- Které děti na obrázku mají pravdu?
- Které nemají?
- Proč? (Svá rozhodnutí odůvodněte.)
- Co mohlo být příčinou chyb?
- Jak byste poradili dětem, které udělaly chybu?
- Za jak závažné považujete uvedené chyby?

Umístění viněty

v rámci kurzu:

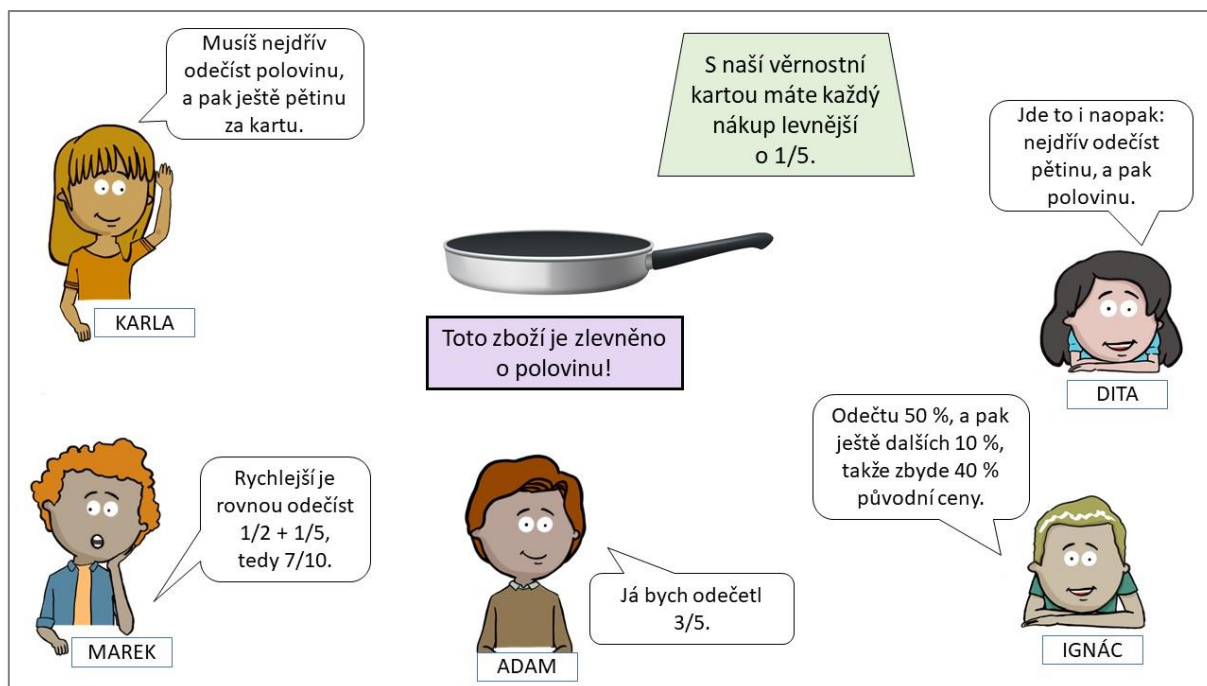
Reflexe a diskuse
první sady vinět.

Reflexe a diskuse
druhé sady vinět.

První sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Druhá sada vinět
k vyvolání diskuse
budoucích učitelů.

Zlevněná pánev



Nově vytvořeno; grafické elementy: DIVER, Freepik (2021)

Literatura

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsnér, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Libuše Samková, lsamkova@pf.jcu.cz



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Jaké jsou **související teorie**?

HTU pro pojem zlomku: učební cíl, úrovně žákova porozumění, příklady úloh, jež žákům pomohou rozvíjet jejich porozumění (Battista, 2012).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: 4 výukové jednotky po 2 hodinách (celkem: 8 hodin) Kurz se skládá z teoretického dokumentu (s HTU) a 3 vinět.

Jaký je **formát** kurzu? (organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Jednotka 1 (2 hodiny): Představení teoretického dokumentu (HTU)

Jednotka 2 (2 hodiny): Viněta 1 vztahující se k identifikaci a reprezentaci zlomků

Jednotka 3 (2 hodiny): Viněta 2 vztahující se k porovnávání zlomků

Jednotka 4 (2 hodiny): Viněta 3 vztahující se k hledání celku a identifikaci zlomků

S každou vinětou je nejprve pracováno v malých skupinkách, poté je diskutována v celé skupině.

Co je v nich **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Každá viněta kombinuje text s obrázky a zahrnuje:

- Výukovou situaci: Znázornění interakce mezi učitelkou a žáky, různých žáků řešících úlohy o zlomcích. Každý žák/dvojice žáků reprezentuje různou úroveň porozumění pojmu zlomek.
- Doprovodné otázky, které obrací pozornost budoucích učitelů na míru žákova porozumění.



Budoucí učitelé by k odpovědím na doprovodné otázky měli využít informace z teoretického dokumentu (s HTU k pojmu zlomek).

Pro diskusi nad vinětami by měl být vytvořen prostor pro sociální interakci: může být prezenční nebo online.

Kolik vinět je součástí kurzu?

Sada 3 vinět.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Sada vinět byla speciálně navržena tak, aby poskytla prostor pro širokou diskusi a podpořila profesní vidění budoucích učitelů.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Teoretický dokument s HTU k pojmu zlomek, založený na výzkumu (Battista, 2012)

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. Univerzita Alicante (Španělsko)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández**
a Salvador Llinares. Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Identifikace zlomku



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Identifikace zlomku

“Viněta č. 1”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Identifikace a reprezentace zlomku (vztah celek-část).

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o identifikaci pravého zlomku (čitatel menší než jmenovatel). Každé řešení reprezentuje různý typ žákovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

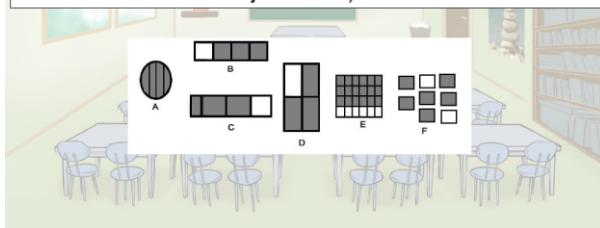
Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 1

Júlia je **prvostupňová učitelka**, učí **3. třídu** (děti ve věku **8-9 let**). Letos má ve třídě 26 dětí.

Ve svých hodinách často využívá **skupinovou práci**, snaží se **podporovat myšlení** svých žáků prostřednictvím **diskusí a výměny nápadů** objevujících se během řešení zadaných úloh.

První hodina je zaměřena na **rozpoznávání** obrázků znázorňujících **pravé zlomky** (zlomky s číslatelem menším než jmenovatel).



Jaká je vaše odpověď, Xavi a Victore?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Hm, no, my si myslíme, že tři čtvrtiny jsou na obrázcích A, B, C a D.

Xavi, souhlasíš s Victorem?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Ano, A, B, C a D jsou rozdělené na 4 části a 3 jsou vybarvené.

Všichni souhlasí?

My ne.

Co si myslíte vy, Joane a Terko?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Podle nás jen B a D jsou tři čtvrtiny, protože jsou rozdělené na 4 stejné části a 3 jsou vybarvené. Obrázky A a C mají 3 části ze 4 vybarvené, ale ty části nejsou stejně velké...

A obrázek E? Co si myslíte o obrázku E?

Obrázek E nejsou tři čtvrtiny, protože je rozdělený na 24 stejných částí a 18 z nich je vybarvených.

Jasně, to nejsou tři čtvrtiny.

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

A co F?

To není zlomek. Na obrázku F je jen 6 vybarvených čtverečků.

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

Souhlasíte s odpověďmi Joana a Terky? Má někdo jinou odpověď? Třeba Carmen a Alba, co vy si myslíte?

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.

No ... ano. My souhlasíme s Joanem a Terkou u obrázků A, B, C a D, ale u obrázku E si myslíme něco jiného...

Vyberte obrázky, které znázorňují zlomek $\frac{3}{4}$. Svůj výběr vysvětlete.



JULIA

PR-1 Rozpoznávání zlomků

- **Q1-** Popište řešenou úlohu (aktivitu) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby ji dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotlivé dvojice žáků úlohu řešily, jaké základní matematické znalosti využily a jakým obtížím čelily.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé dvojice žáků? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé dvojice žáků umístili, **stanovte učební cíl a navrhnete aktivitu/úlohu** (nebo upravte tu Juliinu) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and

Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. Univerzita Alicante (Španělsko)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández
a Salvador Llinares.** Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Porovnávání zlomků



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Porovnávání zlomků

“Viněta č. 2”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Porovnávání zlomků.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o porovnávání zlomků. Každé řešení reprezentuje různý typ žákovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.

Časová

osa kurzu:

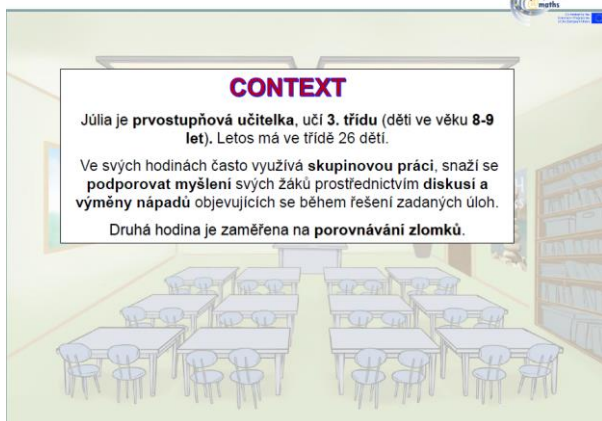
Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimnout si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 2

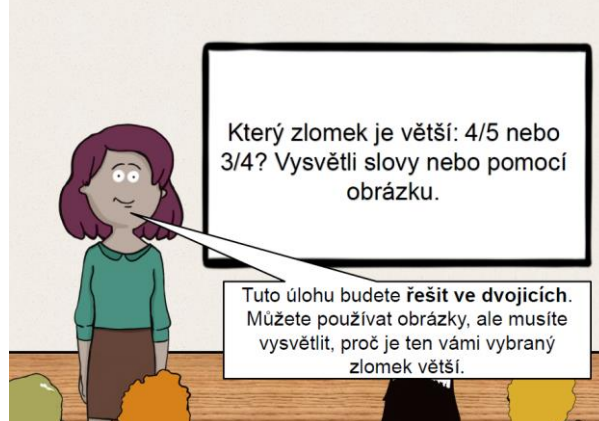


CONTEXT

Júlia je prvostupňová učitelka, učí 3. třídu (dětí ve věku 8-9 let). Letos má ve třídě 26 dětí.

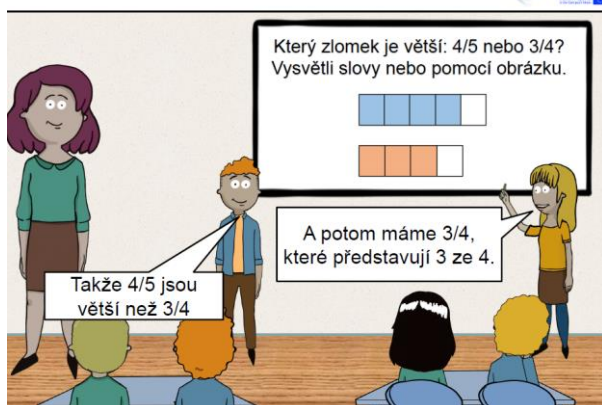
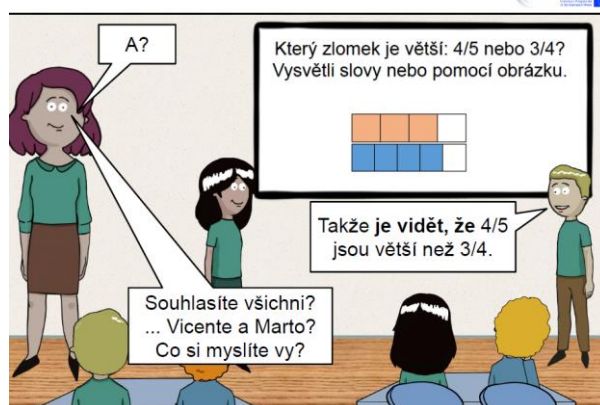
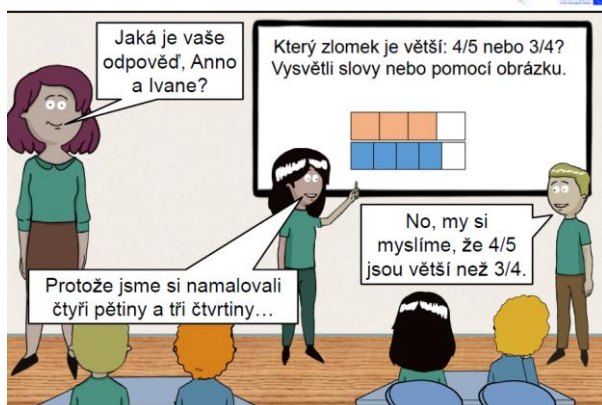
Ve svých hodinách často využívá skupinovou práci, snaží se podporovat myšlení svých žáků prostřednictvím diskusí a výměny nápadů objevujících se během řešení zadaných úloh.

Druhá hodina je zaměřena na porovnávání zlomků.



Který zlomek je větší: $\frac{4}{5}$ nebo $\frac{3}{4}$? Vysvětli slovy nebo pomocí obrázku.

