



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der Ausbildung
und Fortbildung von
Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Mit vielfältigen Darstellungen

mathematischer Objekte

im Mathematikunterricht umgehen



Ein Kurskonzept

Mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte

im Mathematikunterricht umgehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende
im Primar- und Sekundarbereich (Klassen 1-12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur
Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen
mathematischer Objekte bei den
Lehramtsstudierenden, mit flexiblem Analysefokus:

- Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten
- Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum
- Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von
Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Repräsentationen mathematischer Objekte (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte in Unterrichtssituationen bei den Lehramtsstudierenden (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer:
Ein Semester mit wöchentlichen 90-Minuten-Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Einführung in die Theorie der Darstellungen mathematischer Objekte mit Bearbeitung von Beispielen
- Exemplarische Analyse einer Videovignette mit Beispiellösung



- Vignettenbasierte Arbeit mit kombinierten Material- und Unterrichtssituationsvignetten:
 - Lehramtsstudierende bereiten Seminarsitzungen, Analysefragen und Aktivitäten für ihre Peers vor, planen Reflektionsanlässe und moderieren Diskussion
 - Lehramtsstudierende sammeln Analysen ihrer Peers ein und geben kriteriengeleitetes Feedback
 - Lehramtsstudierende die die Sitzung vorbereitet haben, sollen eigene Analyse und verbesserte Dialoge zur Unterrichtssituation, sowie verbessertes schüler/innen/zentriertes Lernmaterial zum Vignettenthema vorbereitet haben
 - Lehramtsstudierende sollen Ergebnisse der Seminarsitzungen in einem Portfolio dokumentieren
- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbst-Assessment des eigenen Lernfortschritts

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online (infolge der Pandemiesituation) und Offline-Formate sind möglich/verfügbar (Siehe auch Beschreibung der Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Kombinierte Material- und Klassenraumsituations-Vignetten: Darstellungen von Lernmaterial und Unterrichtssituationen, in denen diese Materialien (ggf. zum Teil) eine Rolle spielen; Formate: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls möglich

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Mehr als 20 kombinierte Material- und Klassenraumsituations-Vignetten stehen den Teilnehmenden zur Auswahl zur Verfügung; der Kurs ist ferner offen für das Einbringen von Vignetten, die von den Lehramtsstudierenden selbst erstellt oder gefunden wurden

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das oben erwähnte Set von mehr als 20 Vignetten wurde speziell konzipiert, um ein reichhaltiges Potential für Reflektieren, Diskussion und das Entwickeln von Verbesserungsmöglichkeiten bereitzuhalten

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung;
es gibt ein Textdokument zur Einführung in den
theoretischen Hintergrund zu Repräsentationen
mathematischer Objekte, auf der Basis ausgewählter
Veröffentlichungen

Weitere Kommentare / Vorschläge

Theoriebasierte Arbeit an Vignetten ist ein Schlüssel
zum Aufbau von Analysekompetenz durch die
Teilnehmenden

Beschreibung des Kurses

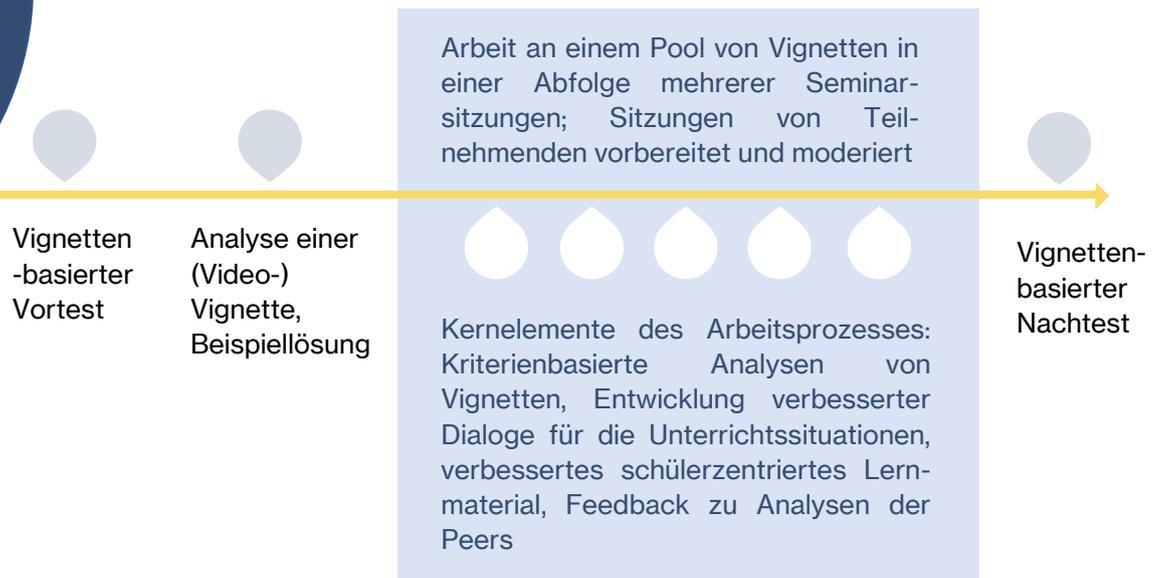
Der Kurs beginnt mit einem Vortest, der auch der forschungsbasierten Evaluierung des Fortschritts der Teilnehmenden dient – außerdem kann er zu einer Selbstevaluierung der Teilnehmenden genutzt werden. Nach einer Einführung in die Theorie zu Repräsentationen mathematischer Objekte und in Arten des Umgangs mit vielfältigen Darstellungen im Mathematikunterricht werden kriterienbasierte Analysefragen gemeinsam mit den Teilnehmenden entwickelt. Diese werden genutzt, um eine Beispielvignette zusammen mit den Teilnehmenden zu analysieren. Die teilnehmenden Lehramtsstudierenden haben nachfolgend den Auftrag, Analysen zu Vignetten vorzubereiten, die sie aus einem Set von mehr als 20 Vignetten auswählen können. Alle diese Vignetten haben die Struktur einer Kombination aus Lernmaterial und der Darstellung einer Unterrichtssituation, in der am Lernmaterial gearbeitet wird. Dieses Vignettenformat besteht also – abgesehen vom dargestellten Lernmaterial – aus Text- und/oder Cartoonelementen, eine Video-Darstellung ist ebenfalls möglich.

Die Teilnehmenden haben die Aufgabe, einen Seminarsitzungstermin vorzubereiten, Analysefragen und Aktivitäten für ihre Peers zu erstellen, Anlässe für das Reflektieren ihrer Peers und die zugehörigen Diskussionen zu moderieren, die Analysen der Peers zu sammeln, und anschließend auf diese Analysen ein individuelles kriteriengeleitetes Feedback zu geben. Diejenigen Lehramtsstudierenden, die eine Sitzung vorbereitet haben, sollen außerdem Beispielanalysen, verbesserte Unterrichts-Dialoge und verbessertes Schüler/innen/zentriertes Lernmaterial ausgearbeitet haben, das mit dem in der Vignette gegebenen Material korrespondiert. Auf diese Weise müssen Situationselemente ausgearbeitet werden, die entsprechend der Theorie des Umgangs mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte verbessert sind.

Insgesamt führen die Teilnehmenden ein Portfolio, in dem sie die Ergebnisse aller Seminarsitzungen festhalten. Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses



Literaturangaben

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPM* (Vol. 2, pp. 259–266). Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 435-442). Umeå, Sweden: PME.



Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem
Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der Ausbildung
und Fortbildung von
Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über den Umgang

mit Repräsentationen

mathematischer Objekte



Eine Vignette

Reflektieren über den Umgang mit

Repräsentationen mathematischer Objekte

„Baumdiagramm“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende
im Primar- und Sekundarbereich (Klassen 1-12/13)
Hier: Fokus vor allem auf einen Sekundarkontext

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie gehört zum Kurs:
Mit vielfältigen Darstellungen mathematischer Objekte im Mathematikunterricht umgehen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine von mehr als 20 Vignetten, an denen die Teilnehmenden selbstständig arbeiten können (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte bei den Lehramtsstudierenden, mit flexiblem Analysefokus:

- Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten
- Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum
- Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Kombinierte Material- und Unterrichtssituationsvignette: Repräsentation von Lernmaterial und Unterrichtssituation bezogen auf die Arbeit mit (Teilen von) diesem Material;

Format: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls möglich

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Unterrichtssituation aus dieser Vignette: ca. 5-10 Min.



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Diese Vignette wurde speziell dazu gestaltet, reichhaltiges Potential für Reflektieren, Diskussion und das Entwickeln von Verbesserungen bereitzustellen

Repräsentationen mathematischer Objekte (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte in Unterrichtssituationen bei den Lehramtsstudierenden (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Analyse einer
(Video-)
Vignette,
Beispiellösung

Arbeit an einem Pool von Vignetten in einer Abfolge mehrerer Seminar-sitzungen; Sitzungen von Teilnehmenden vorbereitet und moderiert

Kernelemente des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analysen von Vignetten, Entwicklung verbesserter Dialoge für die Unterrichtssituationen, verbessertes schülerzentriertes Lernmaterial, Feedback zu Analysen der Peers

Vignetten-
basierter
Nachtest

Vignette 1

Das Unterrichtsthema ist die Nutzung von Baumdiagrammen bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Unten ist eine Schulbuchseite zu sehen, die in dieses Thema einführt und eine Übungsaufgabe, an der die Schüler*innen in einer Distance-Learning-Situation arbeiten sollen. Die Schüler*innen haben die Möglichkeit, die Lehrerin online zu kontaktieren.

[Das (fiktive) Schulbuchmaterial unten ist von einem Ausschnitt aus einem authentischen deutschen Schulbuch angeregt, siehe Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW.* Stuttgart: Klett. S. 162-163.]

Wie man Baumdiagramme richtig verwendet

Max soll die Wahrscheinlichkeit herausfinden, dass bei 5maligem Würfeln zumindest einmal ein Sechser gewürfelt wird. Er hat begonnen, ein Baumdiagramm zu zeichnen.

Nadja schaut sich die Skizze von Max an und sagt: „Da wirst Du nie fertig mit allen diesen Ästen.“

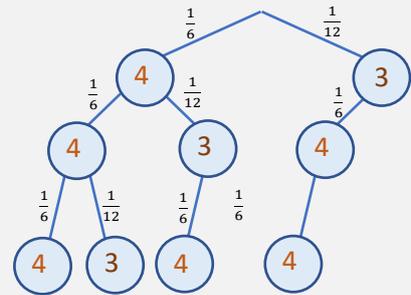
Manchmal werden Baumdiagramme zu groß. Du kannst Zeit sparen, wenn du nur denjenigen Teil des Baumes zeichnest, der wirklich notwendig für das Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeit ist.



Du stößt den rotierenden Zeiger links dreimal an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine Punktesumme von mindestens 11? Das Baumdiagramm zeigt nur die Äste die zu Summen größer als 10 führen.

Nach den Rechenregeln in Baumdiagrammen ist die Wahrscheinlichkeit

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



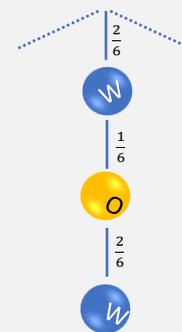
Um Wahrscheinlichkeiten in mehrstufigen Zufallsexperimenten zu bestimmen, wird nur der Teil des Baumdiagramms genutzt, der die benötigten Pfade enthält.

Beispiel 1: Einen Pfad auswählen

Eine Urne enthält Kugeln mit Buchstaben darauf. Dreimal wird zufällig eine Kugel gezogen, der Buchstabe wird aufgeschrieben und die Kugel wird in die Urne zurückgelegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt bei dem Experiment das Wort WOW heraus?



Lösung: Die Wahrscheinlichkeit für das Wort WOW ist $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$
(Pfad in der Abbildung rechts)



Eine der Übungsaufgaben:

Die Polizei hat neun Verdächtige identifiziert, unter ihnen sind vier Einbrecher, nach denen die Polizei bereits lange gesucht hat. Die Kriminalistin Anna R. befragt sie, sie verhaftet danach drei dieser Verdächtigen, und alle davon stellen sich wirklich als Einbrecher heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte die Kriminalistin Anna ein genauso gutes Ergebnis erhalten, wenn sie die drei zufällig herausgegriffen hätte?

Die Schüler*innen arbeiten infolge der Pandemie einzeln zuhause. Eine Schülerin stellt ihrer Lehrerin in einer Video-Konferenz eine Frage.

Wir sollten ja zu der Einführung auf Seite 154 die Aufgaben machen, auch die Aufgabe 3. Aber die Aufgabe verstehe ich nicht.

Was verstehst du daran nicht?



Also, die Kriminalistin hat neun Leute verhört. Dabei hat sie festgestellt, dass vier davon Einbrecher sind. Und drei davon nimmt sie fest.



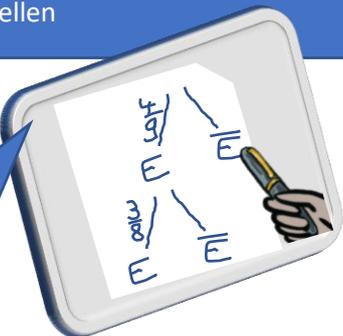
Naja, dass die drei wirklich die gesuchten Einbrecher sind, kommt erst danach heraus, es heißt ja „und alle stellen sich wirklich als Einbrecher heraus“. Aber auf jeden Fall musst du hier ja einen Baum zeichnen.

Ja, das habe ich auch schon versucht, aber da bin ich nicht weitergekommen. Es gibt ja 9 Äste, und dann immer 8, Das wird zu viel.