Tuto úlohu budete řešit ve dvojicích. Můžete používat obrázky, ale musíte vysvětlit, proč je ten vámi vybraný zlomek větší.





JULIA

PR-2 Porovnávání zlomků

- **Q1-** Popište řešenou úlohu (aktivitu) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby ji dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotlivé dvojice žáků úlohu řešily, jaké základní matematické znalosti využily a jakým obtížím čelily.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé dvojice žáků? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé dvojice žáků umístili, **stanovte učební cíl a navrhnete aktivitu/úlohu** (nebo upravte tu Juliinu) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and

Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández a Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky v oblasti zlomků:

Hledání celku



Viněta pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

v oblasti zlomků: Hledání celku

“Viněta č. 3”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 3. – 6. třída; žáci ve věku 8-12 let. (španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky v oblasti zlomků

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace míry žákova porozumění (využití hypotetické trajektorie učení – HTU)
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě posouzení žákova porozumění

Matematický obsah: Hledání celku.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Tři dvojice žáků sdělující své řešení úlohy o porovnávání zlomků. Každé řešení reprezentuje různý typ žakovského uvažování o zlomcích (různé úrovně porozumění).
- Doprovodné otázky k interpretaci žákova porozumění a k rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě této interpretace.

Jaké jsou **související teorie**?

HTU k pojmu zlomek, založená na výzkumu (Battista, 2012)

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, češtině, angličtině, němčině a češtině.

Časová

osa kurzu:

Představení teoretického dokumentu (HTU k pojmu zlomek)

Diskuse Viněty 2: Budování schopnosti všimát si didakticko-matematických jevů souvisejících s porovnáváním zlomků.

Diskuse Viněty 1: Budování schopnosti všimát si didakticko-matematických jevů souvisejících s identifikací zlomků.

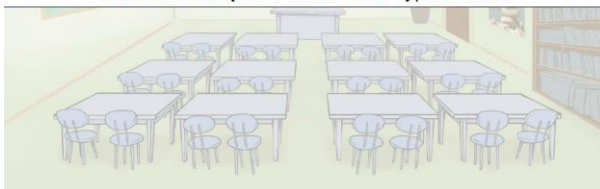
Diskuse Viněty 3: Budování schopnosti všimát si didakticko-matematických jevů souvisejících s hledáním celku.

Viněta č. 3

Júlia je **prvostupňová učitelka**, učí **3. třídu** (děti ve věku **8-9 let**).
Letos má ve třídě 26 dětí.

Třetí hodina je zaměřena na **rozpoznávání obrázků** znázorňujících **pravé zlomky** a na **hledání celku**.

Po dvou hodinách, ve kterých žáci pracovali ve dvojicích, Júlia chce zjistit **znalosti jednotlivých žáků**, a tak zadala dvě úlohy **k individuální práci**. První úloha vypadá takto:



Které obrázky znázorňují $\frac{3}{8}$?

A)  B)  C)  D) 

E)  F) 

Tuto úlohu budete řešit každý samostatně. Nezapomeňte u každého vybraného obrázku vysvětlit, proč jste ho vybrali.

Davide, představíš nám svou odpověď?

Které obrázky znázorňují $3/8$?

Ano, samozřejmě! Obrázky, které znázorňují $3/8$, jsou A, B a F, protože na nich jsou vybarvené 3 části z 8.

Hm... Co si myslí ostatní? Má někdo jinou odpověď? Třeba Anna...

Které obrázky znázorňují $3/8$?

Ano, já to mám jinak. Já si myslím, že jenom F je pro $3/8$. Na obrázcích A a B není zlomek $3/8$, protože jejich části nejsou stejně velké. Na obrázku C jsou vybarvené 3 tečky a na obrázku E je vybarvených 6 teček. No, a obrázek D znázorňuje zlomek $6/16$.

Které obrázky znázorňují $3/8$?

OK! Děkujeme za představení Tvé odpovědi, Anno. Vyřešil to někdo jinak? Co si myslíš ty, Joane?

Které obrázky znázorňují $3/8$?

No, já myslím, že A a B nemají části stejně velké a neznázorňují $3/8$. Ale C, D, E a F znázorňují $3/8$.

OK! Děkuji vám za všechny vaše odpovědi.

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Těď mám pro vás ještě jeden úkol na samostatnou práci. Jako obvykle, nezapomeňte, že úkol máte vyřešit i vysvětlit.

Davide, představíš nám své řešení?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Ano, samozřejmě! Jedna, dva a tři. Zde jsou 3 části.

Ok... Davide, děkujeme. Podívejme se, jako to vyřešila Anna. Představíš nám své řešení, Anno?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Ano... já jsem to řešila jinak. Já jsem rozdělila celek na 3 stejně velké části, a potom jsem vzala 5 takových částí.

Děkujeme, Anno. Jak jsi to řešil ty, Joane?

Tento obrázek představuje $5/3$ celku. Najděte celek.

Tedy.. Pokud ten obrázek představuje $5/3$, tak ho nejdříve musím rozdělit na pět stejně velkých částí, které znázorňují těch pět třetin. Pak musím vybarvit 3 tyto části, které znázorňují $3/3$, což je celek.

Výborně! Děkujeme... Takže, teď máme 3 různé odpovědi pro každou z úloh ... Pojďme diskutovat o tom, která odpověď by mohla být nejhodnější.



JULIA

PR-3 Rozpoznávání zlomků a Hledání celku

- **Q1-** Popište řešené úlohy (aktivity) z pohledu učebních cílů: jaké základní matematické znalosti žák potřebuje, aby je dokázal vyřešit?
- **Q2-** Popište, jak jednotliví žáci úlohu řešili, jaké základní matematické znalosti využili a jakým obtížím čelili.
- **Q3-** Na jakou úroveň trajektorie učení byste umístili jednotlivé žáky? Odůvodněte.
- **Q4-** Vzhledem k úrovni, na kterou jste jednotlivé žáky umístili, **stanovte učební cíl a navrhnete aktivity/úlohy** (nebo upravte ty Juliiny) tak, abyste žákům pomohli zlepšit jejich porozumění zlomkům s ohledem na očekávanou trajektorii učení.

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Kurz vytvořili: **Pere Ivars, Ceneida Fernández a Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích

učitelů matematiky k tématu limita

funkce v bodě



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů

matematiky k tématu limita funkce v bodě

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro střední školu
(studenti ve věku 16-17 let; španělský model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Identifikace matematických pojmů a způsobů reprezentace spojených s pojmem limita funkce v bodě v různých učebnicích
- Předvídání odpovědí studentů s odlišným chápáním limity funkce v bodě
- Interpretace porozumění studentů
- Rozhodování o dalším průběhu výuky na základě aktuálního porozumění studentů

Jaké jsou **související teorie**?

Matematické pojmy a způsoby reprezentace související s pojmem limita funkce v bodě (dynamická koncepce limity) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012).

Hypotetické trajektorie učení (HLT) pojmu limita funkce v bodě (Pons, 2014).

Jakou má kurz **strukturu**?

Délka: 5 výukových jednotek po 2 hodinách (celkem: 10 hodin)

Kurz je založen na dvou teoretických dokumentech: první s informacemi týkajícími se matematických pojmů a způsobů reprezentace souvisejících s pojmem limita funkce v bodě, druhý s informacemi týkajícími se HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně chápání tohoto konceptu ze strany studentů).

Dále se skládá ze 4 vinět: první, kde budoucí učitelé analyzují různé aktivity z učebnic, následuje viněta s předvídáním reakcí studentů s různou úrovní porozumění konceptu, a nakonec dvě viněty, kde musí budoucí učitelé analyzovat reakce studentů, interpretovat jejich porozumění a navrhnout aktivity, které studentům pomohou pokročit v jejich porozumění.

Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových
jednotek, jejich počet
a délka; prezenční/online
/hybridní forma)

Jednotka 1 (2 hodiny)

Viněta 1 se skládá ze tří aktivit (z učebnic) k pojmu limita funkce v bodě. Budoucí učitelé musí tyto aktivity vyřešit a identifikovat matematické prvky zahrnutého konceptu, stejně jako způsoby reprezentace. K tomu mohou využít první teoretický dokument.

Jednotka 2 (2 hodiny)

Viněta 2 se skládá ze stejných tří aktivit jako viněta 1, nicméně nyní se otázky, na které mají budoucí učitelé odpovědět, soustředí na předvídání odpovědí studentů, aby mohli diskutovat o možných úrovních porozumění konceptu limity funkce v bodě. Mohou k tomu opět využít první teoretický dokument.

Jednotka 3 a 4 (4 hodiny)

Viněta 3 se skládá z odpovědí tří středoškolských studentů na tři aktivity k pojmu limita funkce v bodě. Budoucí učitelé musí identifikovat porozumění studentů a rozhodnout se, jak pokračovat ve výuce, aby studenti postupovali koncepčně. K tomuto účelu mohou využít teoretický dokument s informacemi o HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně porozumění pojmu studenty).

Jednotka 5 (2 hodiny)

Viněta 4 (hodnotící viněta) se skládá z odpovědí tří středoškolských studentů na šest aktivit o konceptu limity funkce v bodě. Budoucí učitelé musí identifikovat porozumění studentů a rozhodnout se, jak pokračovat ve výuce, aby studenti postupovali koncepčně. K tomuto účelu mohou opět využít teoretický dokument o HLT.

S každou vinětou se nejprve pracuje v malých skupinkách, poté probíhá diskuze v rámci celé skupiny. S výjimkou viněty 4, která je jakožto hodnotící viněta zpracovávána individuálně.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Každá viněta kombinuje text s obrázky a zahrnuje:

- Stránky učebnice / situace ve třídě zobrazující aktivity navržené učitelem a odpovědi různých studentů na aktivity. Každý student ukazuje různé charakteristiky porozumění pojmu limita funkce v bodě.
- Doprovodné otázky obracející pozornost budoucích učitelů na dané situace: identifikace matematických prvků zapojených do činností, předvídání odpovědí studentů, analyzování odpovědí studentů za účelem interpretace jejich porozumění a navrhování



činností, které jim pomohou porozumění zlepšit.

Budoucí učitelé využívají informace uvedené v již zmíněných dvou teoretických dokumentech. Pro diskusi nad vinětami by měl být vytvořen prostor pro sociální interakci. Může být prezenční nebo online.

Kolik vinět je součástí kurzu?

Sada 4 vinět. Ke sdílení je k dispozici viněta č. 3.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Sada vinět je částečně autentická (k vytvoření byly použity skutečné odpovědi studentů) a částečně upravená. Byla speciálně navržena pro podporu diskuze a schopnosti všimnout si.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Dva teoretické dokumenty:
(i) teoretický dokument s informacemi týkajícími se matematických prvků a způsobů reprezentace zapojených do pojmu limita funkce v bodě (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls a Llinares, 2012)
(ii) teoretický dokument s informacemi týkajícími se HLT pojmu limita funkce v bodě (různé úrovně porozumění tomuto konceptu ze strany studentů) (Pons, 2014).

Další komentáře

Doporučujeme použít podobné Concept Cartoons vztahující se k dalším aspektům dělitelnosti také pro hodnocení profesních kompetencí budoucích učitelů a jejich rozvoje, na konci kurzu a jako způsob hodnocení kurzu. Concept Cartoons mohou být využity při písemných i ústních zkouškách.

Časová

osa kurzu:

Viněta 1. Řešení úloh vztahujících se k limitě funkce v bodě. Identifikace matematických pojmů a reprezentací, které jsou využívány.

Viněta 3. Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta 2. Předvídání studentských odpovědí na různé úlohy o limitě funkce v bodě; úlohy představují různé úrovně porozumění pojmu.

Viněta 4 (Hodnocení). Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Literatura

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, & L. Ordóñez (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Dr. Ceneida Fernández, ceneida.fernandez@ua.es
Univerzita Alicante (Španělsko)

Kurz vytvořili:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno a Julia Valls
Univerzita Alicante (Španělsko)

Gloria Sánchez-Matamoros
Univerzita Sevilla (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Interpretaci porozumění studentů

a rozhodování o dalším průběhu výuky

na základě jejich porozumění



Viněta pro

Interpretaci porozumění studentů a rozhodování

o dalším průběhu výuky na základě jejich porozumění

“Viněta č. 3”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro střední školu
(studenti ve věku 16-17 let; španělský model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky k tématu limita funkce v bodě (jako viněta č. 3)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj profesního vidění budoucích učitelů matematiky

- Interpretace porozumění studentů
- Rozhodování o další podobě a obsahu výuky na základě porozumění studentů

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový pás znázorňující

- Odpovědi tří středoškoláků na tři aktivity k pojmu limita funkce v bodě (v různých způsobech zobrazení: analytickém, numerickém a grafickém). Každý student vykazuje jiné charakteristiky (úroveň) chápání pojmu
- Návodné otázky zaměřující pozornost budoucích učitelů na matematické myšlení žáků: identifikace, interpretace a rozhodování.

Jaké jsou **související teorie**?

HLT pojmu limita funkce v bodě (Pons, 2014).

Další komentáře / doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, němčině a češtině.

Umístění vinět

v kurzu:

Viněta 1. Řešení úloh vztahujících se k limitě funkce v bodě. Identifikace matematických pojmů a reprezentací, které jsou využívány.

Viněta 3. Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta 2. Předvídání studentských odpovědí na různé úlohy o limitě funkce v bodě; úlohy představují různé úrovně porozumění pojmu.