Klar... Also, mein Baum hat nur zwei Äste in der ersten Etage und dann habe ich nur einen Zweig weiterverfolgt, wieder mit 2 Ästen. Betrachtet habe ich die Ausgänge „Einbrecher“ und „Nicht-Einbrecher“, also E und E quer. Du kannst es dir auch als Urne mit zwei Sorten Kugeln vorstellen

Die dritte Stufe müsstest du jetzt selbst machen und es dann ausrechnen. Bekommst du das hin?

Warte mal, ich zeichne dir mal meinen Baum für die ersten zwei Stufen auf und halte ihn dann vor die Kamera.



Literaturangaben

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkós et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2)*, pp. 259–266. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2)*, pp. 435–442. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkós, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3)*, pp. 139–146. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3)*, pp. 275–282. Umeå, Sweden: PME.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Fehler im Mathematikunterricht

als Lerngelegenheiten nutzen



Ein Kurskonzept

Fehler im Mathematikunterricht

als Lerngelegenheiten nutzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von
Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Fehler (mathematische Analyse)
- das Denken der Lernenden „hinter“ dem Fehler
- das fehlerbezogene Lernpotential (für den Fehler machende/n Lernende/n individuell und für alle Schüler/innen im Klassenraum)
- wie mit dem Fehler im Klassenraum umgegangen wird
- was verschiedene Möglichkeiten der Reaktion/des Umgangs mit dem Fehler bezogen auf das Lernen der Schüler/innen bieten können

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen,
von Sichtweisen und von Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Theorie des Negativen Wissens (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spsychiger, 2005); Aspekte und Möglichkeiten zum Umgang mit Fehlern (Guldemann & Zutavern, 1999; Spsychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); Analysekompetenz (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen und Awareness (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); Sichtweisen von Lehrkräften zum Umgang mit Fehlern und Analyse von Fehlersituationen (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Wie ist der Kurs strukturiert?

Dauer: Ein Semester mit wöchentlichen 90-Minuten
Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Einführung verschiedener Theorieansätze zur Rolle von Fehlern für das Lernen (e.g. Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, et al., 1998), zu Negativem Wissen (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005), und zum lernproduktiven Umgang mit Fehlern (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005)
- Analyse erster Video- und/oder Cartoonvignetten mit einer Diskussion theorie-basierter Beobachtungen; einschließlich der mathematikbezogenen Analyse von Fehlern
- Einführung eines vertieften theoretischen Hintergrunds zu einer gemäßigt-konstruktivistischen Perspektive auf Lernprozesse (z.B. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), zu Metakognition (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), und zu motivationalen Aspekten des Umgangs mit Fehlern (z.B. Dweck, 1986)
- Nochmalige Betrachtung von Vignetten bezüglich alternativer Reaktionsmöglichkeiten auf der Basis des vertieften theoretischen Hintergrunds; Systematisierung der Analyse durch ein Analyseschrittmodell (Zurverfügungstellung analysebezogenen Metawissens für Teilnehmende)
- Teilnehmenezentrierte Analyse weiterer Video- und/oder Cartoonvignetten mit Diskussion theoriebezogener Beobachtungen und Analysen von Reaktionsmöglichkeiten:
 - Lehramtsstudierende bereiten Seminartermine und Aktivitäten für Peers vor und moderieren Diskussions- und Reflektionsprozesse
 - Lehramtsstudierende sammeln Analysen ihrer Peers und geben Feedback bezogen auf das Analyseschrittmodell (Feedback ob Analyseschritte durch substanzielle kriterienbasierte Überlegungen abgedeckt sind)
 - Lehramtsstudierende die Seminartermine vorbereitet haben

arbeiten Analysen zu „ihrer“ Vignette aus

- Befragte Lehramtsstudierende dokumentieren Ergebnisse der Seminarsitzungen in einem Portfolio

- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbsteinschätzung des eigenen Fortschritts

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online- und Präsenzformate sind möglich; der Kurs ist so geplant, dass ein ganzes Semester abgedeckt wird (ca. 14 Termine á 90 Minuten), kürzere Kursmodule sind ebenfalls möglich (z.B. zur Integration in Seminaren zu anderen Themen, beispielsweise als Kursteil)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Vignetten zu Klassenraumsituationen zusammen mit der Fehlersituation zugrundeliegenden Aufgaben: Repräsentationen des Aufgabenmaterials und der Klassenraumsituation; Formate: Text-, Cartoon- und/oder Videovignetten

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ca. 15 Vignetten zu Klassenraumsituationen zur Auswahl durch Teilnehmende, Seminarskurse ist im Allgemeinen offen für durch Teilnehmende selbst eingebrachte/selbst erstellte Vignetten; außerdem: Einführungsvignetten

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Sowohl Vignetten, die von authentischen Klassenraumsituationen abgeleitet sind, als auch speziell konzipierte Vignetten gehören zum Kurs, so dass reichhaltige Lernpotentiale für Reflektion, Diskussion und Überlegungen zu Reaktionsmöglichkeiten auf Fehlersituationen entstehen

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung; es gibt ein Textdokument, das den onlinegestützten Kurs und seine Reflexionsanlässe begleitet



Beschreibung des Kurses

Ein vignettenbasierter Vortest eröffnet den Kurs. Er erfüllt sowohl die Funktion, den Kurs dadurch zu eröffnen, dass die Relevanz des Themas für die Unterrichtspraxis verdeutlicht wird, als auch die Funktion, den Fortschritt der Teilnehmenden zu evaluieren. Die (aus mehreren Bestandteilen zusammengesetzte) Theorie zum Umgang mit Fehlern wird in einem zweischrittigen Verfahren eingeführt, das durch vignettenbasierte Arbeit unterbrochen wird. Auf diese Weise wird eine Anhäufung theoretischer Inhalte vermieden, die ggf. dazu geführt hätte, dass die theoriebasierten Kriterien von der Analyse von Klassenraumsituationen getrennt erlernt worden wären. Zunächst werden Beschreibungen des Fehlerbegriffs zusammen mit den diesen Definitionen zugrundeliegenden theoretischen Modellen eingeführt. Die kontrastierenden Theorien tragen zur Gegensätzlichkeit der im Kurs thematisierten Perspektiven bei: Einerseits stellen Fehler nach einer behaviouristischen Sichtweise (z.B. Skinner, 1958; vgl. Weimer, 1925) gewissermaßen „Ausrutscher“ dar, die vermieden werden sollten und daher lieber wenig Aufmerksamkeit erhalten sollten, damit kein „falsches“ Wissen erlernt wird. Andererseits betonen Ansätze zum „Negativen Wissen“ den besonderen Wert von Fehlern für das Lernen und insbesondere zum Aufbau sogenannten Negativen Wissens (z.B. Oser et al., 1998).

Dieser theoretische Hintergrund soll dann mit Praxiskontexten durch die Analyse von Beispielvignetten verbunden werden. Sowohl Cartoonvignetten als auch authentische Unterrichtsvideovignetten können für diese Analyseaktivitäten genutzt werden.

In einem zweiten Schritt, werden weitere Elemente relevanter Hintergrundtheorie eingeführt, so dass die Teilnehmenden dies mit Klassenraumsituationen verbinden lernen können: Dieser zweite Schritt trägt der hohen Komplexität von Fehlersituationen Rechnung, die sich aus deren multikriterialer Relevanz ergibt. Die Theorieansätze, die in diesem zweiten Schritt eingeführt werden, decken gemäßigt-konstruktivistische Modellvorstellungen vom Lernen ab (z.B. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Klein & Oettinger, 2000), die Rolle von Metakognition für das Lernen an Fehlern (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003), die vor allem durch diskursive Elemente im Unterrichtsgespräch gefördert werden kann, sowie die Rolle motivationaler Aspekte des Umgangs mit Fehlern (z.B. Dweck, 1986). Nachfolgend wird nochmals auf ausgewählte Vignetten zurückgekommen und weitere Vignetten werden mit Hilfe des vollen Kriterienspektrums analysiert.

Die Einführung eines Analyseschrittmodells soll eine Strukturierungshilfe für den Analyseprozess bereitstellen und die Teilnehmenden durch entsprechendes analysebezogenes Metawissen stärken.

Die teilnehmenden Lehramtsstudierenden werden dann gebeten, Analysen zu selbst gewählten Vignetten vorzubereiten, die sie aus etwa 15 Vignetten auswählen können. Diese Vignetten bestehen in Darstellungen von Unterrichtssituationen und



den Aufgaben, die in ihnen vorkommen. Die Vignettenformate variieren zwischen Text, Cartoon und Video (letzteres Format in Abhängigkeit von Einschränkungen aufgrund von Datenschutzrestriktionen bei einigen Vignetten). Die teilnehmenden Mathematik-Lehramtsstudierenden sollen eine Seminarsitzung vorbereiten, mit Analysefragen und Lernaktivitäten für ihre Peers, Diskussion und Reflektion anregen, moderieren und gestalten, die Analysen der Mitstudierenden sammeln und durch Feedback bezogen auf das Analyseschrittmodell kommentieren. Die Lehramtsstudierenden, die die Seminarsitzung vorbereitet haben, sollen außerdem exemplarische Analysen zu „ihrer“ Vignette vorbereiten.

Insgesamt müssen die teilnehmenden Lehramtsstudierenden die Ergebnisse aller Sitzungen in einem Portfolio dokumentieren.

Nach der Bearbeitung des (vignettenbasierten) Nachttests, sollen die Teilnehmenden Feedback zum Kurs geben, und sie werden gebeten, auf der Basis ihrer Antworten in Vor- und Nachttest eine Selbsteinschätzung ihres Lernfortschritts vorzunehmen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

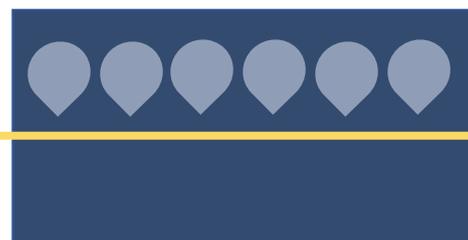
Vignetten-
basierter
Vortest



Theorie
Teil I

Theorie
Teil II

Analyse von Vignetten mit
Theorie-Kriterien



Vignetten-
basierter
Nachttest

Arbeit an Vignetten in einer Sequenz
von Seminarsitzungen, vorbereitet und
durchgeführt von Lehramts-
studierenden

Merkmale des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analyse der
Vignetten.



Literaturangaben

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.



Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). Psychologie der Fehler. Leipzig: Klinkhardt.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln

zum Anregen von Schüler/innen/interaktion

rund um Fehler



Eine Vignette

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln zum Anregen

von Schüler/innen/interaktion rund um Fehler

„Beweisen und Widerlegen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie gehört zum Kurs:
Fehler im Mathematikunterricht als Lerngelegenheiten nutzen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine der Vignetten, anhand derer im Kursplenum auf der Basis der neu eingeführten theoriebasierten Kriterien Unterrichtssituationen analysiert und diskutiert werden sollen (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Fehler (mathematische Analyse)
- Denken der Lernenden „hinter“ dem Fehler
- das fehlerbezogene Lernpotential (für den Fehler machende/n Lernende/n individuell und für alle Schüler/innen im Klassenraum)
- wie mit dem Fehler im Klassenraum umgegangen wird
- was Möglichkeiten der Reaktion/des Umgangs mit dem Fehler bezogen auf das Lernen der Schüler/innen bieten können

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen, von Sichtweisen und von Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Diese Vignette zeigt eine authentische Unterrichtssituation, sie wurde entsprechend des Unterrichtsvideos gestaltet. Dies führt zu speziellen Beobachtungsmöglichkeiten, z.B. die Beobachtung von Schwierigkeiten im Unterrichtsdiskurs, unvollständige Sätze in den Äußerungen von Schüler/innen, etc. In der Unterrichtssituation lokalisiert eine Schülerin einen Fehler – dies war sehr selten in der Video- stichprobe zu beobachten, aus der die Vignetten-



situation stammt – nur ein Aspekt von vielen weiteren möglichen Beobachtungen

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Die Unterrichtssituation zu dieser Vignette hätte ca. 5-10 Min. Dauer.

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Siehe oben, diese Vignette war nach einer authentischen Unterrichtssituation gestaltet worden.

Welche **Theorie** steht dahinter?

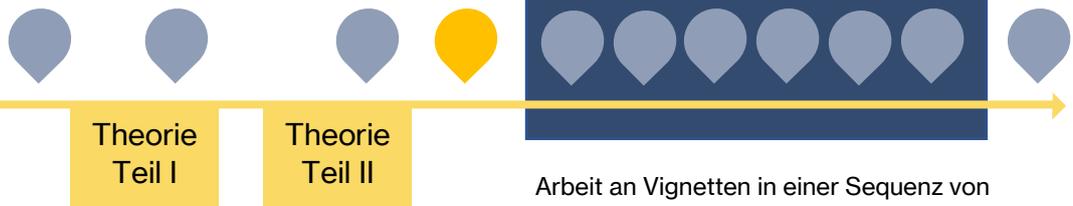
Theorie des Negativen Wissens (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); Aspekte und Möglichkeiten zum Umgang mit Fehlern (Guldemann & Zuttavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); Analysekompetenz (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen und Awareness (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); Sichtweisen von Lehrkräften zum Umgang mit Fehlern und Analyse von Fehlersituationen (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Vignetten-
basierter
Nachtest



Analyse von Vignetten mit Theorie-
Kriterien

Arbeit an Vignetten in einer Sequenz von
Seminarsitzungen, vorbereitet und durch-
geführt von Lehramts-studierenden

Merkmale des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analyse der Vignetten,
Analyse-Rückmeldungen durch Peers

Beweisen und Widerlegen

1

Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig.

- Eine Unterrichtssituation, die (in etwa so) tatsächlich stattgefunden hat -

Einige Informationen:

- Geometrieunterricht in der 8. Jahrgangsstufe
- Die Schüler/innen hatten unmittelbar vorher in Partnerarbeit (ca. 10 Min. lang) Argumentationsaufgaben bearbeitet, die nun besprochen werden
- Argumentationen zur Aussage „Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig“ werden nun besprochen

2



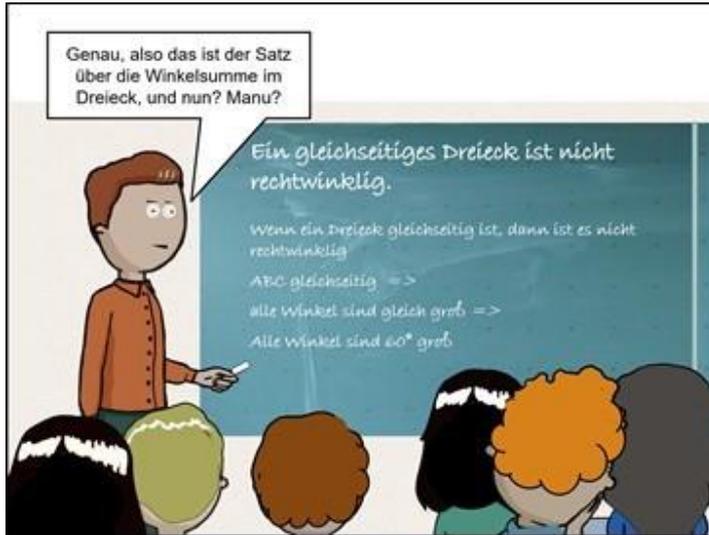
3

Kurz danach – der Lehrer hat in der Zwischenzeit an der Tafel wortlos mitgeschrieben, was ein Schüler („Paul“) als Lösung vorgestellt hat. Er geht die Schritte mit allen durch:

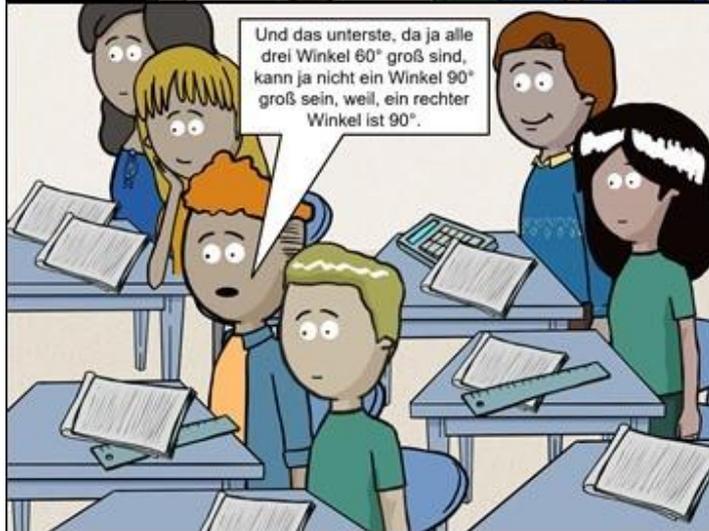




4



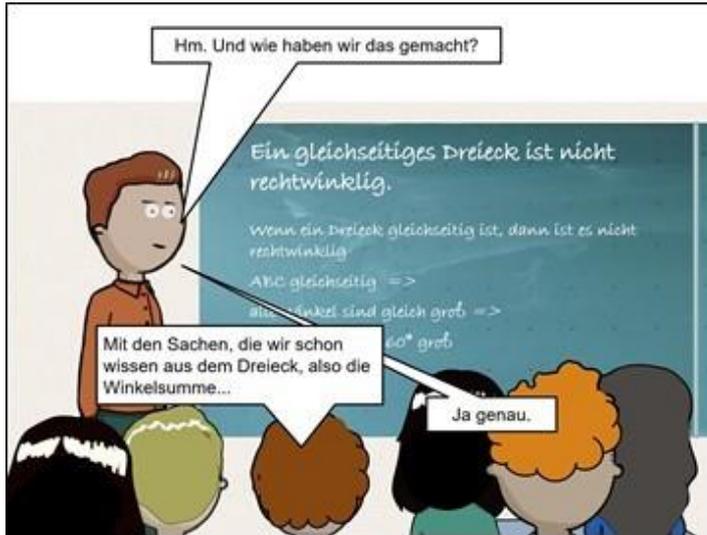
5



6



7



8



9





10



Literaturangaben

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerinnen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spsychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Leske+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [Staatsexamensarbeit]. LMU München.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern*.



Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). Beliefs: a hidden variable in mathematics education? (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). Psychologie der Fehler. Leipzig: Klinkhardt.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung von
Mathematik Lehrkräften

Ein Kurskonzept:

Argumentieren Fördern

im Mathematikunterricht



Ein Kurskonzept

Argumentieren Fördern

im Mathematikunterricht

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klassen
5-12/13), mit spezifischem Fokus auf das Gymnasium

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz mit
flexiblem Analysefokus:

- Analyse mathematischer Inhalte zum Identifizieren von Lerngelegenheiten zum Argumentieren
- Analyse von Argumentationen von Lernenden
- Analyse von Klassenraumsituationen bezüglich darin enthaltener Argumentationsanlässe
- Analyse inwiefern verschiedene Reaktionen von Lehrkräften geeignet sind, ein Argumentieren von Lernenden anzuregen

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von
Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht sowie diesbezügliche empirische Forschungsergebnisse (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); Aspekte und Möglichkeiten Diskursivität und Argumentation im Unterricht zufördern (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); Analysekompetenzaspekte (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); argumentationsbezogene Sichtweisen von Lehrkräften (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: (Bis zu) ein(em) Semester mit wöchentlichen
90-Minuten-Seminarsitzungen

Struktur:

- Vortest (vignettenbasiert)
- Teil I: Einführung in die Rolle des Beweisens und Argumentierens in der mathematischen Fachdisziplin, unter Verwendung der Themenstudienmethode (Kuntze, 2006)
- Teil II: Einführung in verschiedene mathematikdidaktische Ansätze zum Beweisen und Argumentieren (z.B. Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); insbesondere zur potentiell verhängnisvollen Rolle von Mustern des kleinschrittigen fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens für das Argumentieren und Diskursivität im Unterrichtsgespräch; vignettenbasierte Arbeit
- Teil III: Strategien der Argumentationsförderung im Klassenraum: Diskursivitätsorientierte Zugänge zur Interaktion im Unterricht (z.B., Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): vignettenbasierte Arbeit
- Nachtest (vignettenbasiert), Feedback, Selbst-Assessment des eigenen Lernfortschritts

Wie sieht das **Kursformat**
aus? (Ablauf der Sitzungen,
online/offline/hybrid,
zeitlicher Umfang, ...)

Online (infolge der Pandemiesituation) und Offline-
Formate sind möglich/verfügbar. Der Kurs ist für eine
einsemestrige Veranstaltung geplant (14 Sitzungen à
90 Minuten), kürzere Kursmodule sind ebenfalls
möglich (z.B. integriert in andere Seminare, z.B. als
Seminarabschnitt) (Siehe auch Beschreibung der
Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten
dargestellt und in welchem
Format (Video, Text,
Cartoon oder kombiniert)?

Darstellungen von Lernmaterial und Unterrichts-
situationen, in denen diese Materialien (ggf. zum Teil)
eine Rolle spielen;

Formate: Text und/oder Cartoon; Videovignetten
sind ebenfalls fallweise möglich jedoch ist der Einsatz
datenschutzbedingten Einschränkungen unterwor-
fen

Wie viele Vignetten sind
Teil des Kurses?

Abhängig von der zur Verfügung stehenden Zeit sind
6-10 Unterrichtssituationen in Vignetten Teil des
Kurses; generell ist der Kurs offen für von den



Teilnehmenden eingebrachte Vignetten
(Vorbesprechung mit Teilnehmenden sinnvoll zur
optimalen Passung zu den Kursinhalten in Teil II und
III)

Sind die Vignetten aus einer
anderen Quelle entlehnt,
authentisch, adaptiert, oder
speziell theoriegeleitet
konzipiert?

Sowohl aus Mitschnitten von authentischen
Unterrichtssituationen abgeleitete Vignetten als auch
speziell theoriegeleitet konzipierte Vignetten sind Teil
des Kurses, um ein reichhaltiges Potential für
Reflektieren, Diskussion und fachdidaktische
Argumentation über Argumentationsanlässe im
Unterrichtsgespräch zu bieten

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

Teil I: Set von Themenstudienmaterialien (vgl. Kuntze,
2006); Teile II und III: Auszüge aus Literaturquellen
(Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung)
zur Unterstützung der Theorie-Input-Phasen

Beschreibung des Kurses

Der Kurs beginnt mit einem vignettengestützten Vortest, der auch eine Erhebung zu den argumentationsbezogenen Sichtweisen der Teilnehmenden einschließt. Diese Befragung eröffnet das Kursthema und dient der Evaluation des Lernfortschritts der Teilnehmenden am Kurs.

Teil I des Kurses führt in die Rolle des Beweisens und Argumentierens in der mathematischen Fachdisziplin ein. Hier wird die Themenstudienmethode eingesetzt (Kuntze, 2006). Die Teilnehmenden verfassen in diesem Kursteil einen das Thema „Beweisen und Argumentieren“ zusammenfassenden Essay.

Auf dieser Basis fokussiert Teil II des Kurses auf Schlüsselaspekte mathematikdidaktischen Theoriewissens und Ergebnisse empirischer Forschung zur Argumentation im Mathematikunterricht; insbesondere wird die potentiell verhängnisvolle Rolle von Mustern des kleinschrittigen fragend-entwickelnden Unterrichtsverfahrens für das Argumentieren und für Diskursivität im Unterrichtsgespräch betont. Dieser Teil des Kurses wird von intermittierenden vignettenbasierten Arbeitsphasen geprägt. Der theoretische Hintergrund wird also weitmöglichst durch die Analyse von Vignetten mit Praxiskontexten verbunden. Sowohl Cartoonvignetten als auch Unterrichtsvideo-Vignetten können für diese Analyseanlässe eingesetzt werden.

Teil III des Kurses hat zum Ziel, das Wissen der Teilnehmenden zu Strategien zur Argumentations- und Diskursivitätsförderung im Unterrichtsgespräch zu stärken: Diskursorientierte Zugänge zur Interaktion im Unterricht (z.B. Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021) sind ein Beispiel für die Unterstützung



dieser Professionalisierungsziele – diese Zugänge werden mit Unterrichtspraxis-Kontexten verknüpft, dies geschieht durch vignettenbasierte Arbeit.

Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

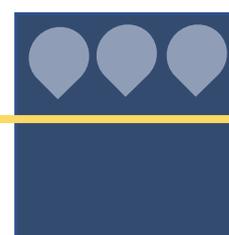
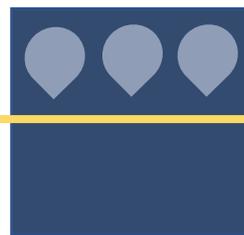
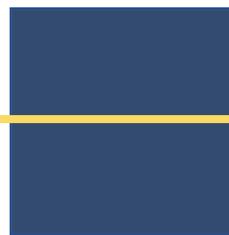
Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Teil II und III: Vignettenbasierte Arbeit im
Wechsel mit kurzen Theorie-Input-Phasen

Vignetten-
basierter
Nachtest



Teil I:
Themenstudien-
arbeit über
Beweisen und
Argumentieren

Teil II:
Argumentieren im
Mathematikunter-
richt: Mathematik-
didaktische
Forschungs-
ergebnisse

Teil III:
Stärkung von
Strategien zur
Förderung von
Diskursivität

Literaturangaben

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

- Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.
- Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.
- Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.
- Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.
- Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.
- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education* , 5, 61-88.
- Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.
- Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes. New York: Routledge.



Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem
Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über das Argumentieren

im Unterrichtsgespräch



Eine Vignette

Reflektieren über Lehrer/innen/handeln zum Anregen

von Schüler/innen/interaktion rund um Fehler

„Beweisen und Widerlegen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende (Mathematik)
Sekundarschulbereich (Klassenstufen 5-12/13)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie ist Teil des Kurses:
Argumentieren Fördern im Mathematikunterricht

Anmerkung: Gleichzeitig ist die Vignette (unter anderer Perspektive) auch Teil des Kurses:

Fehler im Mathematikunterricht als Lerngelegenheiten nutzen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine der Vignetten in Teil III des Kurses, um zu reflektieren und diskutieren, wie Argumentation im Unterrichtsgespräch gefördert werden kann (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz von Lehramtsstudierenden bezogen auf:

- Wie Argumentation im Unterrichtsgespräch in Erscheinung treten kann
- Mögliche Hindernisse für das Argumentieren im Unterrichtsgespräch
- Strategien des Organisierens und Strukturierens von Interaktion beim Argumentieren
- Die Rolle von Fehlern als Argumentationsgelegenheiten

Aufbau von spezifischem professionellem Wissen, von Sichtweisen und von Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Diese Vignette zeigt eine authentische Unterrichtssituation, sie wurde entsprechend des Unterrichtsvideos gestaltet. Dies führt zu speziellen Beobachtungsmöglichkeiten, z.B. die Beobachtung von Schwierigkeiten im Unterrichtsdiskurs, unvollständige Sätze in den Äußerungen von Schüler/inne/n, etc.

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Die Unterrichtssituation zu dieser Vignette hätte ca. 5-10 Min. Dauer.

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Siehe oben, diese Vignette war nach einer authentischen Unterrichtssituation gestaltet worden.