Viněta 4 (Hodnocení). Identifikace aktuálního porozumění studentů, rozhodování o pokračování ve výuce tak, aby se tím podpořil rozvoj konceptuálního porozumění studentů.

Viněta č. 3

Carlos je středoškolský učitel. Jako třídní cvičení navrhl následující tři aktivity týkající se pojmu limity funkce v bodě. Jsou zobrazena řešení tří studentů ke třem aktivitám.

Dnešní cvičení spočívá v samostatném řešení následujících tří problémů.



1. Problém
Uvažujte funkci:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Určete limitu $f(x)$, když

- x se blíží 1
- x se blíží 2

2. Problém
Uvažujte následující tabulky:

x_1	0.8	0.9	0.99	...	1.2	1.1	1.01
$f(x_1)$	1.64	1.81	1.9201	...	2.44	2.21	2.0201

x_2	0	0.9	0.99	...	1.1	1.01	1.001
$g(x_2)$	0	-0.99	-0.9999	...	-2.3	-2.03	-2.003

a) Ke kterému číslu

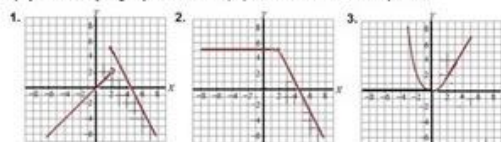
- se x_1 a x_2 blíží zprava a zleva?
- se hodnoty $f(x_1)$ blíží zprava a zleva?
- se hodnoty $g(x_2)$ blíží zprava a zleva?

b) Ke kterému číslu

- se hodnoty $f(x_1)$ blíží ve vztahu k číslu, ke kterému se blíží x_1 ?
- se hodnoty $g(x_2)$ blíží ve vztahu k číslu, ke kterému se blíží x_2 ?

3. Problém

Spojte následující grafy s tvrzeními a, b, c. Zdůvodněte svou odpověď



- limita funkce $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ je 2
- limita funkce $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ je 5
- $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ není limita funkce

Přeloženo z: Colera, J., Olivera, M. J., García, R. y Santafelia, E. (2008). Matemáticas I. Bachillerato. Anaya

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = \boxed{3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \quad \quad \quad = \boxed{4}$

[illegible]

3

a) Graf 3: Limita funkcie v $x=2$ je 2, pretože limita funkcie v $x=2$ je zprava i zľava 2.

b) Graf 2: Limita funkcie v $x=2$ je 5, pretože limita funkcie v $x=2$ je zľava i zprava 5.

c) Graf 1: Limita v $x=2$ neexistuje, pretože limita v $x=2$ je zľava 2 a zprava 5.

[illegible]

2

to what is the value for x such?

1. $f(x)$ is approximately from the right and from the left?
2. The images of $f(x)$ are approximately from the right and from the left?
3. The images of $f(x)$ are approximately from the right and from the left?

to what is the value for x such?

1. The images of $f(x)$ are approximately in relation to the value that x approaches?
2. The images of $f(x)$ are approximately in relation to the value that x approaches?

1. Když se x_1 blíží 1, hodnoty funkce se blíží 2. Vzdá-li se mezi nimi takový, že $f(x_1)$ je dvojnásobek x_1 .

2. V křivce se to rovná $f(x_1)$, ale v minusových se mění znaménko. Když se x_2 blíží 1, $g(x_2)$ směřuje k -1.

3

- a) 3. graf, protože se blíží ke stejnému číslu z obou stran.
- b) 2. graf, protože se blíží ke stejnému číslu z obou stran.
- c) 1. graf, protože limita neexistuje. Zleva a zprava je to různé.

José: Řešení 1. problému

1

a) 3. Musíme nahradit 1 v $f(x) = 2x + 1$ protože $x \leq 1$

b) 4. Musíme nahradit 2 v $f(x) = 4$ protože $1 < x \leq 2$

José: Řešení 2. problému

2

a1) $X1$, zleva i zprava, blíží se k 1
 $X2$, zleva i zprava, blíží se k 1

a2) $f(x1)$, zleva i zprava, blíží se ke 2

a3) $g(x2)$, zleva se blíží k -1 a zprava se blíží ke 2.

b1) Když se $x1$ blíží k 1, hodnoty $f(x1)$ se blíží ke 2.

b2) Když se $x2$ blíží k 1, hodnoty $g(x2)$ se blíží zleva k -1 a zprava ke 2.

José: Řešení 3. problému

3

a) Graf 3: Když $x = 2$, $y = 2$

b) Graf 2: Když $x = 2$, $y = 5$

c) Graf 1: Limity se zprava a zleva neshodují

OTÁZKY

- 1: U každé aktivity popište matematické pojmy související s limitou funkce v bodě, které každý student (Sára/Luís/José) použil k jejich řešení, a uveďte, zda měli potíže.
- 2: Je možné z popisů toho, jakým způsobem každý student vyřešil tři aktivity, identifikovat určitou charakteristiku porozumění studenta v oblasti limity funkce v bodě? Zdůvodněte svou odpověď na základě pojmů a způsobů reprezentace, které jsou součástí studentského řešení.
- 3: S ohledem na pochopení limity funkce v bodě u každého studenta navrhnete novou aktivitu, která jejich porozumění zlepší. Odůvodněte svůj návrh.

Literatura

Pons, J. (2014). *Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto*. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dr. Ceneida Fernández
Univerzita Alicante (Španělsko)
ceneida.fernandez@ua.es

Vinětu vytvořili:

Ceneida Fernández, M. Mar Moreno a Julia Valls
Univerzita Alicante (Španělsko)

Gloria Sánchez-Matamoros
Univerzita Sevilla (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj schopnosti všímat si

v geometrii na základní škole



Koncept kurzu pro

Rozvoj schopnosti všímat si

v geometrii na základní škole

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj schopnosti všímat si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole, se zaměřením na:

- geometrické uvažování žáků (zájem o něj, jeho interpretace, rozhodování na jeho základě)
- analýzu výukových materiálů a stránek z učebnic (vč. interaktivních)
- analýzu interakcí učitel-žák
- design výukových materiálů (plán výuky), který by podporoval geometrické uvažování žáků

Jaké jsou **související teorie**?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Jakou má kurz **strukturu**?

Časová dotace: 5 bloků po 2 hodinách (celkem 10 hodin)

Struktura: Teoretický úvod o geometrickém uvažování žáků základní školy (různé úrovně vývoje), typy úloh. Využití vinět jako ilustrací.

Každý blok:

- Analýza viněty (v malých skupinkách). Zaměření na analýzu žakovských odpovědí během aktivit, na analýzu geometrických

aktivit z učebnic, na předpovídání možných žákovských odpovědí, na analýzu interakcí a dialogů ve třídě.

- Budoucí učitelé si zaznamenávají odpovědi svých spolužáků a poskytují jim zpětnou vazbu zaměřenou.
- Společná diskuse.

Závěrečná reflexe jednotlivých úloh s vinětami, zpětná vazba, sebehodnocení.

Jaký je **formát** kurzu?
(organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

V nabídce jsou tři různé formáty kurzu:

- Online
- Hybridní
- Prezenční

Jakou podobu (**formu**)
viněty mají:

Viněty mohou být textové nebo obrázkové; také video je možné

- **Popis kontextu**
- **Reprezentace školní praxe.** Například
 - Sada žákovských řešení matematického problému
 - Interakce učitele a žáka během řešení problému
 - Rozhovor více učitelů o výukové situaci
 - Příklady aktivit a hodin z učebnic
- **Pobídky** všimnout si relevantních geometrických didaktických jevů

Kolik vinět je součástí kurzu?
Co je v nich **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

5 vinět ke společným rozborům (1 viněta pro každý blok kurzu). Tematické zaměření vinět:

- **č.1** – Geometrické uvažování žáků. Rozpoznávání vlastností geometrických útvarů.
- **č.2** – Stránky z učebnic a didaktické/interaktivní zdroje.
- **č.3A a 3B** – Předvídání možných žákovských odpovědí (inkluzivní vztahy 2D a 3D útvarů), plánování hodiny.
- **č.4** – Interakce ve třídě, rozhovory, jazyk učitele

K dispozici ke sdílení jsou viněty 1, 3A, 3B a 4.

Viněta 2 není volně dostupná z důvodu autorských práv.

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Viněty vycházejí z autentických výukových situací, byly kompletně převzaty, nebo upraveny. Sada vinět byla vytvořena tak, aby poskytovala bohatý kontext vhodný pro zlepšení diskuse a reflexe budoucích

učitelů, s hlavním zaměřením na rozvoj jejich profesního vidění.

Existuje doplňující textový materiál pro účastníky kurzu?

Teoretický dokument s charakteristikami žákovského uvažování v geometrii, možnostmi jeho rozvoje a s příklady konkrétních činností (Battista, 2012).

Časová

osa kurzu:

Související teorie a způsoby zpracování výukových situací prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic a didaktické/interaktivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě, rozhovory

Viněta 1:
Geometrické myšlení žáků (Rozpoznávání vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A - 3B:
Předvídání možných žákovských odpovědí (inkluzivní vztahy 2D a 3D útvarů)

Literatura

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. Education Studies in Mathematics, 106, 251-270.

Bernabeu, M. & Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. *Educación Matemática*, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S., & Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. *Mathematics*, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*; Sense Publishers.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněť kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Univerzita Alicante
(Španělsko) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno**
a Salvador Llinares. Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozpoznávání vlastností 2D útvarů

a uvažování o nich



Viněta pro

Rozpoznávání vlastností 2D útvarů

a uvažování o nich

“Viněta č. 1”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu **Rozvoj schopnosti všímát si v geometrii na základní škole** (viněta č. 1)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všímát si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole:

- rozbor toho, jak žáci rozpoznávají vlastnosti 2D útvarů a jak o nich uvažují
- rozpoznávání úrovně žákovského porozumění a jeho interpretace (s využitím teoretických znalostí o vývoji znalostí žáků v geometrii)
- rozhodování o dalším průběhu výuky na základě provedené analýzy žákovského porozumění

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou: Odpovědi žáků

Podoba: text a/nebo komiks, video je také možné

- Úkol: Třídění kartiček s obrázky útvarů; některé zobrazené útvary jsou mnohoúhelníky, některé nejsou.
- Odpověď žáka: Odpověď žáka ukazuje, jak žák rozumí pojmu mnohoúhelník (jestli a jak tento pojem a jeho atributy využije při třídění a jeho odůvodnění).

Průvodní otázky: popis situace, rozpoznávání žákovského porozumění, interpretace



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Vytvořená na základě autentických odpovědí
španělských žáků prvního stupně ZŠ.

Jak dlouho zabere práce
s vinětou?

Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60
minut. Celkem – 90 minut

Jaké jsou **související
teorie**?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře /
doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic
a didaktické/ interak-
tivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků
(Rozpoznávání vlastností
2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:
Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

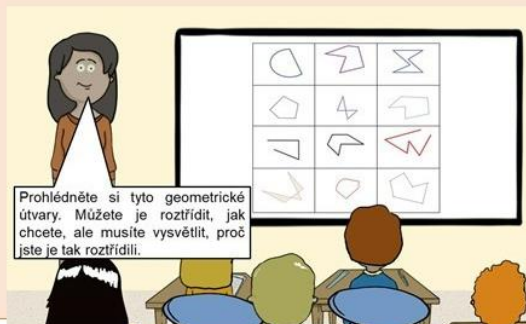
Viněta č. 1

Ana je učitelka ve 2. třídě základní školy.

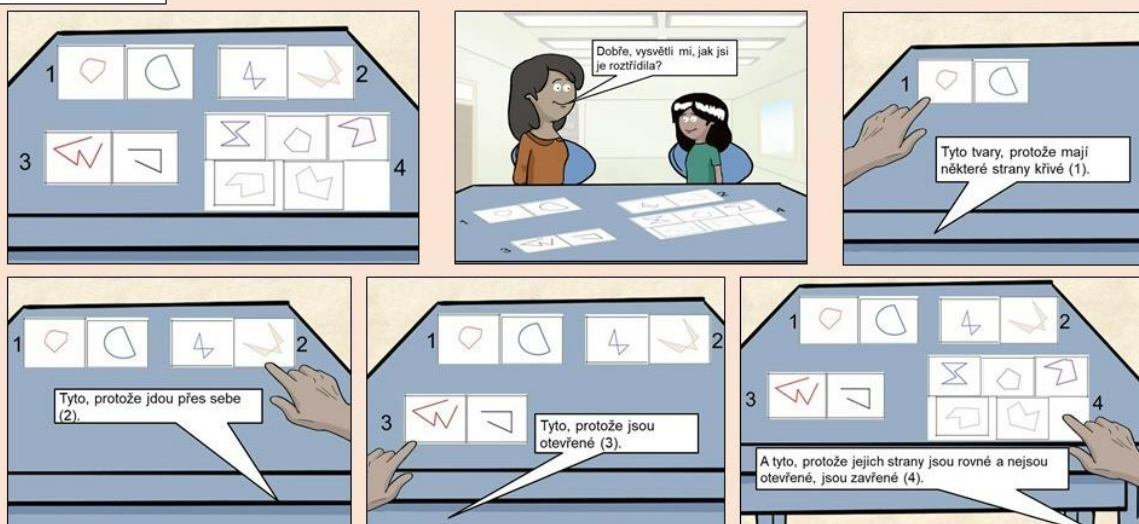
Cílem její vyučovací hodiny je „rozpoznávání vlastností 2D útvarů a uvažování o nich v souladu s budováním pojmu mnohoúhelník“.