Beweisen und Argumentieren im Mathematikunterricht sowie diesbezügliche empirische Forschungsergebnisse (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); Aspekte und Möglichkeiten Diskursivität und Argumentation im Unterricht zufördern (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); Analysekompetenzaspekte (Kuntze & Friesen, 2016); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); argumentationsbezogene Sichtweisen von Lehrkräften (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

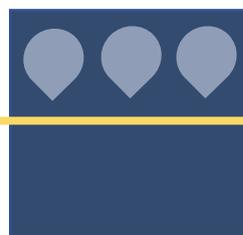
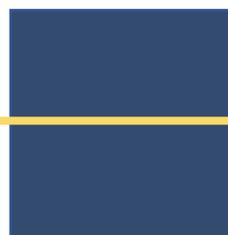
Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Teil II und III: Vignettenbasierte Arbeit im
Wechsel mit kurzen Theorie-Input-Phasen

Vignetten-
basierter



Teil I: Themen-
studienarbeit
über Beweisen
und Argumentie-
ren

Teil II: Argumentie-
ren im Mathematik-
unterricht: Mathe-
matik-didaktische
Forschungsergeb-
nisse

Teil III: Stärkung
von Strategien
zur Förderung
von Diskursivität

Beweisen und Widerlegen

1

Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig.

- Eine Unterrichtssituation, die (in etwa so) tatsächlich stattgefunden hat -

Einige Informationen:

- Geometrieunterricht in der 8. Jahrgangsstufe
- Die Schüler/innen hatten unmittelbar vorher in Partnerarbeit (ca. 10 Min. lang) Argumentationsaufgaben bearbeitet, die nun besprochen werden
- Argumentationen zur Aussage „Ein gleichseitiges Dreieck ist nicht rechtwinklig“ werden nun besprochen

2

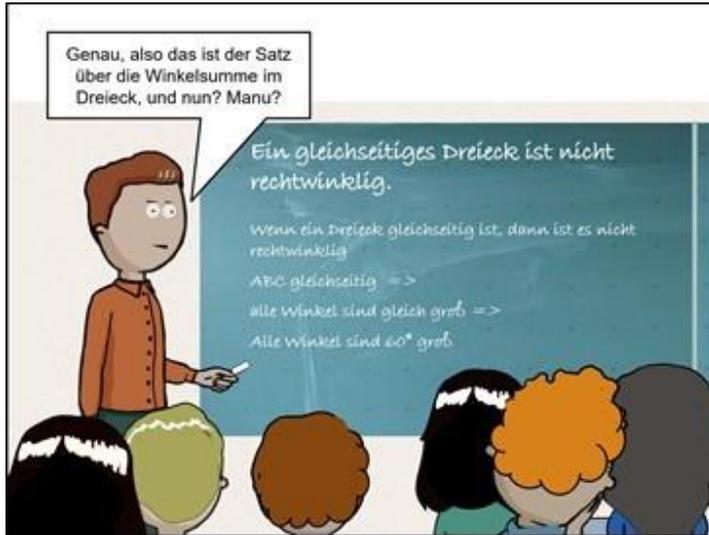


3

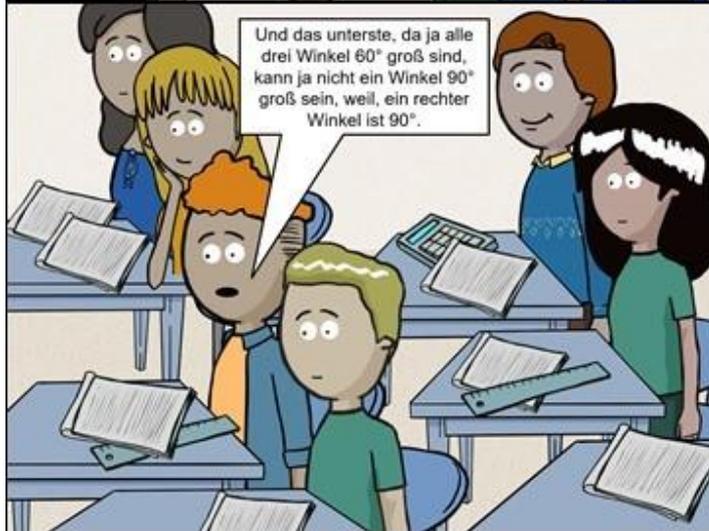
Kurz danach – der Lehrer hat in der Zwischenzeit an der Tafel wortlos mitgeschrieben, was ein Schüler („Paul“) als Lösung vorgestellt hat. Er geht die Schritte mit allen durch:



4



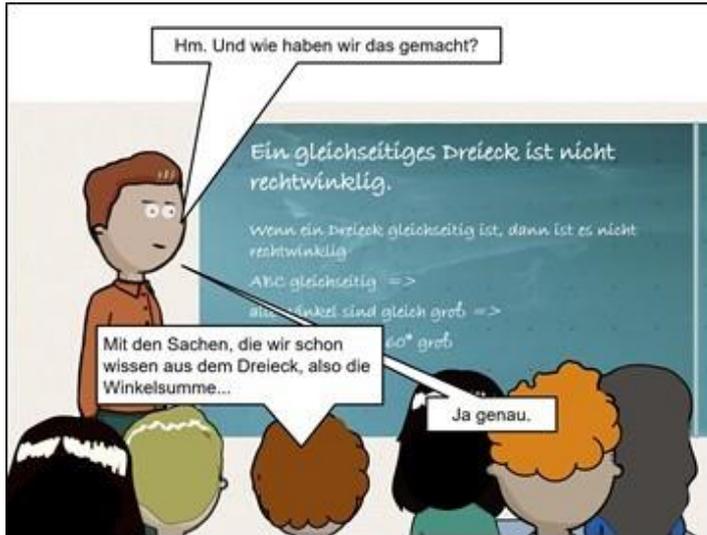
5



6



7



8



9





Literaturangaben

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). *Justifying and Proving in School Mathematics*. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

- Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.
- Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.
- Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.
- Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].
- Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.
- Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.
- Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.
- Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.
- Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografierteter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.
- Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Mit heterogenen Lernvoraussetzungen

von Schüler/inne/n

im Mathematikunterricht umgehen



Ein Kurskonzept

Mit heterogenen Lernvoraussetzungen von

Schüler/inne/n im Mathematikunterricht umgehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarstufenbereich
(Klassen 5 – 12/13)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Teilnehmende lernen Ziele kennen, die einen
heterogenitätsgerechten Unterricht ausmachen:

- Unterricht, der an individuelles Vorwissen und individuelle Vorstellungen anknüpft
- Unterricht, der schwächere Schüler(innen) nicht ausbremst
- Unterricht, der Herausforderungen und Vertiefungen für stärkere Schüler(innen) bereithält
- Unterricht, der passende Impulse und Lernhilfen zur Verfügung stellt
- Unterricht, der vielfältige Lernanlässe anbietet
- Unterricht, der Raum für individuelle und gemeinsame Lernprozesse schafft

Teilnehmende werden dabei unterstützt, damit
verbundene Analysekompetenzen aufzubauen:

- Analysieren des Denkens von Schüler/inne/n, deren Lernvoraussetzungen und Schwierigkeiten
- Analyse von Aufgaben und Inhalten bezogen auf Möglichkeiten, Lerngelegenheiten und Lernunterstützung auf vielen Komplexitätsebenen zu konzipieren
- Analyse zum adaptiven Anknüpfen an Lernvoraussetzungen und -bedarfe

Außerdem sollen die Teilnehmenden dabei
unterstützt werden, mit diesen Aspekten und Zielen
verbundenes professionelles Wissen, Sichtweisen
und Awareness (Kuntze et al, 2018) aufzubauen

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Theorien zu individueller Lernunterstützung (e.g.
Krammer, 2009; Schnebel, 2013) sowie damit
verbundenen Inhalten der Mathematikdidaktik sind
die Basis für eine Noticing-Kompetenz, die mehrere

verschiedene theoriebasierte Kriterien umfasst: Ein diesbezügliches Konstrukt eines „multi-criterion noticing“, das notwendig ist, kontextbezogen mit heterogenen Lernvoraussetzungen umzugehen, wurde in Kuntze et al. (2021) beschrieben. Das Analysieren von Lehrkräften im Sinne dieses Multi-Criterion Noticing konzentriert sich unter anderem auf Merkmale von Aufgaben und Lernangeboten, auf die Fähigkeit von Lehrkräften, adaptiv und flexibel auf individuelle Lernbedarfe von Schüler/inne/n zuzugehen, sowie angepasst an das Denken der Lernenden zu reagieren.

Als Analyserahmen für das Diagnostizieren individueller Lernbedarfe, wird auch auf den Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte fokussiert (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, siehe auch das Kurskonzept zum „Umgehen mit Repräsentationen mathematischer Objekte“), so dass die Kompetenz von Lehrkräften zum Analysieren des Umgangs mit Repräsentationen durch die Schüler/innen sowie in Aufgaben ebenfalls im Vordergrund steht (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); Der zugrundegelegte theoretische Hintergrund stützt sich auch allgemein auf Theorie zum professionellen Wissen, zur Awareness und zur Analysekompetenz von Mathematiklehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Betrachtungen zur Rolle sprachlicher Kompetenzen von Schüler/inne/n basieren auf Reinhold, Oppelt und Reiss (2018) sowie auf Prediger (2017).

Wie ist der Kurs strukturiert?

Kursdauer:

Ein Semester mit wöchentlichen, 90minütigen Seminarsitzungen

Struktur:

Der Kurs beginnt mit einem vignettenbasierten Vortest. Die Kursinhalte sind in Themeneinheiten/Kapitel gegliedert, die die folgenden Themen abdecken: +

- Lernvoraussetzungen und Lernprozesse von Schüler(innen) analysieren
- Lernvoraussetzungen – eine Videoanalyse
- Lernvoraussetzungen – eine Vignette
- Lernvoraussetzungen – Sprache
- Lernvoraussetzungen – Kompetenzraster, Lernstand 5 & Co.
- Die Rolle von Aufgaben
- Öffnen von Aufgaben, selbstdifferenzierende Aufgaben



Ein Posttest ist ebenfalls vignettenbasiert; Sichtweisen, Feedback und eine Selbst-Evaluierung der Lernenden wird ebenfalls erhoben.

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Online-Kursformat (infolge der Pandemiesituation) und Offline-Kurs-Format sind beide möglich

(Siehe auch Beschreibung der Kursstruktur oben)

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Die Klassenraumsituationen werden in den Vignetten meist in Text und/oder Cartoon-Format dargestellt. Es gibt auch eine Videovignette im Kurs (öffentlich zugängliche Videosequenz mit kurs-spezifischer Analysefragestellung), die in den Kurs implementiert ist.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Etwa 10 Vignetten sind im Kursmaterial implementiert. Der Kurs ist grundsätzlich auch offen für Vignetten, die von den Teilnehmenden eingebracht werden.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die o.g. Vignetten wurden spezifisch passend zu den jeweiligen Zielen der jeweiligen Themeneinheiten/Kapitel des Kurses gestaltet worden, damit durch das Material gezielt Theorie und Praxis verknüpft werden können, sowie praxisbezogene Reflexion und Diskussion angeregt werden kann.

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Siehe oben in der Zeile zur theoretischen Rahmung; es gibt ein Textdokument, das den onlinegestützten Kurs und seine Reflexionsanlässe begleitet

Weitere Kommentare / Vorschläge

Die Entwicklung des sogenannten „Multi-Criterion Noticing“ der Teilnehmenden (Kuntze et al., 2021) wurde empirisch untersucht und dokumentiert. Jedoch sollten vor dem Hintergrund von Befunden zu Schwierigkeiten von Lehramtsstudierenden spezifische Hilfsangebote denjenigen Lehramtsstudierenden zur Verfügung gestellt werden, denen Multi-Criterion Noticing schwerfällt, hierfür wäre eine Zwischenevaluation während des Kurses hilfreich.



Beschreibung des Kurses

Der Kurs beginnt mit einem Vortest, der sich auf eine Vignette und einen Fragebogen zu den Sichtweisen der Lehramtsstudierenden zum Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen konzentriert. Das Testinstrument ermöglicht eine Evaluierung des Lernfortschritts der Teilnehmenden, auch durch deren Selbst-Evaluation.

Der Kurs gliedert sich in acht Themeneinheiten bzw. Kapitel, die jeweils fallbasierte Arbeitsformen umsetzen, wie sie durch Vignetten auf der einen Seite und fallübergreifende Gesichtspunkte wie auch Theorieinhalte geprägt werden. Auch die Sichtweisen der Lehramtsstudierenden stehen stets im Vordergrund, da Lehrkräfte in Praxiskontexten mit einem Spektrum an komplexen pädagogischen und fachdidaktischen Dilemmata konfrontiert sind, insbesondere wenn sie mit heterogenen Lernvoraussetzungen umgehen müssen und ihre Sichtweisen hier eine entscheidende Rolle spielen können. Expertise in diesem Bereich bedeutet auch, dass Mathematiklehrkräftemit solchen Dilemmasituationen umgehen können müssen, in dem Sinne, dass sie kritisch überlegen und fachdidaktische Argumente zu klassenraumbezogenen Entscheidungen abwägen können müssen.

Die acht Themeneinheiten/Kapitel sind die Folgenden:

- (1) Lernvoraussetzungen und Lernprozesse von Schüler(innen) analysieren
- (2) Lernvoraussetzungen – eine Videoanalyse
- (3) Lernvoraussetzungen – eine Vignette
- (4) Lernvoraussetzungen – Sprache
- (5) Lernvoraussetzungen – Kompetenzraster, Lernstand 5 & Co.
- (6) Die Rolle von Aufgaben
- (7) Öffnen von Aufgaben, selbstdifferenzierende Aufgaben

Auf diese Weise werden mehrere bedeutsame Interessensbereiche adressiert. Nach einer einführenden Orientierung in theoretischen Rahmungen wird ein Spektrum an Aspekten zum Diagnostizieren und zum Umgang mit Lernvoraussetzungen in den Mittelpunkt gestellt, einschließlich des wichtigen Aspekts der sprachlichen Kompetenzen der Lernenden (und der dort ggf. vorhandenen Heterogenität). Ein Fokus auf Aufgabenmaterial fügt ein zum Blick auf die Seite der Lernenden komplementäres Wissen hinzu, indem hierbei die Seite der Lerngelegenheiten und deren Design in den Mittelpunkt gestellt werden.



Nach dem Ausfüllen des (vignettenbasierten) Nachtests werden die Teilnehmenden gebeten, Feedback zum Kurs zu geben, und auf der Basis ihrer Antworten zum Vor- und Nachtest, werden sie auch nach einer Selbsteinschätzung zu ihrem Fortschritt und Lernergebnissen gefragt.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses



Schlüsselemente des Arbeitsprozesses: Theoriebasierte Wissens Elemente und Kriterien zum Umgang mit heterogenen Lernvoraussetzungen, Kriterienbasierte Analyse von Vignetten, gemeinsames Reflektieren im Kurs

Literaturangaben

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkós, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. MNU-Journal, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? Jahrbuch für Allgemeine Didaktik, 3, 278-296.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu diesem Kurskonzept:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de

Marita Friesen, friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Reflektieren über den Umgang

mit Repräsentationen

mathematischer Objekte



Eine Vignette

Reflektieren über den Umgang mit

Repräsentationen mathematischer Objekte

“Baumdiagramm”

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende
im Primar- und Sekundarbereich (Klassen 1-12/13)
Hier: Fokus vor allem auf einen Sekundarkontext

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, sie gehört zum Kurs:
Mit heterogenen Lernvoraussetzungen von Schüler/inne/n im Mathematikunterricht umgehen

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Diese Vignette ist eine von mehr als 20 Vignetten, an denen die Teilnehmenden selbstständig arbeiten können (siehe Kurskonzept)

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Aufbau und Förderung der Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte bei den Lehramtsstudierenden, mit flexiblem Analysefokus:

- Analyse von Aufgabenmaterial und Schulbuchseiten
- Analyse von Interaktion und Dialogen im Klassenraum
- Analyse von Schwierigkeiten der Lernenden

Aufbau relevanten professionellen Wissens, von Sichtweisen und von spezifischer Awareness

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Kombinierte Material- und Unterrichtssituationsvignette: Repräsentation von Lernmaterial und Unterrichtssituation bezogen auf die Arbeit mit (Teilen von) diesem Material;

Format: Text und/oder Cartoon; Videovignetten sind ebenfalls möglich

Wie lange würde die Situation im Unterricht dauern?

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Unterrichtssituation aus dieser Vignette: ca. 5-10 Min.

Diese Vignette wurde speziell dazu gestaltet, reichhaltiges Potential für Reflektieren, Diskussion und das Entwickeln von Verbesserungen bereitzustellen

Repräsentationen mathematischer Objekte (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); Analysekompetenz zur Nutzung und zum Umgang mit Repräsentationen mathematischer Objekte in Unterrichtssituationen bei den Lehramtsstudierenden (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); professionelles Wissen, Awareness und Analyse von Lehrkräften (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignetten-
basierter
Vortest

Analyse einer
(Video-)
Vignette,
Beispiellösung

Arbeit an einem Pool von Vignetten in einer Abfolge mehrerer Seminarsitzungen; Sitzungen von Teilnehmenden vorbereitet und moderiert

Kernelemente des Arbeitsprozesses:
Kriterienbasierte Analysen von Vignetten, Entwicklung verbesserter Dialoge für die Unterrichtssituationen, verbessertes schülerzentriertes Lernmaterial, Feedback zu Analysen der Peers

Vignetten-
basierter
Nachtest

Vignette 1

Das Unterrichtsthema ist die Nutzung von Baumdiagrammen bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Unten ist eine Schulbuchseite zu sehen, die in dieses Thema einführt und eine Übungsaufgabe, an der die Schüler*innen in einer Distance-Learning-Situation arbeiten sollen. Die Schüler*innen haben die Möglichkeit, die Lehrerin online zu kontaktieren.

[Das (fiktive) Schulbuchmaterial unten ist von einem Ausschnitt aus einem authentischen deutschen Schulbuch angeregt, siehe Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW.* Stuttgart: Klett. S. 162-163.]

Wie man Baumdiagramme richtig verwendet

Max soll die Wahrscheinlichkeit herausfinden, dass bei 5maligem Würfeln zumindest einmal ein Sechser gewürfelt wird. Er hat begonnen, ein Baumdiagramm zu zeichnen.

Nadja schaut sich die Skizze von Max an und sagt: „Da wirst Du nie fertig mit allen diesen Ästen.“

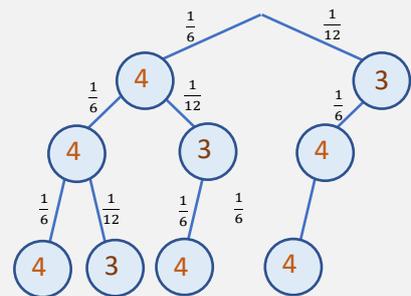
Manchmal werden Baumdiagramme zu groß. Du kannst Zeit sparen, wenn du nur denjenigen Teil des Baumes zeichnest, der wirklich notwendig für das Berechnen der gesuchten Wahrscheinlichkeit ist.



Du stößt den rotierenden Zeiger links dreimal an. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für eine Punktesumme von mindestens 11? Das Baumdiagramm zeigt nur die Äste die zu Summen größer als 10 führen.

Nach den Rechenregeln in Baumdiagrammen ist die Wahrscheinlichkeit

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



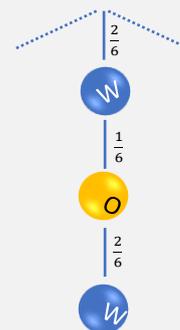
Um Wahrscheinlichkeiten in mehrstufigen Zufallsexperimenten zu bestimmen, wird nur der Teil des Baumdiagramms genutzt, der die benötigten Pfade enthält.

Beispiel 1: Einen Pfad auswählen

Eine Urne enthält Kugeln mit Buchstaben darauf. Dreimal wird zufällig eine Kugel gezogen, der Buchstabe wird aufgeschrieben und die Kugel wird in die Urne zurückgelegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt bei dem Experiment das Wort WOW heraus?



Lösung: Die Wahrscheinlichkeit für das Wort WOW ist $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$
(Pfad in der Abbildung rechts)



Eine der Übungsaufgaben:

Die Polizei hat neun Verdächtige identifiziert, unter ihnen sind vier Einbrecher, nach denen die Polizei bereits lange gesucht hat. Die Kriminalistin Anna R. befragt sie, sie verhaftet danach drei dieser Verdächtigen, und alle davon stellen sich wirklich als Einbrecher heraus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hätte die Kriminalistin Anna ein genauso gutes Ergebnis erhalten, wenn sie die drei zufällig herausgegriffen hätte?

Die Schüler*innen arbeiten infolge der Pandemie einzeln zuhause. Eine Schülerin stellt ihrer Lehrerin in einer Video-Konferenz eine Frage.

Wir sollten ja zu der Einführung auf Seite 154 die Aufgaben machen, auch die Aufgabe 3. Aber die Aufgabe verstehe ich nicht.

Was verstehst du daran nicht?



Also, die Kriminalistin hat neun Leute verhört. Dabei hat sie festgestellt, dass vier davon Einbrecher sind. Und drei davon nimmt sie fest.



Naja, dass die drei wirklich die gesuchten Einbrecher sind, kommt erst danach heraus, es heißt ja „und alle stellen sich wirklich als Einbrecher heraus“. Aber auf jeden Fall musst du hier ja einen Baum zeichnen.

Ja, das habe ich auch schon versucht, aber da bin ich nicht weitergekommen. Es gibt ja 9 Äste, und dann immer 8, Das wird zu viel.

Klar... Also, mein Baum hat nur zwei Äste in der ersten Etage und dann habe ich nur einen Zweig weiterverfolgt, wieder mit 2 Ästen. Betrachtet habe ich die Ausgänge „Einbrecher“ und „Nicht-Einbrecher“, also E und E quer. Du kannst es dir auch als Urne mit zwei Sorten Kugeln vorstellen

Die dritte Stufe müsstest du jetzt selbst machen und es dann ausrechnen. Bekommst du das hin?

Warte mal, ich zeichne dir mal meinen Baum für die ersten zwei Stufen auf und halte ihn dann vor die Kamera.



Literaturangaben

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkós et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2)*, pp. 259–266. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2)*, pp. 435–442. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Kraimer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkós, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3)*, pp. 139–146. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3)*, pp. 275–282. Umeå, Sweden: PME.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Sebastian Kuntze, kuntze@ph-ludwigsburg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Diskussionen anregen über Themen des

Mathematikunterrichts in der Grundschule –

Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben



Ein Kurskonzept

Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts

in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für
die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Der Kurs umfasst ein Set von 10 Vignetten (in Form von Concept Cartoons) zu verschiedenen Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Das mit den Vignetten verbundene Anliegen besteht darin, Diskussionen bei angehenden Lehrkräften über wichtige Aspekte der Unterrichtspraxis anzuregen, speziell über Aspekte des Problemlösens und des Bewertens offener Aufgaben:

- mehrere Lösungsmöglichkeiten,
- mehrere mögliche Ergebnisse,
- verschiedene Interpretationen der Aufgabenstellung,
- verschiedene Interpretationen von Ergebnissen,
- korrekte vs. inkorrekte Lösungswege,
- mehrschrittige Lösungswege,
- Bewerten von Antworten von Schüler*innen (Bewerten von Ergebnissen vs. Bewerten des Lösungsprozesses), etc.

Die Vignetten sollen dazu dienen, bei den Teilnehmenden professionelles Wissen aufzubauen, insbesondere zu:

- Wissen über Aufgaben (verschiedene Wege, sie zu lösen),
- Wissen von Schüler*innen (verschiedene Lösungsideen),
- didaktisches Wissen (bzgl. des Bewertens).

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), Open-Ended Approach (Nohda, Becker & Shimada), Pedagogical Content Knowledge (Kleickmann et al.)

Wie ist der Kurs **strukturiert**?

Einführung

- Struktur der Concept Cartoons
- Impulsfragen zu den Concept Cartoons

Arbeit mit Vignetten

- Individuelles (schriftliches) Arbeiten an den Vignetten: die Teilnehmenden beantworten zunächst in Einzelarbeit zu jeder Vignette die Impulsfragen
- Zwischenanalyse: [optional] der/die Dozierende analysiert die Antworten der Teilnehmenden, um die nachfolgende Diskussion optimal gestalten zu können
- Gruppendiskussion

Schlussfolgerungen

- offene Aufgaben
- Lösen von offenen Aufgaben
- Bewerten von Lösungen zu offenen Aufgaben

Das Set an Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Wie sieht das **Kursformat** aus?

Dauer: 6 Einheiten á 45 Minuten

1. Einheit: Einführung
2. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 1 bis 5)
3. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 1 bis 5)
4. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 6 bis 10)
5. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 6 bis 10)
6. Einheit: Zusammenfassung/Abschluss

Präsenzformat:

Durchführung innerhalb von 3 Wochen (2 Einheiten pro Woche) oder innerhalb von 6 Wochen (eine Einheit pro Woche)

Anpassungen für eine **Online-Durchführung:**

- Einzelarbeit an den Vignetten als vorbereitende Hausaufgabe
- Einführung, Diskussionen und Zusammenfassung/Abschluss als Online-Veranstaltungen



Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Dargestellt sind:

- Unterrichtssituationen
- verschiedene Möglichkeiten, die in den Vignetten enthaltenen Aufgaben zu interpretieren und zu lösen

Format: Set von Cartoon-Vignetten (Concept Cartoons)

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

10 Vignetten:

- Nr. 1 – Würfel in einer Schachtel
- Nr. 2 – Fläche eines Dreiecks
- Nr. 3 – fehlende Stellenwerte
- Nr. 4 – Tabletten
- Nr. 5 – Millgate-Schule
- Nr. 6 – Zitronen
- Nr. 7 – Balkenwaagen
- Nr. 8 – Rennen
- Nr. 9 – Städte und ihre Temperaturen
- Nr. 10 – Äpfel

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Vignetten aus der Literatur (Nr. 1, 2, 8, 9)

Adaptierte Vignetten aus der Literatur (Nr. 3, 4, 5, 10)

Theoriegeleitet konzipierte Vignetten (Nr. 6, 7)

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Die Analyse der Antworten der Teilnehmenden vor der Gruppendiskussion ist optional, jedoch sehr zu empfehlen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Hrsg.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Würfel und Schachteln“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 1** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zum Volumen von Quadern. Das Ziel dieser Vignette ist es, Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen zur Diskussion über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen (z.B. die Bedeutung grundlegender mathematischer Konzepte). Die Vignette ist darauf ausgerichtet, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell ihr Wissen über Aufgaben (wichtige mathematische Konzepte, die hinter Aufgaben stehen), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte sowie inkorrekte Lösungsideen, mehr oder weniger verbreitete Fehlvorstellungen von Lernenden) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe zum Konzept des Volumens (Vergleich der Volumina zweier Quader)
- eine korrekte Lösung der gegebenen Aufgabe
- drei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden zum Konzept des Volumens

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Roubíček, 2014. Graphische Elemente: coReflect@maths

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

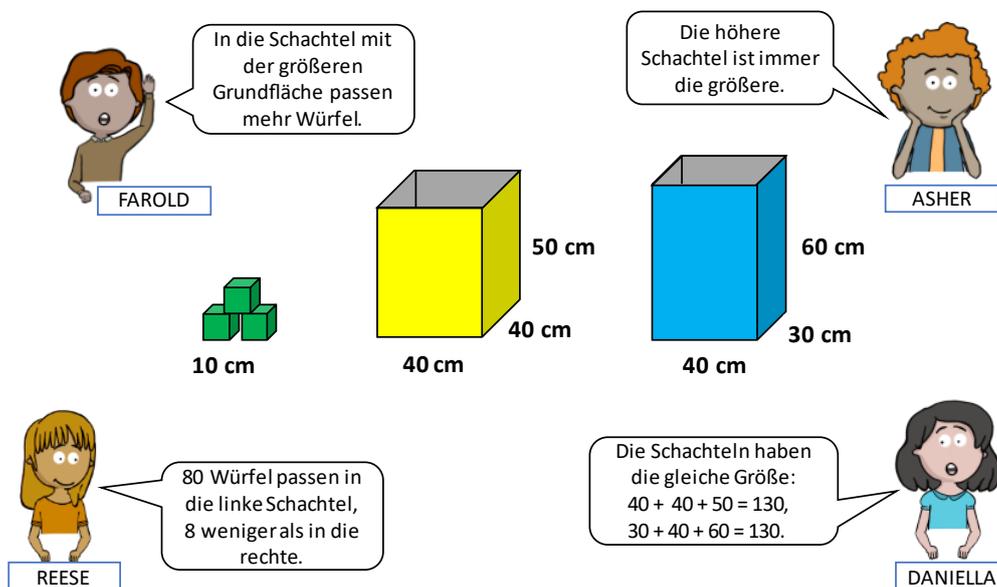
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Würfel und Schachteln“



Quelle der Aufgabe und des Sprechblaseninhalts: Roubíček (2014); grafische Elemente: DIVER

Literaturangaben

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Hrsg.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Fläche eines Dreiecks“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 2** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zum Thema *Flächeninhalt von Dreiecken*. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden / Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens von offenen Aufgaben (die z.B. mehrere richtige Lösungswege haben). Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen, Wissen über Aufgaben (verschiedene Lösungswege), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungs-ideen, mehr oder weniger übliche Fehlvorstellungen von Lernenden) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden) bei den Kursteilnehmenden aufzubauen.