Svým žákům zadala následující úkol.

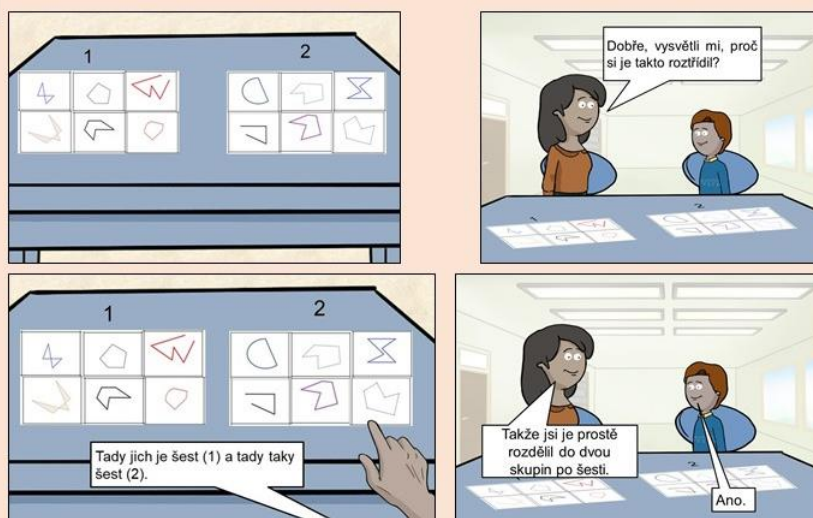
Pak zkontroluje, jak žáci úkol vyřešili.



Žák 1



Žák 2



Žák 3

1 2

Vysvětlí mi, proč jsi je rozdělila takto?

Tyto útvary jsou všechny mnohoúhelníky (1) a tyto nejsou (2).

Jsou všechny tyto útvary mnohoúhelníky (1)?

Ano, jsou to rovinné útvary, jejich strany se nekříží a jsou všechny rovné.

OTÁZKY

- **O1-** Popište aktivitu. Jaké geometrické pojmy a procesy jsou v aktivitě zahrnuty?
 - Určete vlastnosti útvarů, které učitelka předložila žákům.
- **O2-** Popište, jak jednotliví žáci řešili úkol. Identifikujte:
 - Jaké využili geometrické pojmy a procesy? S jakými obtížemi se potýkali?
 - Na jakou úroveň geometrického myšlení byste je umístili? Vysvětlíte proč.
- **O3-** Vzhledem k tomu, na kterou úroveň jste umístili jednotlivé žáky, určete učební cíl pro příští vyučovací hodinu a navrhnete aktivitu (nebo upravte tu Aninu) tak, aby žákům pomohla v rozvoji jejich geometrického myšlení.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Univerzita Alicante
(Španělsko) Melania.bernabeu@ua.es

Vinětu vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno**
a **Salvador Llinares.** Univerzita Alicante (Španělsko)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Předvídání žakovských odpovědí:

Vymezování geometrických útvarů s ohledem na inkluzivní vztahy.

3A: rovinné geometrické obrazce, 3B: geometrická tělesa



Viněta pro

Předvídání žákovských odpovědí: Vymezování geometrických útvarů s ohledem na inkluzivní vztahy. 3A: rovinné geometrické obrazce, 3B: geometrická tělesa

“Viněta č. 3A, č. 3B”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj schopnosti všímat si v geometrii na základní škole (viněta č. 3 – A, B)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všímat si didaktických jevů ve výuce geometrie na základní škole:

- předvídání žákovských odpovědí na různých úrovních porozumění
- rozhodování o dalším průběhu výuky na základě provedené analýzy žákovského porozumění

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Reprezentovány jsou: Odpovědi žáků
Podoba: text a/nebo komiks
Průvodní otázky: popis situace, rozpoznávání žákovského porozumění, interpretace, rozhodování

Jak dlouho zabere práce s vinětou?

Viněta **3A**

- Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
- Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut
- Celkem – 90 minut



Viněta 3B

- Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
- Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut
- Celkem – 90 minut

Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Upravená

Jaké jsou **související
teorie**?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře /
doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic
a didaktické/
interaktivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků (Rozpoznávání
vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:
Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

Viněta č. 3A

Hector profesně vzdělává učitele.

Obsahem dnešní hodiny je studium rysů žákovského geometrického myšlení (v kontextu vymezování mnohoúhelníků s ohledem na jejich inkluzivní vztahy).

Cílem hodiny je:

- **Předvídat žákovské odpovědi na různých úrovních rozvoje geometrického porozumění** (konkrétně při vymezování mnohoúhelníků s ohledem na hierarchické vztahy)
- **Tvořit úlohy** vhodné pro žáky základní školy, vztahující se k vymezování mnohoúhelníků s ohledem na inkluzivní hierarchické vztahy.

Hector zadává následující úkoly:

Jak by mohly vypadat správné odpovědi žáků k tomuto úkolu, vztahujícímu se k úrovni 3 rozvoje geometrického myšlení?

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

```

graph TD
    K[KOSODÉLNÍK] --> KO[KOSOČTVEREC]
    KO --> Č[ČTVEREC]
  
```

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Například...
Karlo, jak jsi odpověděl?

Takže...

Kosodélník je útvar se čtyřmi stranami, které nesvírají pravé úhly, se stejně dlouhými protilehlými stranami a různě dlouhými sousedními stranami.

Kosočtverec je geometrický útvar se čtyřmi stejně dlouhými stranami, které nesvírají pravé úhly.

Čtverec je útvar se čtyřmi stejně dlouhými stranami a čtyřmi pravými úhly.

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Děkuji, Karlo.
Alice, jaká je Tvá odpověď?

Já myslím, že žáci je budou definovat jinak, řekla bych, že ...

Kosodélník je rovnoběžník s protějšími stejnými stranami a úhly.

Kosočtverec je kosodélník se 4 stejnými stranami.

Čtverec je kosočtverec se 4 pravými úhly.

Definujte tři mnohoúhelníky uvedené v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "čtverec je příkladem kosočtverce a kosočtverec je příkladem kosodélníku".

KOSODÉLNÍK
KOSOČTVEREC
ČTVEREC

Dobře, Ikere, co si myslíš ty?

Žák by řekl, že jsou to všechno čtyřúhelníky, protože mají 4 strany a 4 vrcholy, ale

kosodélník má stejné protější strany a úhly

kosočtverec má 4 stejné strany a protější stejné úhly jsou různé

čtverec má stejné strany a úhly

OTÁZKY

- **Q1- IDENTIFIKUJTE A INTERPRETUJTE.** Posuďte odpovědi Karly, Alice and Ikera.
 - Který z budoucích učitelů odpověděl správně? Odůvodněte s ohledem na přesnost definice a na inkluzivní vztahy.
- **Q2- ROZHODNĚTE.** V případech, kdy definice není přesná nebo nereflektuje inkluzivní vztahy správně, navrhněte sérii aktivit, které by žákům pomohly správně pochopit a využívat vlastností mnohoúhelníků při jejich vymezování.

Viněta č. 3B

Hector profesně vzdělává učitele.

Obsahem dnešní hodiny je studium rysů žákovského geometrického myšlení (v kontextu vymezování geometrických těles s ohledem na jejich inkluzivní vztahy).

Cílem hodiny je:

- **Předvídat žákovské odpovědi na různých úrovních rozvoje geometrického porozumění** (konkrétně při vymezování mnohostěnů s ohledem na hierarchické vztahy)
- **Tvořit úlohy** vhodné pro žáky základní školy, vztahující se k vymezování těles s ohledem na inkluzivní hierarchické vztahy.

Hector zadává následující úkoly:

Jak by mohly vypadat správné odpovědi žáků k tomuto úkolu, vztahujícímu se k úrovni 3 rozvoje geometrického myšlení?

Definujte tři tělesa uvedená v diagramu vpravo, pokud uvažujeme, že "krychle je příkladem rovnoběžnostěnu a rovnoběžnostěn je příkladem hranolu".

Diagram:

```

    Hranol
    |
    Rovnoběžnostěn
    |
    Krychle
  
```

Karle, jak jsi odpověděl?

Já myslím, že žák by mohl nabídnout následující definice:

Hranol je nepravidelný mnohostěn, který se skládá ze dvou stejných rovnoběžných stěn zvaných podstavy a bočních stěn, které jsou rovnoběžníky.

Rovnoběžnostěn je šestistranný mnohostěn, ve kterém jsou všechny stěny rovnoběžníky a protější stěny jsou stejné a rovnoběžné.

Krychle je druh pravidelného rovnoběžnostěnu. Je to mnohostěn ohraničený šesti shodnými čtvercovými stěnami.

A ty, Fernando, co si myslíš?

No, já myslím, že žák by mohl nabídnout definice ve směru zdoła nahoru.

- **Krychle** je pravidelný hranol se čtvercovými stěnami;
- **Rovnoběžnostěn** je hranol, ve kterém jsou podstavy a boční stěny rovnoběžné
- **Hranol** je mnohostěn se dvěma rovnoběžnými stejnými stěnami, tvořený základnou a bočními stěnami.

A ty, Roso?

Já myslím, že žák by řekl, že

- **krychle** je rovnoběžnostěn, jehož stěny jsou čtverce
- **rovnoběžnostěn** je hranol, jehož stěny jsou rovnoběžníky
- **hranol** je mnohostěn se dvěma rovnoběžnými a stejnými stěnami (základny) a s bočními stranami tvořenými rovnoběžníky.

OTÁZKY

- **Q1- IDENTIFIKUJTE A INTERPRETUJTE.** Posuďte odpovědi Karla, Fernanda and Rosy.
 - Který z budoucích učitelů odpověděl správně? Odůvodněte s ohledem na přesnost definice a na inkluzivní vztahy.
- **Q2- ROZHODNĚTE.** V případech, kdy definice není přesná nebo nereflexuje inkluzivní vztahy správně, navrhnete sérii aktivit, které by žákům pomohly správně pochopit a využívat vlastnosti mnohostěnů při jejich vymezování.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante (España) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno a Salvador Linares.** Universidad de Alicante (España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Reflexe rozhovorů a interakcí ve třídě

Matematický jazyk učitele



Viněta pro

Reflexe rozhovorů a interakcí ve třídě

Matematický jazyk učitele

“Viněta č. 4”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro první stupeň základní školy (1. až 6. třída; španělský model)

Pozn.: V českém vzdělávacím prostředí kurz vzhledem k rozdílům mezi španělským a českým kurikulem doporučujeme také pro práci s budoucími učiteli matematiky pro druhý stupeň základní školy. Při překladu konceptu kurzu tak byly z názvu i obsahu kurzu odstraněny explicitní odkazy na první stupeň ZŠ.

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu
Rozvoj schopnosti všimát si v geometrii na základní škole (viněta č. 4)

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvoj schopnosti všimát si matematického jazyka učitele ve výuce geometrie na základní škole: slovník, příklady a vysvětlení.
Rozhodování o dalším průběhu výuky na základě žakovského porozumění.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Co je reprezentováno: Jazyk (budoucího) učitele při výuce
Podoba: text a/nebo komiks
Průvodní otázky: popis situace, interpretace

Jak dlouho zabere práce s vinětou?

Rozbor viněty v malých skupinách – 30 minut
Společná diskuse a reakce na rozbor kolegů – 60 minut. Celkem – 90 minut

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Upravená



Jaké jsou **související**
teorie?

Teorie souvisejícího kurzu

Další komentáře
/ doporučení

Viněta je k dispozici ve španělštině, angličtině, češtině
a němčině.

Literatura

Literatura souvisejícího kurzu

Časová

osa kurzu:

Související teorie
a způsoby zpracování
výukových situací
prostřednictvím vinět.

Viněta 2:
Stránky z učebnic
a didaktické/
interaktivní zdroje

Viněta 4:
Interakce ve třídě,
rozhovory

Viněta 1: Geometrické
myšlení žáků (Rozpoznávání
vlastností 2D a 3D útvarů)

Viněta 3A -3B:
Předvídání možných
žakovských odpovědí
(inkluzivní vztahy 2D a 3D
útvary)

Viněta č. 4

Úkol 1

Mnohoúhelníky **Nejsou mnohoúhelníky**

V této aktivitě musíte klasifikovat a vysvětlit, které obrázky jsou mnohoúhelníky a které nejsou.

Na obrázku 4 jsou strany rovné a je to uzavřené, takže to je mnohoúhelník.

Ne.

Proč?

Protože se strany kříží.

Mnohoúhelníky **Nejsou mnohoúhelníky**

Velmi dobře. Pojďme k obrázku 5... to je velmi zvláštní, to není mnohoúhelník.

Ne.

Ne? Proč?

Protože má rovné strany a je uzavřený.

Aha, takže obrázek 4 je mnohoúhelník?

Ne, protože jeho strany se kříží.

Takže proč je obrázek 5 mnohoúhelník?

Protože je uzavřený, jeho strany se nekříží a jsou rovné.

Úkol 2

Může mi někdo říct, co to je čtyřúhelník?

To jsou obrázky se čtyřmi stranami. Ty strany nejsou křivé, jsou uzavřené a v rovině.

Tedy, jinak lze také říct, že...

Že jsou to mnohoúhelníky se čtyřmi stranami.

Velmi správně, protože mnohoúhelník, co to je?