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene richtige Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Roubíček, 2014. Graphische Elemente: coReflect@maths

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

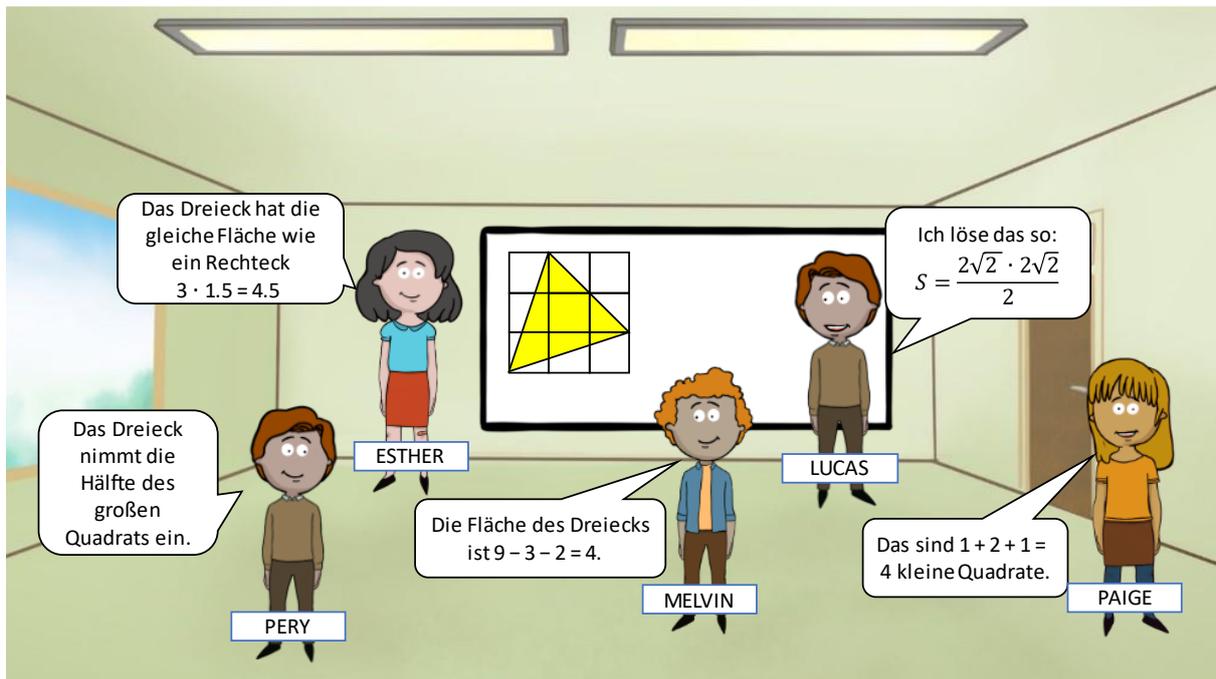
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Fläche eines Dreiecks“



Quelle der Aufgabe und des Sprechblaseninhalts: Roubíček (2014); grafische Elemente: DIVER

Literaturangaben

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Hrsg.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Fehlende Ziffern“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 3** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zur schriftlichen Subtraktion. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (zu denen es z.B. mehrere korrekte Lösungswege und mehrere korrekte Schreibweisen gibt). Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mit mehreren korrekten Ergebnissen sowie deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (mit verschiedenen korrekten und inkorrekten Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Lösungen (Ergebnissen); jedes Ergebnis besteht aus drei Zahlen, die unterschiedlich angeordnet sein können (nach Größe, nach der Reihenfolge im endgültigen Schema, nach der Reihenfolge des Auftretens während des Lösungsprozesses)

- eines der richtigen Ergebnisse, in zwei verschiedenen Reihenfolgen
- zwei verschiedene falsche Ergebnisse
- ein Hinweis auf die Möglichkeit der Existenz eines weiteren richtigen Ergebnisses

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 2_10. Adaptiert wurden: die Aufgabe, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

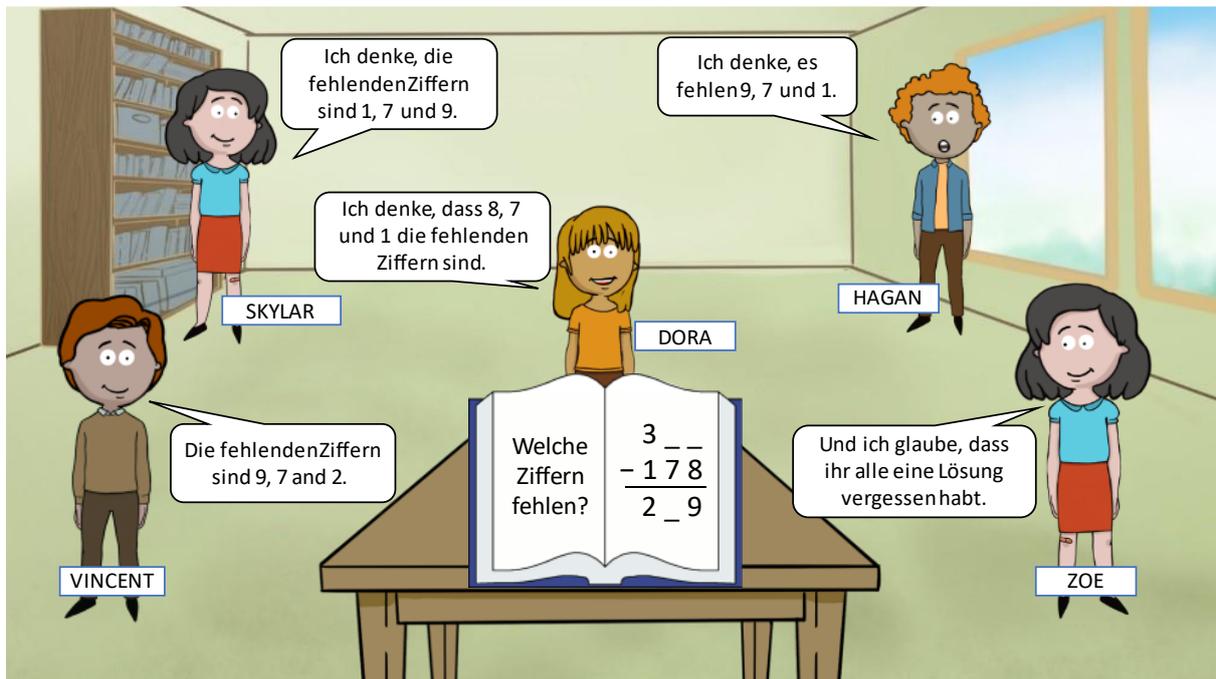
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Fehlende Ziffern“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 2_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Opened book with empty pages. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Tabletten“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 4** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu Anwendungsaufgaben der Multiplikation im Mathematikunterricht der Grundschule. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (die z.B. mehrere korrekte Lösungswege und mehrere korrekte Schreibweisen besitzen können). Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mit mehreren korrekten Ergebnissen und deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (mit verschiedenen korrekten und inkorrekten Lösungs-ideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einer Lösung (Ergebnis) und mehreren Interpretationen des Ergebnisses (mindestens drei verschiedene Interpretationen)
- drei verschiedene Interpretationen des korrekten Ergebnisses
- zwei verschiedene inkorrekte Ergebnisse



Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_12. Adaptiert wurden: die Aufgabe, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

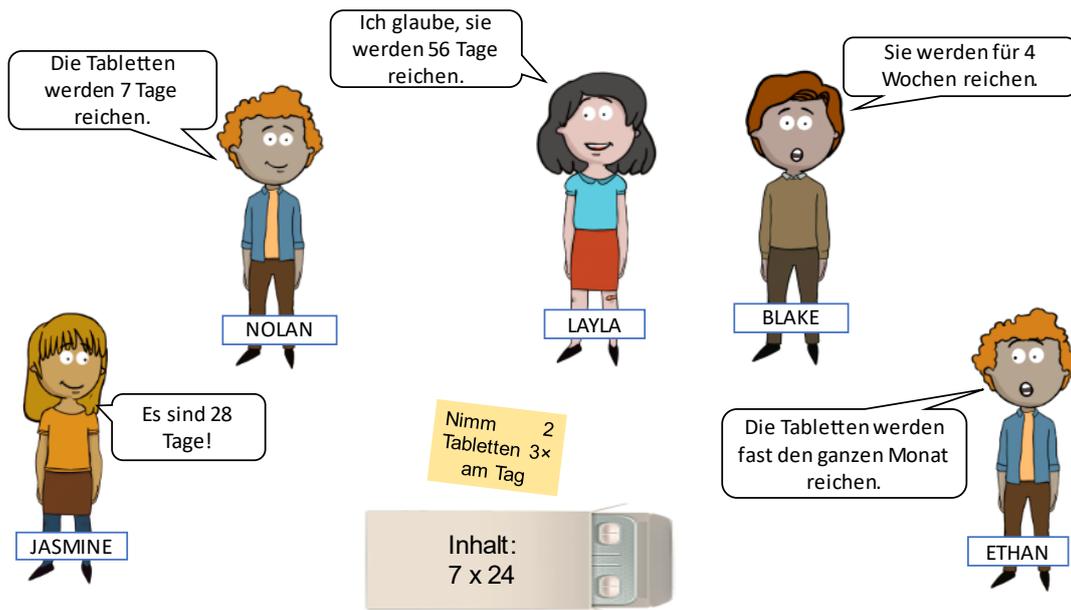
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Tabletten“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_12; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills% 20blister&position=3&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills%20blister&position=3&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Millgate-Schule“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 5** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu einer problemhaltigen Aufgabe. Ziel der Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösens und Beurteilens von Problemstellungen, die für Lernende schwierig zu sein scheinen.

Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, und zwar Wissen über Aufgaben (ungleiche Teilungsprobleme und deren Lösung; Überprüfung der Ergebnisse solcher Probleme), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene inkorrekte Lösungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden). Zu der Aufgabe im Concept Cartoon existieren mehrere Lösungsmöglichkeiten, jedoch wird keine Lösungsmöglichkeit in den Sprechblasen explizit dargestellt.

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einer Lösung und mehreren Lösungsverfahren
- ein korrektes Ergebnis



- vier verschiedene inkorrekte Ergebnisse, die auf den vier häufigen Missverständnissen beruhen

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 1_14. Adaptiert wurden: der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022a, 2022b, 2022c.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), ungleiche Teilungsprobleme (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al., 2013).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Millgate-Schule“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 1_14; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022a, 2022b, 2022c.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295-303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Würfel in einer Box“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 6** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf die Einführung in das Thema *Gleichungen* und auf das Thema *Verhältnisse* im Mathematikunterricht in der Grundschule bezieht. Ziel dieser Vignette ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell zu Aspekten im Zusammenhang mit dem Lösen und Beurteilen offener Aufgaben (z. B. mehrere korrekte Interpretationen der Aufgabe, mehrere korrekte Verfahren).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (verschiedene korrekte Interpretationen der Aufgabe, verschiedene korrekte Lösungsverfahren), Wissen über mögliche Vorstellungen von Lernenden (verschiedene mögliche Fehlvorstellungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Interpretationen der Aufgabe und mehreren korrekten Lösungsverfahren
- drei korrekte Aussagen über die abgebildete Situation (zwei Aussagen beziehen sich auf



die häufigere Interpretation, eine auf die sel-
tenere Interpretation)

- eine falsche Aussage (die besagt, dass die Aufgabe nicht lösbar ist)

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer
anderen Quelle entlehnt,
authentisch, adaptiert, oder
speziell theoriegeleitet kon-
zipiert?

Die Vignette wurde theoriegeleitet konzipiert. Grafi-
sche Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c,
2022a, 2022b).