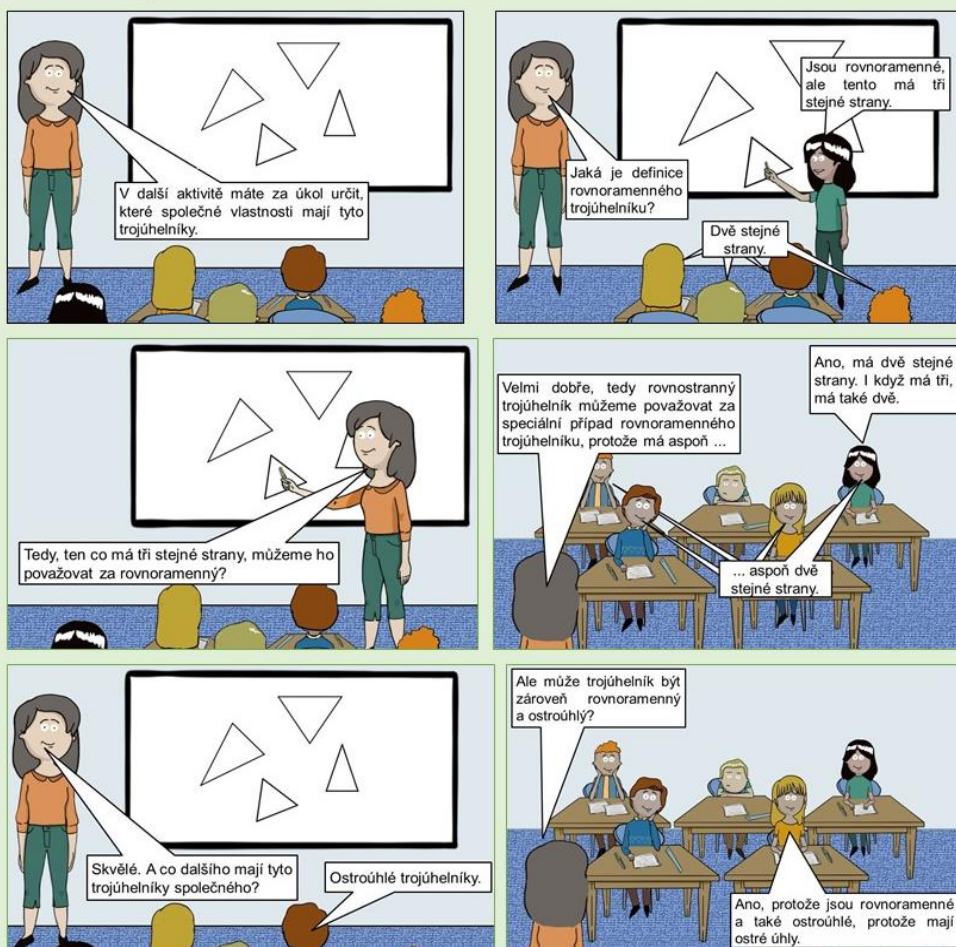
Útvar s rovnými stranami, které se nekříží a jsou uzavřené a v rovině.

Skvělé, takže když to celé vyměníme za slovo mnohoúhelník, tak čtyřúhelník je ...

... mnohoúhelník se čtyřmi stranami.



Úkol 3



OTÁZKY

- C1-** Jaká matematicky relevantní pojmenování, vysvětlení a příklady použila Alicia v jednotlivých situacích?
- C2-** Jaké problémy s učením může pomoci redukovat Alicin přístup k rozhovoru
- (1) z hlediska použitých pojmenování?
 - (2) z hlediska použitých vysvětlení?
 - (3) z hlediska použitých příkladů?
- C3-** Na základě předchozích odpovědí:
- (1) Změnili byste nějaká pojmenování, vysvětlení, příklady použité v jednotlivých situacích?
 - (2) Jak konkrétně byste je změnili? Proč myslíte, že by tyto změny pomohly učení žáků?

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o viněte kontaktujte:

Dra. Melania Bernabeu. Universidad de Alicante
(España) Melania.bernabeu@ua.es

Kurz vytvořili: **Melania Bernabeu, Mar Moreno a Salvador Llinares.** Universidad de Alicante
(España)



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů

a jejich schopnosti analyzovat žákovská

řešení nestandardních slovních úloh



Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti

analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh. Hlavně:

- Jak se řešení úloh a problémů vztahuje ke kurikulu?
- Co to je matematické řešení úloh a problémů?
- Jaké jsou charakteristiky problémových úloh?
- Jaké postupy používají žáci na prvním stupni ZŠ?
- S jakými obtížemi se potýkají?
- Jak je možné žáky podpořit?

Jaké jsou **související teorie**?

Matematické řešení úloh a problémů (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

Jakou má kurz **strukturu**?

Viněty k různým aspektům problematiky se v kurzu využívají jako studijní materiál i jako hodnotící nástroj:

- Na vinětách založený pre-test
- Na vinětách založený studijní materiál
- Na vinětách založený post-test (evaluace kurzu)

Jaký je **formát** kurzu? (organizace výukových jednotek, jejich počet a délka; prezenční/online/hybridní forma)

Délka: 4 týdny (součást vstupního kurzu pro budoucí učitele prvního stupně ZŠ); každý týden tvoří seminář (90 minut) + samostudium

Seminář může být prezenční, nebo on-line



Co je v nich
reprezentováno a v jaké
grafické podobě (video,
text, komiks, kombinace
více forem)?

Reprezentace výukových situací k řešení úloh
a problémů na prvním stupni ZŠ;
Komiksový pás + doprovodné otevřené otázky

Kolik vinět je součástí
kurzu?

16 krátkých vinět pro budování znalostí o různých
strategiích řešení úloh a problémů. 3 komplexnější
viněty pro rozvoj schopnosti analyzovat výukové
situace vztahující se k řešení úloh a problémů. 2 viněty
na evaluaci kurzu

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické, nebo
nově vytvořené?

Jsou založené na literatuře a na autentických
přepisech výuky.

Existuje doplňující textový
materiál pro účastníky
kurzu?

Koncept kurzu a jeho valuace jsou podrobně popsány
v příspěvku:

Friesen, M. & Knox, A. (accepted). Pre-service
teachers learn to analyse students' problem-solving
strategies with cartoons. CERME12 proceedings.

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

**Na vinětách založený post-
test:** znalosti, přesvědčení,
schopnost analyzovat
výukové situace

**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové
situace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Literatura

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). How to evaluate progress in problem solving. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). Problem solving in mathematics education. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschulkinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Získání názorů budoucích učitelů

na používání nestandardních slovních

úloh ve výuce matematiky



Viněta pro

Získání názorů budoucích učitelů na používání

nestandardních slovních úloh ve výuce matematiky

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu **Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žakovská řešení nestandardních slovních úloh**

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako počáteční aktivita na samém začátku kurzu, aby vyvolala názory účastníků kurzu na používání nestandardních slovních úloh v hodině matematiky.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Zviditelnit a zpřístupnit názory, aby bylo možné na nich stavět během kurzu.
- Upozornit účastníky na fakt, že jejich názor (přesvědčení) může ovlivňovat to, jak jednají a rozhodují se při výuce matematiky.
- Představit typické a také protichůdné názory učitelů matematiky na používání nestandardních slovních úloh (na základě literatury)
- Usnadnit diskusi o typických názorech, které představují výzvy při práci s nestandardními slovními úlohami ve třídě.
- Překonat omezené/nevyvážené názory související s používáním nestandardních slovních úloh.
- Podporovat a připravovat používání nestandardních problémů jako základní součásti výuky a studia matematiky ve vlastní výuce budoucích učitelů.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Sedm kreslených postaviček (studentských učitelů) představujících různá (typická) přesvědčení učitelů o používání dané nestandardní slovní úlohy ve třídě.



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Názory uvedené v sedmi jednotlivých bublinách jsou
odvozeny z literatury (Anderson, 2004).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Ne: viněta se používá jako výchozí aktivita na samém
začátku kurzu.

Jaké jsou **související
teorie**?

Vazby mezi používáním přístupů k řešení problémů ve
výuce matematiky na základní škole a názorem
učitelů na roli řešení problémů ve výuce matematiky
(e.g., Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld,
1999; Raymond, 1997)

Další komentáře

Vinětu včetně dotazníku je možné zadat online.

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

**Na vinětách založený
post-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situace

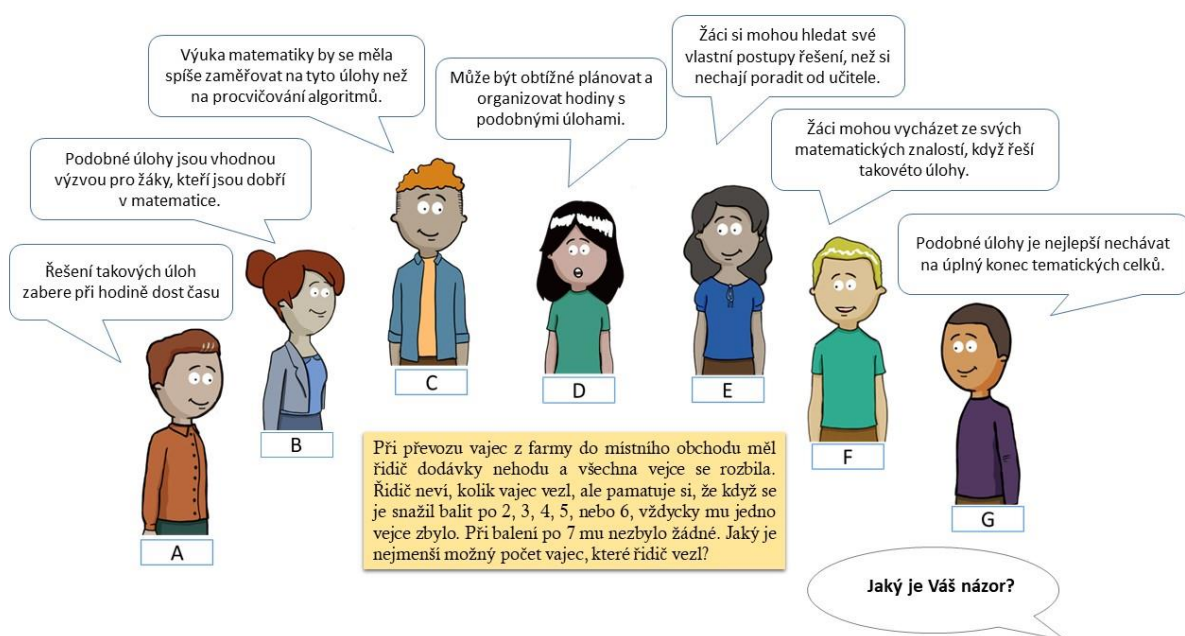
**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situ-
ace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Viněta včetně dotazníku:

Nyní se prosím podívejte na komiks, který představuje komentáře k řešení podobných problémů od několika vašich kolegů. Uvedte, prosím, **do jaké míry** souhlasíte nebo nesouhlasíte s každým z jejich komentářů, a poskytněte **vysvětlení svého rozhodnutí**. Poté prosím napište **komentář** na základě vašeho přesvědčení o účelu začleňování podobných úloh a problémů do výuky.



Bublíny (A-G)	Silně nesouhlasím Nesouhlasím Částečně souhlasím souhlasím Souhlasím					Poskytněte prosím ke každému názoru v bublině vysvětlení založené na Vašem přesvědčení. <i>Pro vysvětlení využijte tolik místa, kolik potřebujete.</i>
	☐	☐	☐	☐	☐	
A	☐	☐	☐	☐	☐	
B	☐	☐	☐	☐	☐	
C	☐	☐	☐	☐	☐	
D	☐	☐	☐	☐	☐	



E	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
F	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
G	☐ ☐ ☐ ☐ ☐	
		<i>Okomentujte prosím Váš názor na zařazování nestandardních úloh a problémů do výuky. Využijte tolik místa, kolik potřebujete.</i>

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. Journal of Mathematical Behaviour, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 550-76.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvíjení znalostí budoucích učitelů

souvisejících se strategiemi žáků základních

škol při řešení slovních úloh



Viněta pro

Rozvíjení znalostí budoucích učitelů souvisejících se

strategiemi žáků základních škol při řešení slovních úloh

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh (jako viněta č. 2)

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako učební materiál k ilustraci zpětného procházení úlohou jako typické strategie řešení problémů.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Rozvíjet odborné znalosti o různých strategiích řešení matematických problémů, které se již týkají dětí na základní škole

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Velmi krátký scénář ve třídě s učitelem (stanovení úkolu) a studentem (řešení úkolu pomocí konkrétní strategie).

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Situace znázorněná na vinětě je sepsána na základě literatury (strategie řešení problémů používané dětmi základních škol; Häring, 2016).

Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Ano, protože tato viněta je součástí konceptu kurzu "Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh", jsou v kurzu související články z časopisů a kapitoly z učebnic.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických úloh na základní úrovni: Nestandardní slovní úlohy a jaké strategie používají žáci na prvním stupni ZŠ k jejich řešení (Häring, 2016)

Další komentáře

V průběhu kurzu bylo 16 takových krátkých vinět využito k ilustraci různých strategií řešení problémů, které řeší žáci na základní škole (např. sestavení tabulky, nakreslení obrázku nebo hledání vzoru atd.)

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

**Na vinětách založený
post-test:** znalosti,
přesvědčení,
schopnost analyzovat
výukové situace

**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnosti
analyzovat výukové situ-
ace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010.

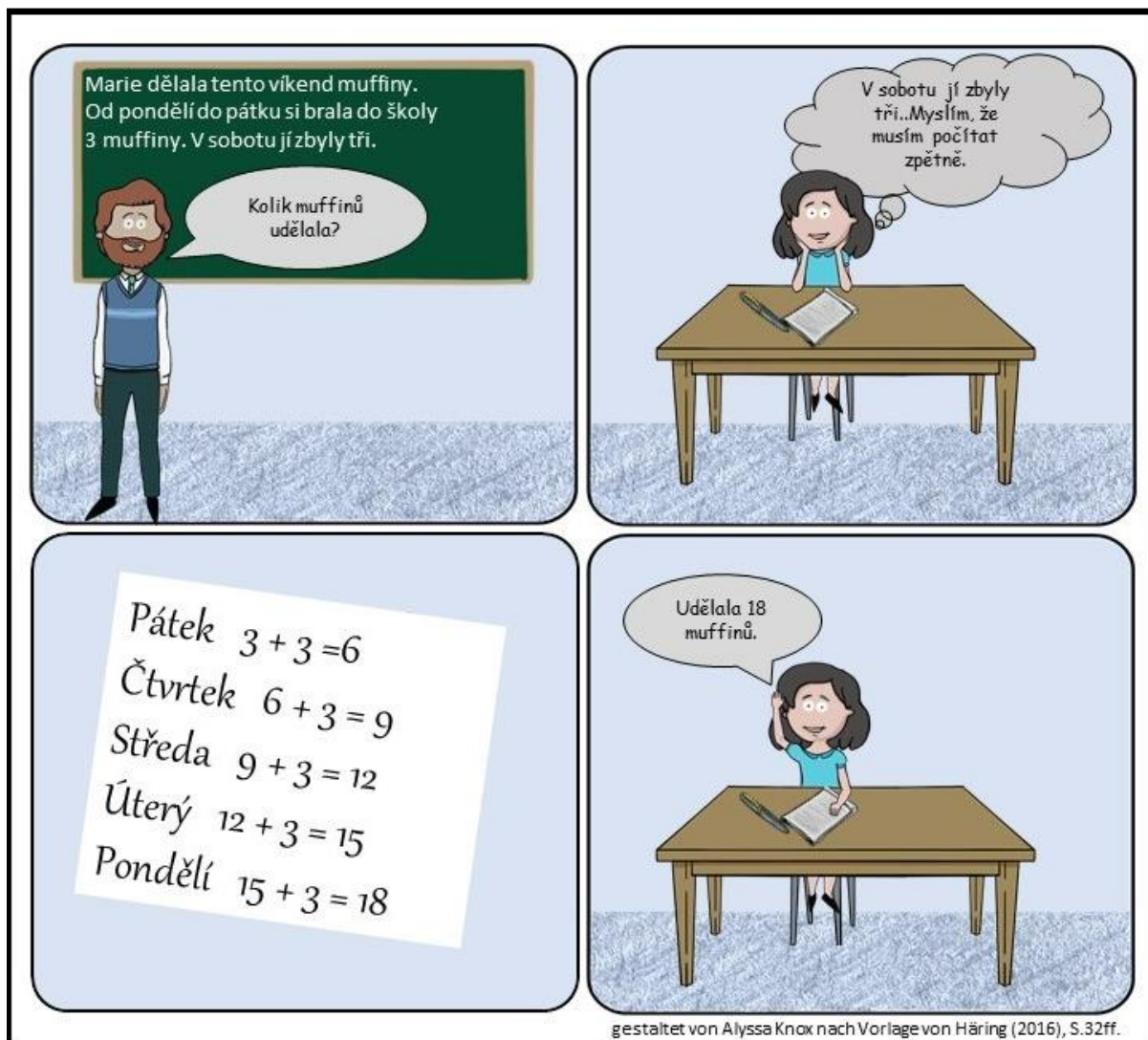
Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. Journal of Mathematical Behaviour, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 550-76.

Viněta včetně otázek (jak se používá v kurzu)

- Popište prosím: Co zahrnuje strategie zpětného procházení úlohou a jak dívka řeší úkol pomocí této strategie?
- Jaké charakteristiky úlohy činí použití této strategie vhodným a efektivním?
- Existuje nějaká jiná strategie řešení problémů, která by zde byla vhodná a proč?



Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

Marita Friesen & Karen Skilling:

- friesen@ph-heidelberg.de
- karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení budoucích učitelů,

jejich znalostí, schopnosti analyzovat

žakovská řešení slovních úloh



Viněta pro

Hodnocení budoucích učitelů, jejich znalostí,

schopnosti analyzovat žákovská řešení slovních úloh

“Viněta s kuličkami”

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta je využívána pro evaluaci v průběhu kurzu, a také jako výchozí bod pro diskusi o různých přístupech k obtížím s porozuměním, se kterými se mohou žáci setkat při řešení úloh a problémů.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Revize znalostí o možných žákovských obtížích při řešení nestandardních úloh a problémů, typická charakteristika nestandardních úloh
- Diskuse různých přístupů, jak podporovat žáky při řešení slovních úloh
- Rozvoj schopnosti analyzovat výukové situace při řešení úloh a problémů (analyzovat žákovská řešení, možné zdroje nepochopení a chyb apod.)
- Rozvoj a reflexe různých přístupů k rozhodování ve specifických výukových situacích, podpora žáků prvního stupně základní školy směřující k využívání různých strategií řešení

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Krátký záznam výukové situace se dvěma žáky a učitelkou; žáci si nedokáží poradit s danou slovní úlohou; budoucí učitelé jsou požádáni, aby převzali roli učitele a pokračovali v situaci, aby uvedli důvody pro jejich přístup.



Je viněta převzatá,
upravená, autentická,
nebo nově vytvořená?

Situace je vytvořená na základě literatury (úloha
a možné žákovské obtíže) (Stern, 1998; Hasemann &
Gasteiger, 2020).

Existuje doplňující
textový materiál pro práci
s vinětou?

Ano, jelikož viněta je součástí kurzu

Jaké jsou **související
teorie**?

Matematické řešení úloh a problémů na prvním stupni
základní školy:
Nestandardní slovní úlohy; charakteristiky úloh, jež
způsobí, že jednoduše vypadající úloha je ve
skutečnosti obtížná na vyřešení (Stern, 1998; Hase-
mann & Gasteiger, 2020)

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky
úlohy na žákovské
strategie.

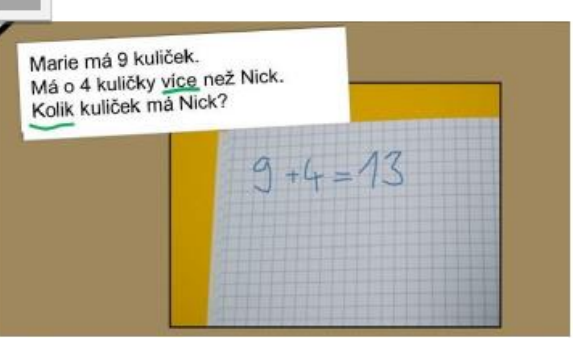
**Na vinětách založený
post-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situace

**Na vinětách založený
pre-test:** znalosti,
přesvědčení, schopnost
analyzovat výukové situ-
ace

16 krátkých vinět
pro budování
znalostí o různých
strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti
analyzovat výukové
situace

Viněta s kuličkami

1  Můžete prosím zkontrolovat naše řešení?	2  Marie má 9 kuliček. Má o 4 kuličky <u>více</u> než Nick. Kolik kuliček má Nick? $9 + 4 = 13$
3  No, měli byste se znovu podívat na zadání a přestat si ho opravdu pečlivě...	4  Ale my jsme to četli pečlivě a podtrhli jsme si všechna důležitá matematická slova... Takže naše řešení není správné?
Jak byste postupovali dál a proč? • Převzmete roli učitele a napište, jak by měl rozhovor dále pokračovat, abyste ukázali, jak je v dané situaci možné podpořit žáky při řešení úlohy. • Svá rozhodnutí podrobně vysvětlíte.	

Literatura

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení analýzy a rozhodování budoucích

učitelů souvisejících s řešením nestandardních

problémů žáky základní školy



Viněta pro

Hodnocení analýzy a rozhodování budoucích učitelů souvisejících

s řešením nestandardních problémů žáky základní školy

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé prvního stupně ZŠ: 1. – 4. třída; žáci ve věku 6-10 let. (německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh

V jakém **kontextu** je viněta využívána?

Viněta se používá jako závěrečný test pro hodnocení vlivu kurzu na jeho účastníky. Konkrétně sleduje změny v názorech a znalostech o strategiích řešení nestandardních problémů žáky základní školy, o důvodech žákovských obtíží, o možnostech podpořit učení žáků.

Během kurzu byly použity dvě podobné komplexní viněty jako výchozí bod pro diskuse o různých strategiích řešení používaných žáky, o možných obtížích a různých přístupech k podpoře žákovského porozumění.

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

Zhodnotit analýzu a rozhodování budoucích učitelů ohledně řešení nestandardních slovních úloh žáky základních škol na konci kurzu.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

Komiksový scénář třídy s jedním studentem a učitelem: žák má potíže s danou slovní úlohou, učitel se snaží pomoci; učitelé přípravného vzdělávání jsou požádáni, aby analyzovali potíže a učitelem poskytnutou podporu; jsou požádáni o možné alternativní způsoby jednání, které by žákovi usnadnily řešení nestandardní slovní úlohy samostatně.

Je viněta převzatá, upravená, autentická, nebo nově vytvořená?

Situace znázorněná na vinětě je napsána na základě literatury (Rasch, 2016: přepis autentické interakce mezi studentem a učitelem včetně dialogů, materiálů a poznámek studentů).



Existuje doplňující textový materiál pro práci s vinětou?

Ano, protože tato viněta je součástí konceptu kurzu "Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a jejich schopnosti analyzovat žákovská řešení nestandardních slovních úloh", jsou v kurzu související články z časopisů a kapitoly z učebnic.

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických úloh na základní úrovni:
Řešení nestandardních úloh a s tím související interakce mezi studentem a učitelem, potíže studenta a podpora poskytnutá učitelem (Rasch, 2016)

Časová

osa kurzu:

Viněta s kuličkami:
vliv charakteristiky úlohy na žákovské strategie.

Na vinětách založený post-test: znalosti, přesvědčení, schopnost analyzovat výukové situace

Na vinětách založený pre-test: znalosti, přesvědčení, schopnost analyzovat výukové situace

16 krátkých vinět
pro budování znalostí o různých strategiích řešení

3 komplexnější viněty
pro rozvoj schopnosti analyzovat výukové situace

Viněta včetně otázek (jak se používá na konci kurzu)

V následující situaci ze druhé třídy hledá Max řešení slovní úlohy a paní učitelka se mu snaží pomáhat. Pročtěte si pozorně celý komiks a odpovězte na následující otázky:

- Jaké strategie řešení úloh May používá?
- Jaké jiné strategie by mohl použít?
- Jak učitelka Maxe podporuje?
- Z perspektivy učitele: Jak byste sami reagovali? Proč?
- Sestavte svůj komiks, ve kterém situaci zakončíte alternativním způsobem





designed by Alyssa Knox based on Rasch, 2016, p. 18ff; cartoon characters drawn by Michael Weninger

Literatura

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschulkinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.] Klett.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětě kontaktujte:

- **Marita Friesen**, friesen@ph-heidelberg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace

v aritmetice u budoucích učitelů:

téma Dělitelnost



Koncept kurzu pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice

u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy (5. až 8. třída)

(německý model)

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

- Aktivace a hodnocení matematických znalostí obsahu (předchozích znalostí ze střední školy)
- Rozvoj znalostí obsahu v aritmetice (úvod do teorie čísel) u budoucích učitelů (zde: zaměření na téma dělitelnosti) => rozvoj znalostí obsahu vztahujících se k tématům kurikula základní školy jako podklad pro výuku matematiky na základní škole
- Seznámení se s typickými chybami a mylnými představami a přemýšlení o nich v kontextu vlastní profesní přípravy
- Zlepšení kvality obsahově zaměřené argumentace s vrstevníky

Concept Cartoons jsou využity jako studijní materiál a jako nástroj pro formativní hodnocení během kurzu.

Jaké jsou **související teorie**?

Rozvoj znalostí obsahu vztahujících se k tématům kurikula (např. Dreher a kol., 2018).

Práce s chybou / učení se z chyb ve výuce matematiky (např. Heinze, 2005).

Argumentace ve výuce matematiky (např. Sriraman & Umland, 2014).

Concept Cartoons jako vzdělávací pomůcka ve vzdělávání budoucích učitelů (např. Samková, 2021)

Jakou má kurz **strukturu** a **formát**?

- Délka kurzu: jeden semestr (12-14 týdnů, jedno setkání týdně, 90 minut online nebo prezenčně)
- Týdenní lekce jsou doplněny samostatným studiem materiálů, které mj. obsahují úkoly k odevzdání do dalšího týdne a jsou



známkovány vyučujícím kurzu (např. odpovídat na otázky vztahující se k vinětám ve formě Concept Cartoons, předvést důkaz zadaného tvrzení různými důkazovými technikami).

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks,
kombinace více forem)?

Skupina budoucích učitelů, každý z nich reagující na matematické tvrzení, úkol, nebo otázku (např. **Je číslo 1764 dělitelné 18?**)

Výběr typických správných, nesprávných, správně odůvodněných, nesprávně odůvodněných, nejasných nebo nekompletních reakcí umístěných v bublinách u komiksových postav.

Kolik vinět je součástí kurzu?