Gibt es ergänzende
Unterlagen für die Teilneh-
menden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda),
pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

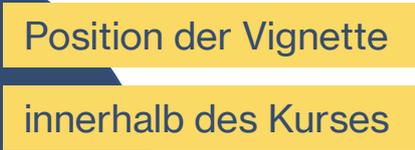
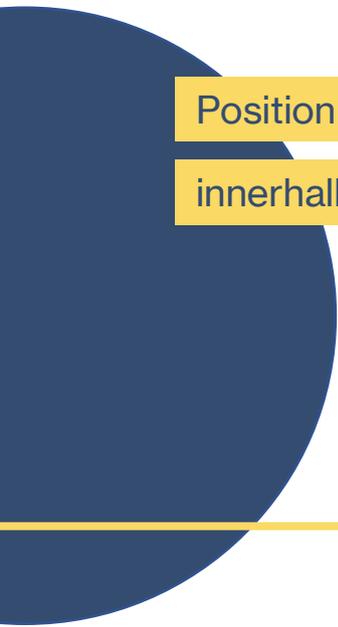
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um
Diskussionen unter den
Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Dis-
kussionen unter den Teilneh-
menden anzuregen

Reflexion und Diskussion
des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des
zweiten Vignettensets



Vignette – „Würfel in einer Box“



Neu erstellt; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b.

Literaturangaben

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.



Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Wippen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 7** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zur Einführung in das Thema Ungleichheiten im Mathematikunterricht der Grundschule. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben (z. B. mit mehreren richtigen Antworten).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (mehrere richtige Antworten), ihr Wissen über mögliche Vorstellungen von Lernenden (sowie verschiedene mögliche Fehlvorstellungen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit zwei möglichen richtigen Ergebnissen (zwei Gegenstände könnten am leichtesten sein, es ist nicht möglich zu sagen, welcher es wirklich ist)
- drei korrekte Aussagen über die abgebildete Situation
- zwei inkorrekte Aussagen, die auf einem häufigen Missverständnis beruhen



Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde theoriegeleitet konzipiert. Grafische Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c, 2022).

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

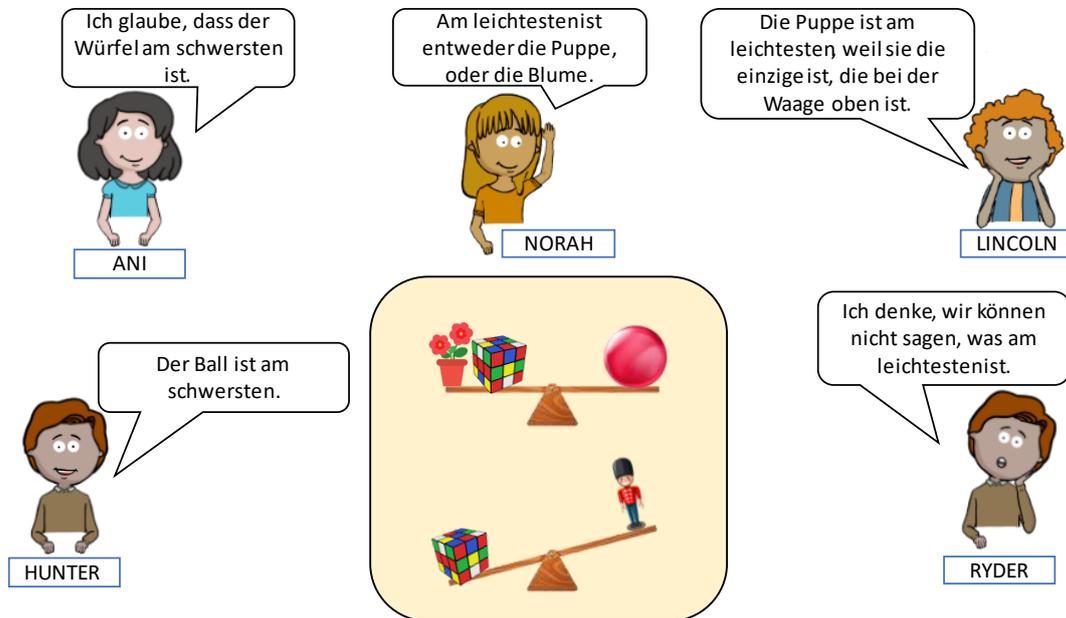
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Wippen“



Neu erstellt; grafische Elemente: DIVER; Freepik (2021a, 2021b, 2021c, 2022)

Literaturangaben

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.



Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Rennen“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 8** des Kurses **„Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon zu Dezimalzahlen und deren Anwendung im Alltag. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen (z.B. die Bedeutung mathematischer Konzepte und Anwendungen).

Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (Fähigkeit, das Problem zu lösen), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (Fehlvorstellungen über die Struktur von Dezimalzahlen, über die Mathematisierung der Aufgabe) und didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Anwendungsaufgabe, die auf der Reihenfolge der Dezimalzahlen basiert
- eine richtige Lösung der gestellten Aufgabe
- ein verbreitetes Missverständnis von Lernenden über die Ordnung der Dezimalzahlen
- ein verbreitetes Missverständnis von Lernenden bezüglich der Mathematisierung der Anwendungsaufgabe

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Dabell et al., 2008: 1_6. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

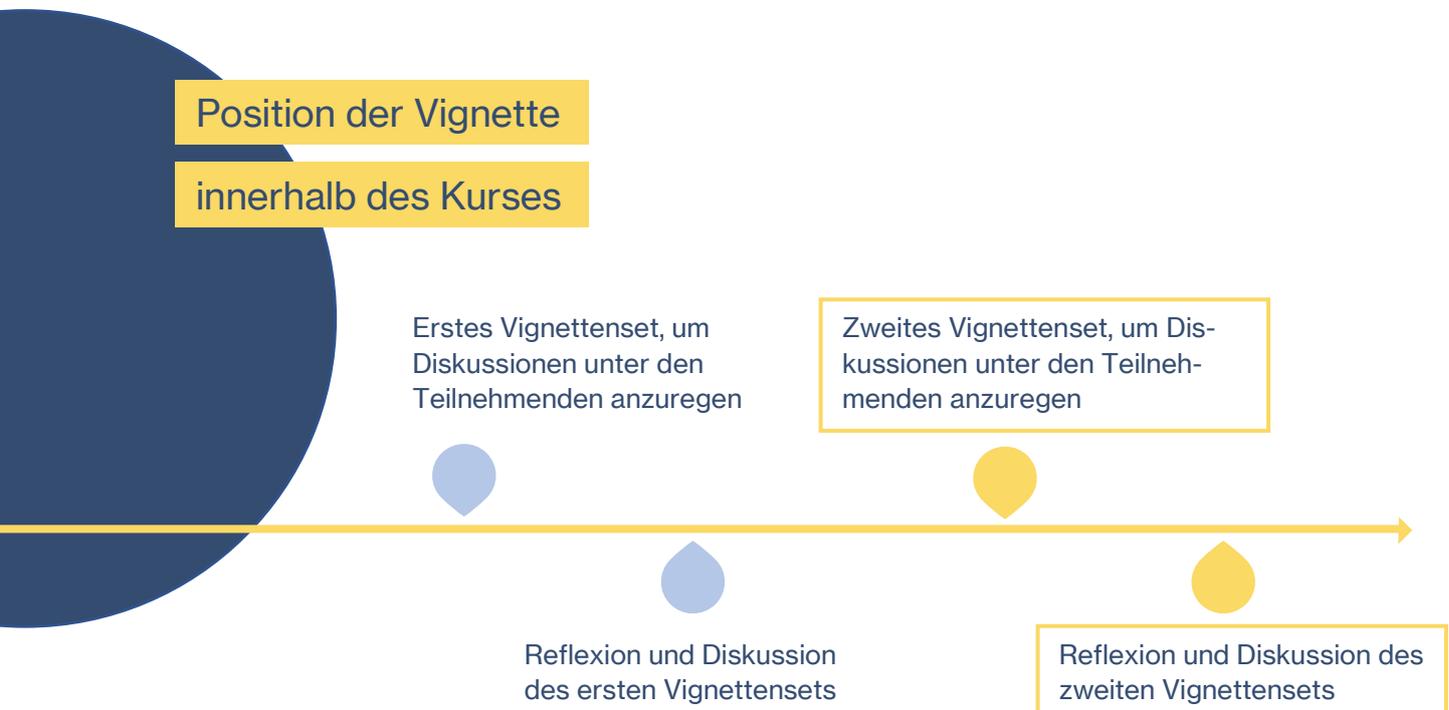
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

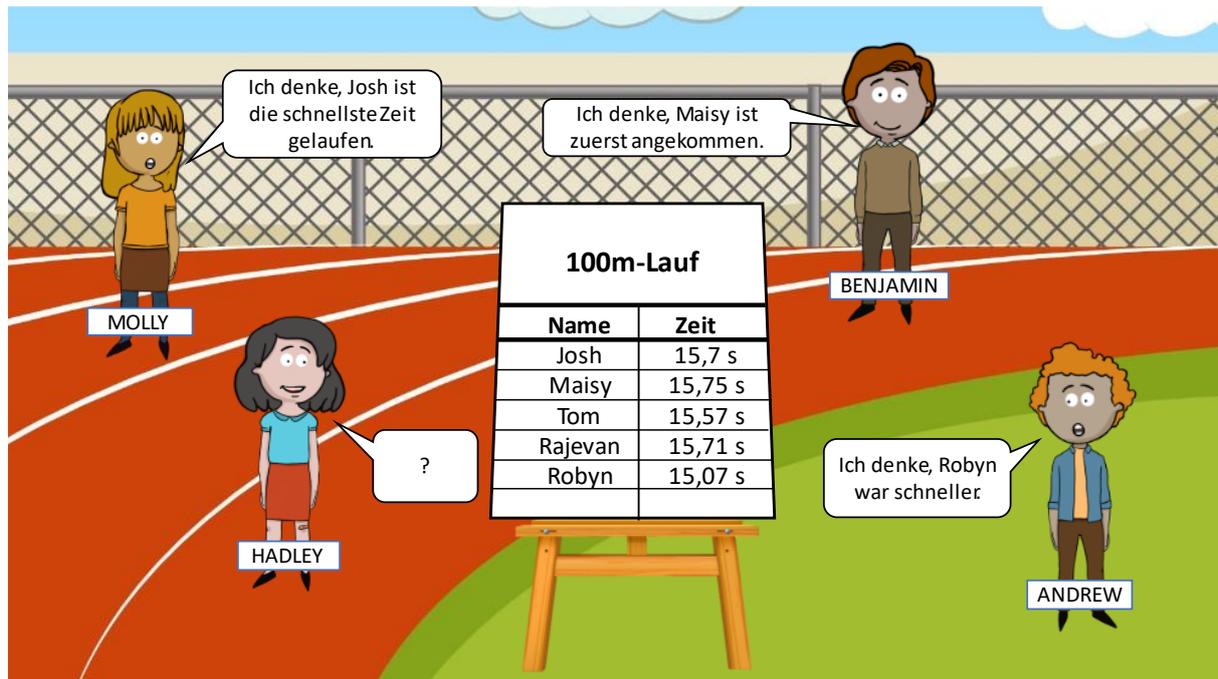
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Rennen“



Erstellt nach Dabell et al., 2008: 1_6; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021a, 2021b.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm#page=1&query=run%20track&position=12 [21 November 2021].

Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23 [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Stadttemperatur“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 9** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule, speziell auf das Thema der Differenz zwischen ganzen Zahlen und auf die Arbeit mit Tabellen, bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und Beurteilens offener Aufgaben (z. B. mit mehreren richtigen Ergebnissen).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (mehrere richtige Ergebnisse und deren systematische Suche), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit vier verschiedenen Lösungen
- eines der richtigen Ergebnisse
- zwei verschiedene falsche Ergebnisse

- eine falsche Aussage über die Anzahl der Ergebnisse

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist aus einer anderen Quelle entlehnt und wurde grafisch angepasst. Quelle: Dabell et al., 2008: 2_6. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

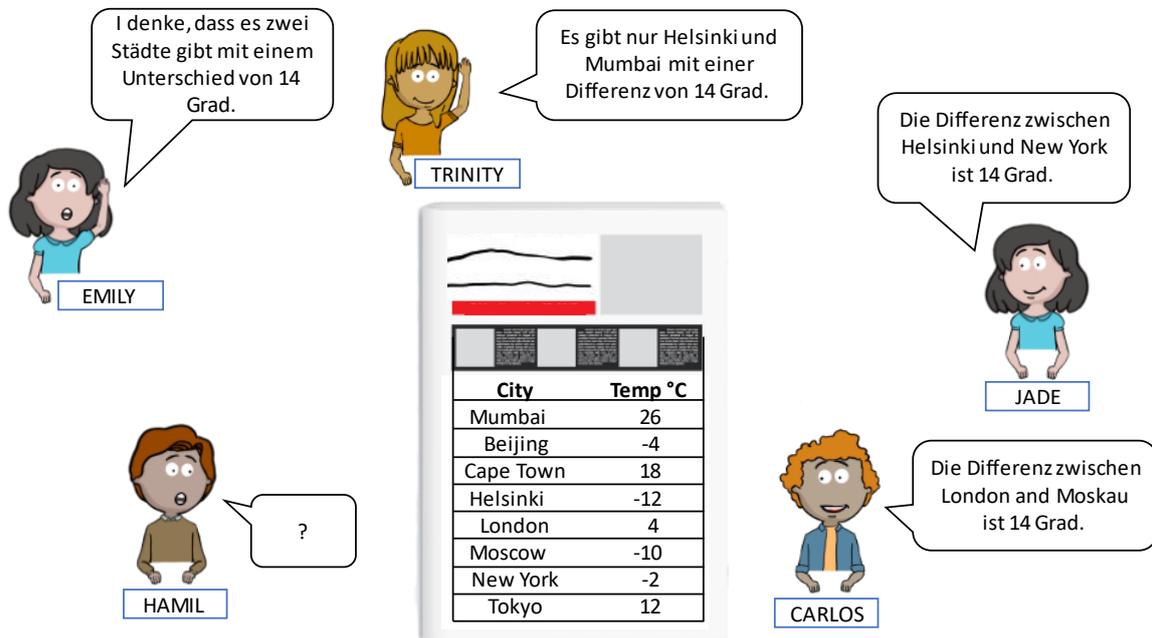
Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets

Vignette – „Stadttemperatur“



City	Temp °C
Mumbai	26
Beijing	-4
Cape Town	18
Helsinki	-12
London	4
Moscow	-10
New York	-2
Tokyo	12

Erstellt nach Dabell et al., 2008: 2_6; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Newspaper Realistic. [Online]. Available: http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm#page=1&query=newspapers&position=11&from_view=search [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern



Eine Vignette

Vorstellungen von Lehrkräften

herausfordern

„Äpfel“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja: als Vignette **Nr. 10** des Kurses **“Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts in der Grundschule – Lösen und Bewerten von offenen Aufgaben”**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie als Schwerpunkt einer reflektierenden Diskussion

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht in der Grundschule bezieht und das Thema *Brüche* behandelt. Ziel ist es, eine Diskussion der Kursteilnehmenden über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösens und Beurteilens offener Aufgaben (z. B. Aufgaben mit mehreren korrekten Lösungswegen).