3 obrázky Concept Cartoons na různá témata vztahující se ke znalostem o dělitelnosti:

- **Je číslo 1764 dělitelné 18?**
- **Je poslední číslice daného čísla 0? (Číslo je vyjádřeno kanonickým rozkladem.)**
- **Kolik dvojciferných čísel má přesně pět dělitelů?**

Jsou viněty převzaté,
upravené, autentické, nebo
nově vytvořené?

Concept Cartoons byly vytvořeny hlavně na základě literatury a částečně převzaté z vlastních zkušeností z výuky. Každý z nich představuje typické správné, nesprávné, správně odůvodněné, nesprávně odůvodněné, nejasné nebo nekompletní odpovědi budoucích učitelů v oblasti aritmetiky a základů teorie čísel.

Další komentáře

Doporučujeme použít podobné Concept Cartoons vztahující se k dalším aspektům dělitelnosti také pro hodnocení profesních kompetencí budoucích učitelů a jejich rozvoje, na konci kurzu a jako způsob hodnocení kurzu. Concept Cartoons mohou být využity při písemných i ústních zkouškách.



Časová

osa kurzu:

Dělitelnost: první téma v kurzu aritmetiky, **1.-3. týden**

Ostatní témata kurzu, **4.-12. týden**

2. týden:
Concept Cartoon (2);
domácí úkol / formativní
hodnocení

3. týden:
Concept Cartoon (3);
domácí úkol / formativní
hodnocení

1. týden:
Concept Cartoon (1);
seznámení se s Concept
Cartoons, revize znalostí
ze střední školy

Písemný test
(může obsahovat Concept
Cartoons)

Literatura

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European

Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens
ralf.eren@ph-freiburg.de



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace

v aritmetice u budoucích učitelů:

téma Dělitelnost



Viněta pro

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice

u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Jaká je **cílová skupina** viněty?

Budoucí učitelé matematiky pro

- první stupeň základní školy (1. až 4. třída)
- druhý stupeň základní školy (5. až 8. třída)

(německý model)

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Ano, je součástí kurzu:

Rozvoj znalostí obsahu a argumentace v aritmetice u budoucích učitelů: téma Dělitelnost

Pozn.: V tomto souboru je představena sada tří vinět, přičemž třetí viněta má dvě možné verze různé obtížnosti.

V jakém **kontextu** jsou viněty využívány?

Viněty jsou využívány jako příležitost k učení a pro formativní hodnocení; pro posouzení znalostí a průběhu učení u budoucích učitelů ve vztahu k tématu dělitelnosti, podtématu kurzu aritmetiky (základů teorie čísel).

Jaké jsou **vzdělávací cíle**?

- Na začátku kurzu: zopakovat znalosti o dělitelnosti ze střední školy => získat vhled to znalostí budoucích učitelů, na kterých bude možné v univerzitním kurzu stavět
- Ohodnotit, co se budoucí učitelé během kurzu na téma dělitelnosti naučili (formativní hodnocení)
- Seznámit se s typickými chybami a miskoncepce a přemýšlet o nich v kontextu vlastní profesní přípravy
- Posílit kvalitu obsahově zaměřené argumentace

Reflektovat své učení se za pomoci obrázků Concept Cartoons

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, kombinace více forem)?

- Skupina budoucích učitelů matematiky, každý z nich reagující na matematické tvrzení, úlohu nebo otázku (např. **Je číslo 1764 dělitelné 18?**)

- Výběr typických správných, nesprávných, správně odůvodněných, nesprávně odůvodněných, nejasných nebo nekompletních reakcí umístěných v bublinách **u jednotlivých komiksových postav**.
- Čtyři otevřené návodné otázky směřující budoucí učitele k analýze a reflexi

Jsou viněty převzaté, upravené, autentické, nebo nově vytvořené?

Concept Cartoons byly vytvořeny hlavně na základě literatury a částečně převzaté z vlastních zkušeností z výuky. Každý z nich představuje typické správné, nesprávné, správně odůvodněné, nesprávně odůvodněné, nejasné nebo nekompletní odpovědi budoucích učitelů v oblasti aritmetiky a základů teorie čísel.

Jaké jsou **související teorie**?

- **Rozvoj znalostí obsahu** vztahujících se tématům kurikula (např. Dreher a kol., 2018)
- **Práce s chybou / učení se z chyb** ve výuce matematiky (např. Heinze, 2005)
- **Argumentace** ve výuce matematiky (např. Sriraman & Umland, 2014)
- **Concept Cartoons** jako vzdělávací pomůcka ve vzdělávání budoucích učitelů (např. Samková, 2021)

Další komentáře / doporučení

Pro práci s vinětami jsou nejvhodnější malé skupiny, které dokáží (1) podpořit diskusi o různých přístupech reprezentovaných postavkami komiksu a (2) zlepšit argumentaci během této diskuse.

Ukázky odpovědí budoucích učitelů na otázky k úlohám Concept Cartoons z tohoto kurzu a jejich analýzu naleznete zde:

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>



Umístění vinět

v kurzu:

Dělitelnost: první téma v kurzu aritmetiky, **1.-3. týden**

Ostatní témata kurzu, **4.-12. týden**

2. týden:

Concept Cartoon (2);
domácí úkol / formativní
hodnocení

3. týden:

Concept Cartoon (3);
domácí úkol / formativní
hodnocení

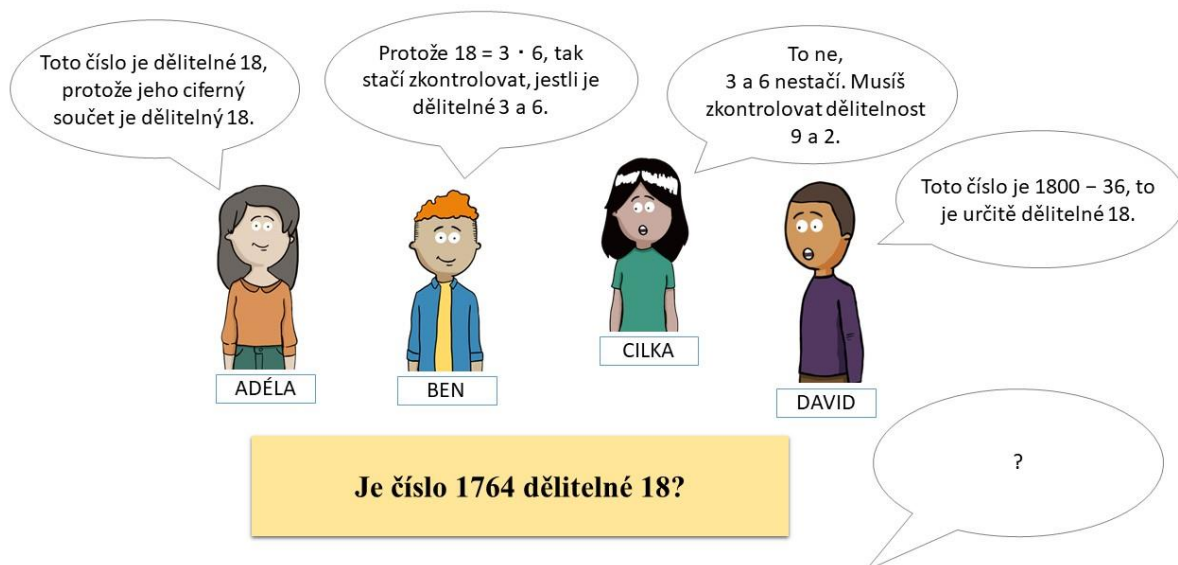
1. týden:

Concept Cartoon (1);
seznámení se s Concept
Cartoons, revize znalostí
ze střední školy

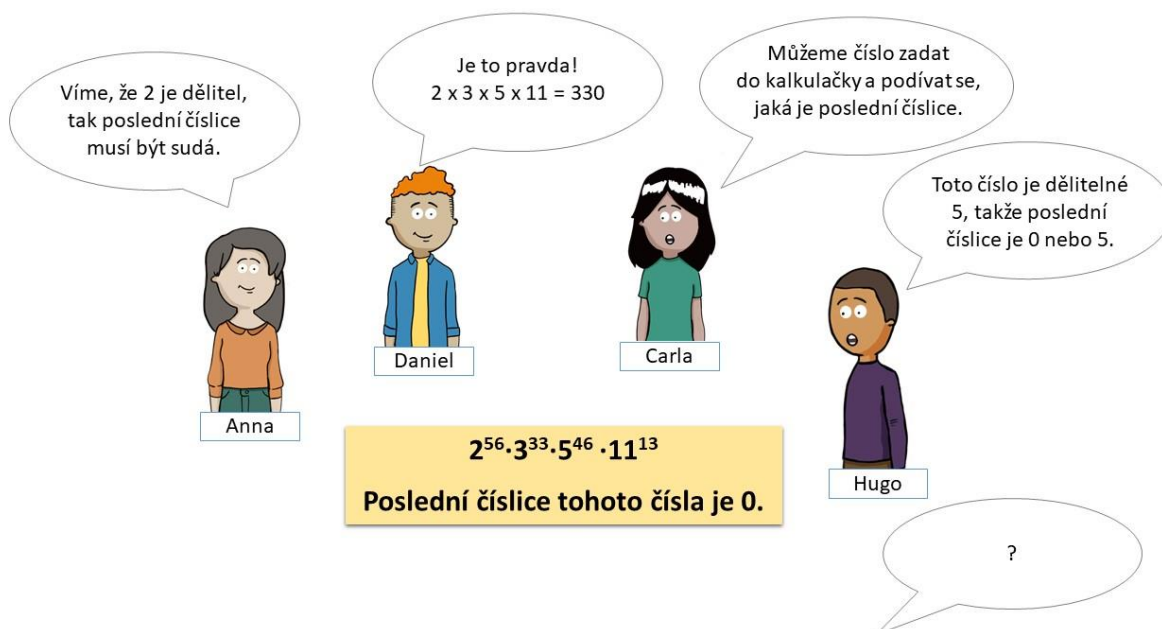
Písemný test

(může obsahovat Concept
Cartoons)

Concept Cartoon 1



Concept Cartoon 2



Concept Cartoon 3



Concept Cartoon 3 – Obměna



Doprovodné otázky (pro každý z obrázků 1-3):

Na obrázku vidíte skupinu budoucích učitelů, kteří diskutují o úloze ve žlutém rámečku. Přečtěte si jejich komentáře uvedené v bublinách a odpovězte na následující otázky:

- Jaké myšlenky mohou být za komentáři jednotlivých učitelů?
- Jak jim můžete pomoci (1) opravit jejich komentáře (2) zlepšit jejich argumentaci?
- Do prázdné bubliny napište SVŮJ vlastní komentář.
- Co myslíte: Jak Vám může práce s obrázky Concept Cartoons pomoci při učení se o dělitelnosti čísel?

Literatura

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. In Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03744863>

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences. <https://erie.pef.czu.cz/en/r-18415-proceedings-2022/proceedings-2022.html>

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o vinětech kontaktujte:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.erens@ph-freiburg.de

Libuse Samkova

lsamkova@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Koncept kurzu pro

Rozvoj profesních znalostí

budoucích učitelů a zkoumání

jejich přesvědčení o přístupech

k výuce nestandardních úloh



A Course Concept for

Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich

přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Jaké jsou **vzdělávací cíle** kurzu?

Rozvoj profesních znalostí (znalostí obsahu a didaktických znalostí obsahu) a přístupy k výuce pro podporu hloubkového učení.
Zahrnuje:

- Jakým způsobem je začleněno do učebních osnov řešení problémů a nestandardních úloh?
- Co to je řešení matematických problémů?
- Jaké jsou hlavní charakteristiky procesu řešení problémů a nestandardních úloh?
- Jak mohou být modelovány a používány vhodné strategie řešení?
- Jak je možné podporovat autoregulaci a metakognitivní procesy?
- Jaké jsou předpokládané obtíže? (pro výuku i pro studenty)
- Jak mohou učitelé vhodně podporovat zkušenosti žáků při řešení problémů a nestandardních úloh?

Jaké jsou **související teorie**?

Řešení matematických problémů (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999); Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014); Verschaffel et al., 1999).

Jakou má kurz **strukturu**?

Viněty, které se zabývají různými aspekty obsahu kurzu, se používají jako učební materiál a jako nástroj pro hodnocení kurzu:

- úvodní společná diskuze na základě viněty
- výukový materiál založený na vinětě (individuální práce)
- závěrečná společná diskuze na základě viněty



Jaký je **formát** kurzu?

Délka: Kurz Matematika PGCE probíhá po dobu 10 měsíců. Třetinu tohoto času tráví účastníci kurzu návštěvou univerzitních seminářů a kurzů, zbytek času ve školách. Univerzitní lekce se konají hlavně v prvních 4 měsících kurzu a pokrývají celou řadu výukových materiálů. Viněty jsou používány v některých výukových relacích, aby odpovídaly tématu a probíraným pedagogickým záležitostem.

Sezení mohou být **online** nebo **prezenční (preferováno)**.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě** (video, text, komiks, nebo kombinace více forem)?

Reprezentace výukových situací týkajících se řešení problémů a nestandardních úloh;

Komiks s textem + doprovodné otevřené otázky

Kolik vinět je součástí kurzu?

3 až 4 krátké viněty pro budování znalostí, získávání názorů budoucích učitelů a analýzu výukových situací.

Jsou viněty **převzaté, upravené, autentické,** nebo **nově vytvořené?**

Vycházejí z literatury nebo z autentických prepisů hodin a zkušeností.