Die Vignette zielt auch darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Lösungswege), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungs-ideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene korrekte Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen der Lernenden

Format: Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_10. Adaptiert wurden: die Anzahl der Äpfel, der Inhalt der Sprechblasen und die Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Ergänzende Unterlagen sind nicht erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), offene Aufgaben (Nohda), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Impulsfragen:

- Welche Kinder haben recht?
- Welche liegen falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

Position der Vignette

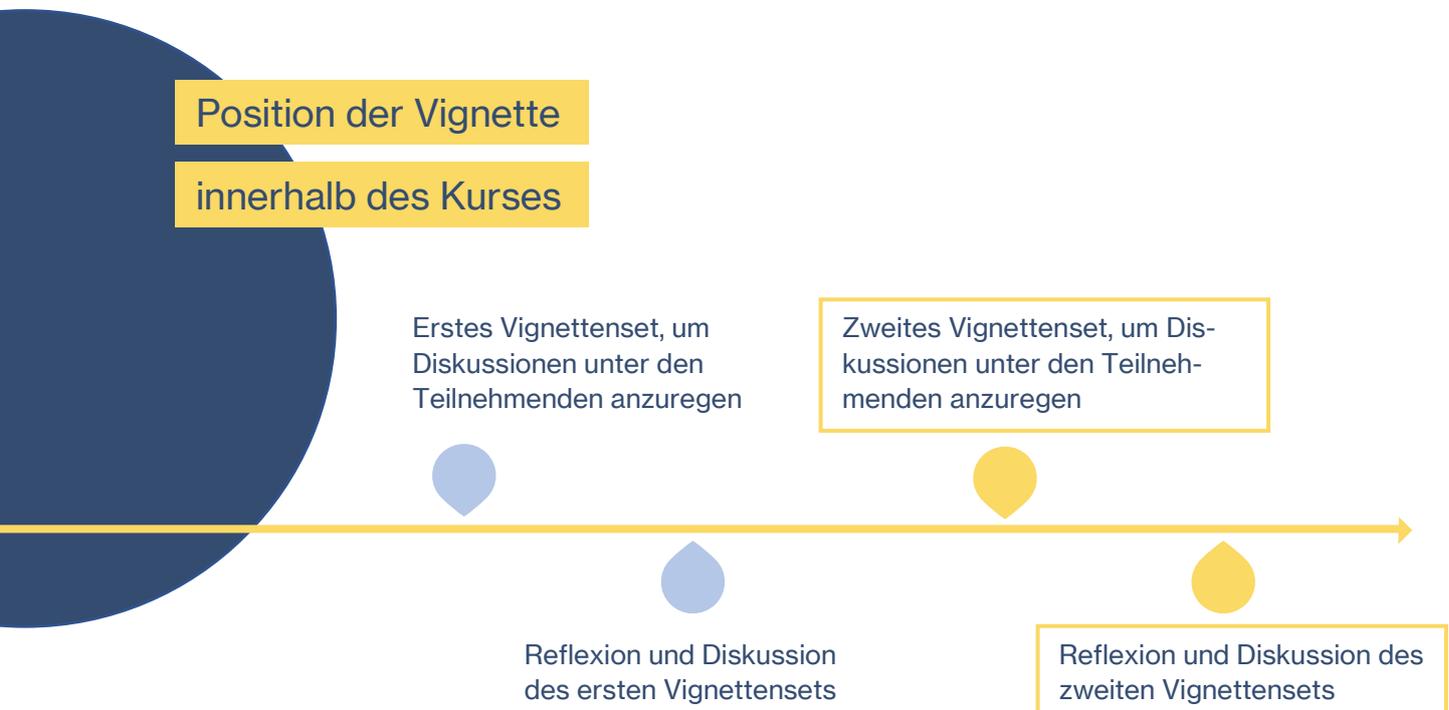
innerhalb des Kurses

Erstes Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

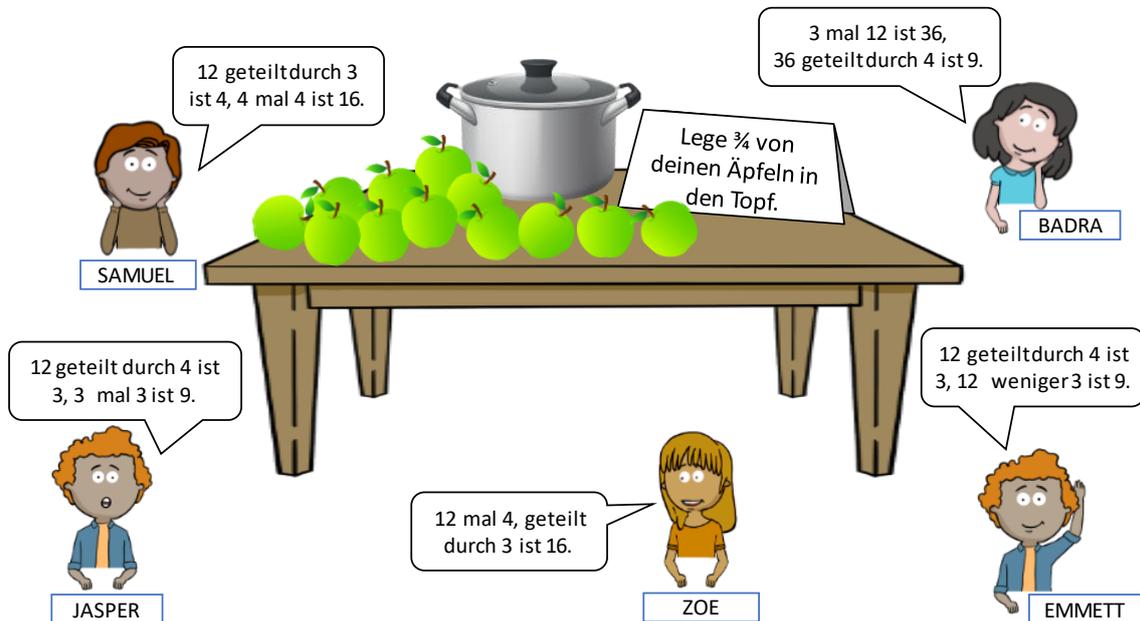
Zweites Vignettenset, um Diskussionen unter den Teilnehmenden anzuregen

Reflexion und Diskussion des ersten Vignettensets

Reflexion und Diskussion des zweiten Vignettensets



Vignette – „Äpfel“



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Diskussionen anregen über Themen

des Mathematikunterrichts in der Grundschule –

Brüche verstehen



Ein Kurskonzept

Diskussionen anregen über Themen des Mathematikunterrichts

in der Grundschule – Brüche verstehen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für
die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Der Kurs umfasst insgesamt 4 Vignetten (Concept Cartoons) zu verschiedenen Aspekten des Mathematikunterrichts in der Grundschule, die sich auf das Thema Brüche beziehen. Ziel ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte, die mit dem Lösen und Bewerten von Aufgaben mit Brüchen zu tun haben. Dabei geht es um die Bedeutung des Bruchs als Teil des Ganzen, um Vergleiche durch Brüche, um Anwendungskontexte zu Brüchen, um diskrete und stetige Modelle von Brüchen und um weitere thematisch verwandte Inhalte (Bezug zum Thema Prozentrechnung). Bei den in den Vignetten dargestellten Aufgaben handelt es sich in allen Fällen um offene Aufgaben: Sie weisen mehrere Lösungsverfahren und mehrere Möglichkeiten der Ergebnisdarstellung auf. Mit Hilfe des Satzes von Vignetten soll professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufgebaut werden, insbesondere:

- Wissen über die Aufgaben (verschiedene Arten der Lösung),
- Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene Lösungsideen),
- Wissen über den Unterricht (Bewertung).

Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Problemlösen (Polya), Open-Ended Approach (Nohda), Pedagogical Content Knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnung (Lamon).

Wie ist der Kurs **strukturiert**?

Einführung

- Struktur der Concept Cartoons
- Leitfragenkatalog

Die Arbeit mit den Vignetten

- schriftliche Einzelarbeit: Für jede der Vignetten beantworten die Teilnehmenden einzeln die Leitfragen
- Zwischenanalyse: [optional] der Kursleiter analysiert die Antworten, um die anschließende Diskussion optimal gestalten zu können
- Gruppendiskussion

Schlussfolgerungen

- Aufgaben mit Brüchen
- Lösen von Aufgaben mit Brüchen
- Bewertung der Lösungen von Lernenden zu Aufgaben mit Brüchen
- Offenheit der Aufgaben

Liste der Impulsfragen:

- Welche Kinder haben Recht?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Dauer: 4 Einheiten á 45 Minuten

1. Einheit: Einführung
2. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 1 und 2)
3. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 1 und 2)
4. Einheit: Einzelarbeit an den Vignetten (Vignetten Nr. 3 und 4)
5. Einheit: Diskussion (Vignetten Nr. 3 und 4)
6. Einheit: Zusammenfassung/Abschluss

Präsenzformat:

Durchführung innerhalb von 2 Wochen (2 Einheiten pro Woche) oder innerhalb von 4 Wochen (eine Einheit pro Woche)

Anpassungen für eine **Online-Durchführung**:

- Einzelarbeit an den Vignetten als vorbereitende Hausaufgabe
- Einführung, Diskussionen und Zusammenfassung/Abschluss als Online-Veranstaltungen



Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Dargestellt sind:

- Unterrichtssituationen
- verschiedene Möglichkeiten, die in den Vignetten enthaltenen Aufgaben zu interpretieren und zu lösen

Format: Comic-Vignetten in Form von Concept Cartoons

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

4 Vignetten:

- Nr. 1 – Äpfel
- Nr. 2 – Süßigkeiten
- Nr. 3 – Flächenvergleich
- Nr. 4 – ermäßigte Pfanne

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

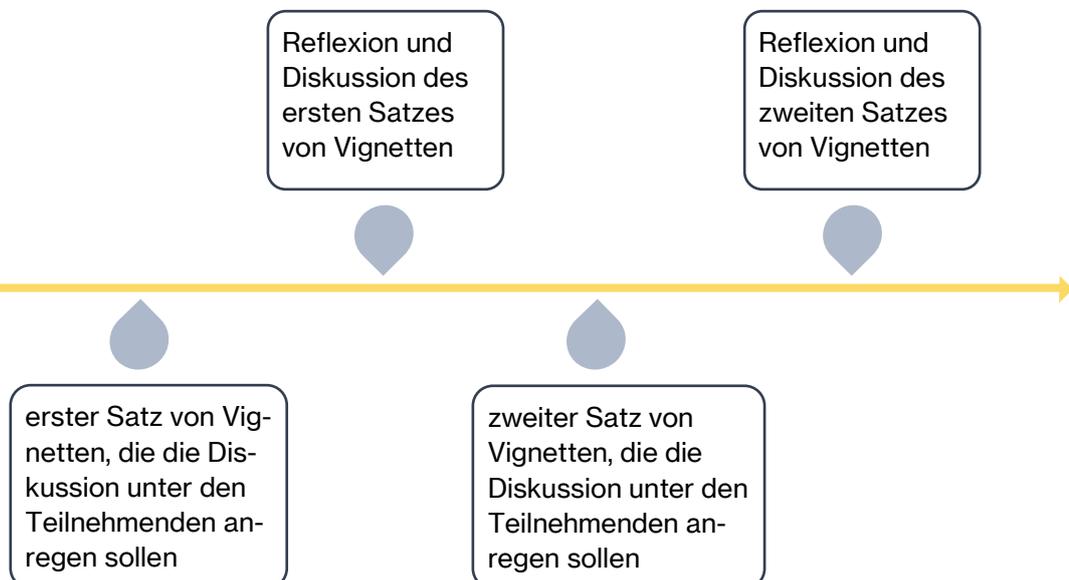
Vignetten Nr. 1, 2, 3: adaptiert ausgehend von Vignetten aus der Literatur;
Vignette Nr. 4: theoriegeleitet konzipiert

Weitere Kommentare/ Vorschläge

Die Analyse der Antworten der Teilnehmenden vor der Gruppendiskussion ist optional, aber sehr zu empfehlen.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses



Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Äpfel“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 1** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit Lösungsprozess und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt zudem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten der Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe mit einem Ergebnis, aber mehreren möglichen Lösungswegen
- drei verschiedene richtige Lösungswege
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Anpassung: Dabell et al., 2008: 3_10. Adaptiert wurden: die Anzahl der Äpfel, der Inhalt der Blasen, die Grafik. Grafische Elemente: DIVER; Clipart Library (2021); Freepik (2021).

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Nein; die Vignette wird als Einstiegsaktivität zu Beginn des Kurses verwendet.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Weitere **Kommentare/**
Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