Další **komentáře:**

Viněty jsou vytvořeny pro praktické použití a výzkumné účely, na základě pravidel a doporučení uvedených v tomto dokumentu:
<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu

budoucích učitelů; zkoumání jejich názorů

na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ



Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu budoucích učitelů;

zkoumání jejich názorů na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ

“Viněta o obsahu a obvodu” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu

“Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh”.

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnícení diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby si přečetli rozhovor na vinětě
- Zeptejte se jich, co vidí jako kognitivní požadavky dvou různých typů předložených úloh.
- Požádejte je o vyjádření k hloubce myšlení a přemýšlení, kterou mohou takové různé typy úloh vyvolat u žáků.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.



Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(video, text, komiks, nebo
kombinace více forem)?

Dvě viněty s výukovými situacemi. Začínající učitel předkládá jednu sadu úloh „procedurálního“ nebo rutinního typu. Další sadu nestandardních úkolů předkládá zkušenější učitel. Budoucímu učiteli jsou kladeny otázky, aby záměrně vyprovokovaly jeho přesvědčení, co by si žák mohl myslet, co si myslí fiktivní učitelé.

Jsou tyto viněty
**převzaté, upravené,
autentické nebo nově
vytvořené?**

Viněty byly nově vytvořeny

Existuje **doplňující
textový materiál**
pro účastníky kurzu?

Ne, viněty jsou samostatné, ale jsou součástí rozvoje profesních znalostí budoucích učitelů a jako takové využívají různé typy úkolů (standardní, nestandardní).

Jaké jsou **související
teorie?**

Didaktické znalosti obsahu a znalosti obsahu
v matematice.

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy
učitele k výuce

Metodologický rámec pro využívání vinět



“Viněta o obsahu a obvodu” (2.st. ZŠ)

Viněta o obsahu a obvodu

Ahoj, myslím, že tyto otázky opravdu upevní chápání obsahu a obvodu u mých žáků, co myslíš?

Slečna Blue má vlastně pravdu

Najděte obsah a obvod každého tvaru.

(1) 9 cm
7 cm

Perimeter: _____
Area: _____

(5) 4 m
2 m 2 m 5 m

Perimeter: _____
Area: _____

(2) 4 cm
4 cm 8 cm 6 cm

Perimeter: _____
Area: _____

(6) 8 mm
5 mm

Perimeter: _____
Area: _____

Hmmm... Myslím, že si to tím procvičí, ale co nám to řekne o tom, čemu žáci skutečně rozumí?

Viněta o obsahu a obvodu

Díky, tohle mě nenapadlo, ale vidím, že se nabízejí různé možnosti

Například tyto úlohy. Mohla bych je využít pro zjištění, co studenti vědí, jak si různé znalosti propojují a jak si je rozvíjejí

Obsah cesty je 32 m² a obvod šedé plochy je 28 m, jak široká je cesta?

Co můžete říci o tomto tvaru?

Jakým způsobem zjistím obsah tohoto nakloněného čtverce?

Odpovězte prosím na následující otázky:

Q1. Vysvětlete, v čem se tyto dvě sady úloh liší.

Q2. Vyberte jeden příklad z druhé sady úloh a vysvětlete, jak by k němu žáci mohli přistupovat.

Q3. Co byste mohli vyvodit o přesvědčení uvedených dvou učitelů, pokud jde o porozumění jejich žáků, s ohledem na průběh zaznamenané diskuse?



Literatura

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu

budoucích učitelů; zkoumání jejich názorů

na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ



A Vignette for

Hodnocení (didaktických) znalostí obsahu budoucích učitelů;

zkoumání jejich názoru na různé přístupy k výuce na 2. st. ZŠ

“Viněta o shodném trojúhelníku” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 8. – 10. třída; žáci ve věku 13-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu
Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnícení diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby si přečetli rozhovor na vinětě
- Zeptejte se jich, co vidí jako kognitivní požadavky předložené úlohy.
- Požádejte je o vyjádření k hloubce myšlení a přemýšlení, kterou může takový typ úloh vyvolat u žáků.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.

Co je **reprezentováno** a v jaké **grafické podobě**

Jedna viněta s výukovou situací. Žáci mají za úkol replikovat skrytý trojúhelník. Žáci mezi sebou diskutují o tom, co vědí, a poté položí učiteli upřesňující otázku.

Učitel poskytuje některé další informace související s tématem. Budoucí učitelé (účastníci kurzu) jsou požádáni, aby odpověděli na čtyři otázky: ze svého pohledu, z pohledu žáků a z pohledu učitele.

Je tato viněta **převzatá, upravená, autentická** nebo **nově vytvořená**?

Viněta byla vytvořena na základě zkušeností z výuky a z učebnic.

Existuje **doplňující textový materiál** pro účastníky kurzu?

Ne, tato viněta je samostatná, ale je součástí rozvoje profesních znalostí budoucích učitelů a využívá různé typy úkolů (standardní a nestandardní).

Jaké jsou **související teorie**?

Didaktické znalosti obsahu a znalosti obsahu v matematice.

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy učitele k výuce.

Metodologický rámec pro využívání vinět.

“Viněta o shodném trojúhelníku”



Budoucí učitelé jsou požádáni, aby odpověděli na otázky 1-4

1. Jaké konkrétní informace mohou žáci potřebovat k narýsování trojúhelníku paní Tee?
2. Jaké podmínky si myslíte, že by si žáci mohli stanovit jako první ... potom jako druhé a tak dále? Vysvětlete prosím, proč si to myslíte.
3. Jakou nejednoznačnou podmínku by žáci mohli identifikovat a jak byste ji vysvětlili, kdyby byla zmíněna v hodině, kterou jste vyučovali?
4. Spíše než aby začala hodinu uvedením podmínek pro stanovení shodných trojúhelníků, paní Tee požádala studenty, aby určili, jaké informace o trojúhelnících potřebují, a prokázali shodu. Jaký typ myšlenkových procesů důležitých v geometrii se tímto způsobem podle vás paní Tee snažila podporovat?

Literatura

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digitální podpora pro společnou
reflexi matematických výukových
situací učitelů

Viněty
v pregraduální přípravě učitelů
a v dalším vzdělávání učitelů

Viněta pro

Hodnocení znalostí budoucích učitelů a jejich

rozhodování souvisejícího s řešením

nestandardních úloh na 2. st. ZŠ



Viněta pro

Hodnocení znalostí budoucích učitelů a jejich rozhodování

souvisejícího s řešením nestandardních úloh na 2. st. ZŠ

“Viněta o prodeji vajec” (2.st. ZŠ)

Jaká je **cílová skupina** kurzu?

Budoucí učitelé druhého stupně ZŠ: 7. – 10. třída; žáci ve věku 12-15 let (britský model).

Je tato viněta **součástí kurzu**?

Je součástí kurzu
Rozvoj profesních znalostí budoucích učitelů a zkoumání jejich přesvědčení o přístupech k výuce nestandardních úloh

V jakém **kontextu** se viněta používá?

Viněta se používá pro podnícení diskuse a pro hodnocení pokroku budoucích učitelů ohledně charakteristik úloh nestandardního typu. Je to také výchozí bod pro diskuse o různých výhodách a nevýhodách využívání standardních versus nestandardních úloh ve výuce.

Jaké jsou **vzdělávací cíle** viněty?

- Požádejte budoucí učitele, aby úlohu vyřešili a identifikovali typické charakteristiky nestandardních úloh
- Zeptejte se jich na znalosti obsahu, které potřebovali k vyřešení problému, a na strategie řešení, které použili (kognitivní zapojení)
- Zeptejte se jich, jak by modelovali řešení tohoto problému pro konkrétní ročník 2. st. ZŠ
- Požádejte je, aby si přečetli komentáře sedmi fiktivních budoucích učitelů a míru svého souhlasu s jednotlivými komentáři vyjádřili na Likertově škále.
- Reflektujte různé přístupy k rozhodování v konkrétních výukových situacích, možnosti a výzvy využívání nestandardních problémů, hlavně reflektuje konkrétní způsoby, jak je možné podporovat žáky v systematickém používání různých strategií.

Co je **reprezentováno**
a v jaké **grafické podobě**
(*video, text, komiks nebo
kombinace více forem*)?

Jedna viněta s úlohou a sedmi fiktivními komentáři
k jejímu řešení. Komentáře záměrně vyvolávají
představy budoucích učitelů o řešení nestandardních
úloh a problémů.

Je tato viněta **převzatá,**
upravená, autentická
nebo **nově vytvořená?**

Komentáře záměrně vyvolávají představy budoucích
učitelů o tom, jestli je řešení nestandardních úloh
vhodné pro určité skupiny žáků (např. pro žáky
nadprůměrně úspěšné v matematice), kdy
nestandardní úlohy zařazovat do výuky (např. na
konec tématu), s jakými výzvami je takové zařazování
spojeno (např. časová náročnost plánování
a organizace výuky). Názory byly čerpány
z předchozích výzkumů (Anderson, Sullivan & White,
2004). Účastníci kurzu byli požádáni, aby uvedli své
vlastní názory.

Existuje **doplňující**
textový materiál
pro účastníky kurzu?

Ne, tato viněta je samostatná, ale je součástí rozvoje
odborných znalostí budoucích učitelů a analýzy
studentských řešení (nestandardních) slovních úloh.

Jaké jsou **související**
teorie?

Řešení matematických úloh a problémů

Standardní a nestandardní slovní úlohy; přístupy
učitele k výuce

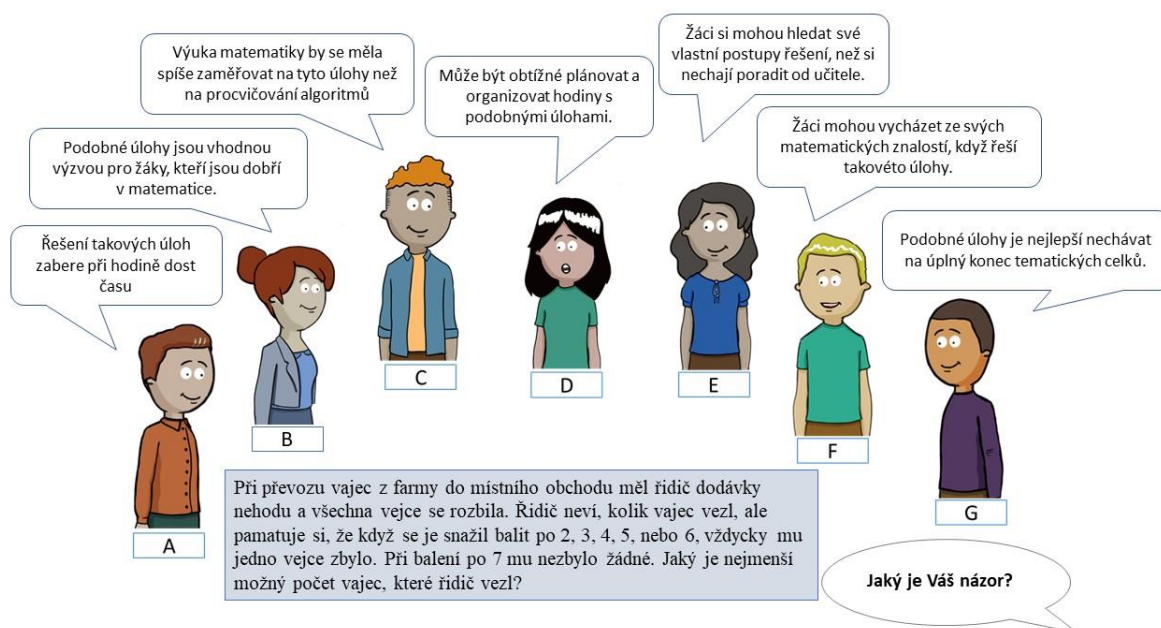
Metodologický rámec pro využívání vinět

“Viněta o prodeji vajec” (2.st. ZŠ)

Diskutována je problematika začleňování řešení matematických úloh a problémů do výuky.
V tomto kontextu prosím vyřešte níže uvedenou úlohu a poté odpovězte na uvedené
otázky.

Pod úlohou je prostor pro vaši práci, pokud byste však raději pracovali na samostatném
papíru, neváhejte a nahrajte jej do své složky.

Při převozu vajec z farmy do místního obchodu měl řidič dodávky
nehodu a všechna vejce se rozbila. Řidič neví, kolik vajec vezl, ale
pamatuje si, že když se je snažil balit po 2, 3, 4, 5, nebo 6, vždycky mu
jedno vejce zbylo. Při balení po 7 mu nezbylo žádné. Jaký je nejmenší
možný počet vajec, které řidič vezl?



- Jaké matematické znalosti jste použili k vyřešení úlohy?
- Jaké strategie jste při řešení úlohy využili?
- Uvažujte konkrétní ročník 2. stupně ZŠ, jak byste mohli modelovat řešení tohoto problému?

Nyní se prosím podívejte na komiks, který představuje komentáře k řešení podobných problémů od několika vašich kolegů. Uvedte, prosím, do jaké míry souhlasíte nebo nesouhlasíte s každým z jejich komentářů, a poskytněte vysvětlení svého rozhodnutí. Poté prosím napište komentář na základě vašeho přesvědčení o účelu začleňování podobných úloh a problémů do výuky.

Literatura

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. The Journal of Mathematical Behavior, Volume 33, pp. 8-29.

Kontaktní informace

Ohledně dalších informací o kurzu kontaktujte:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk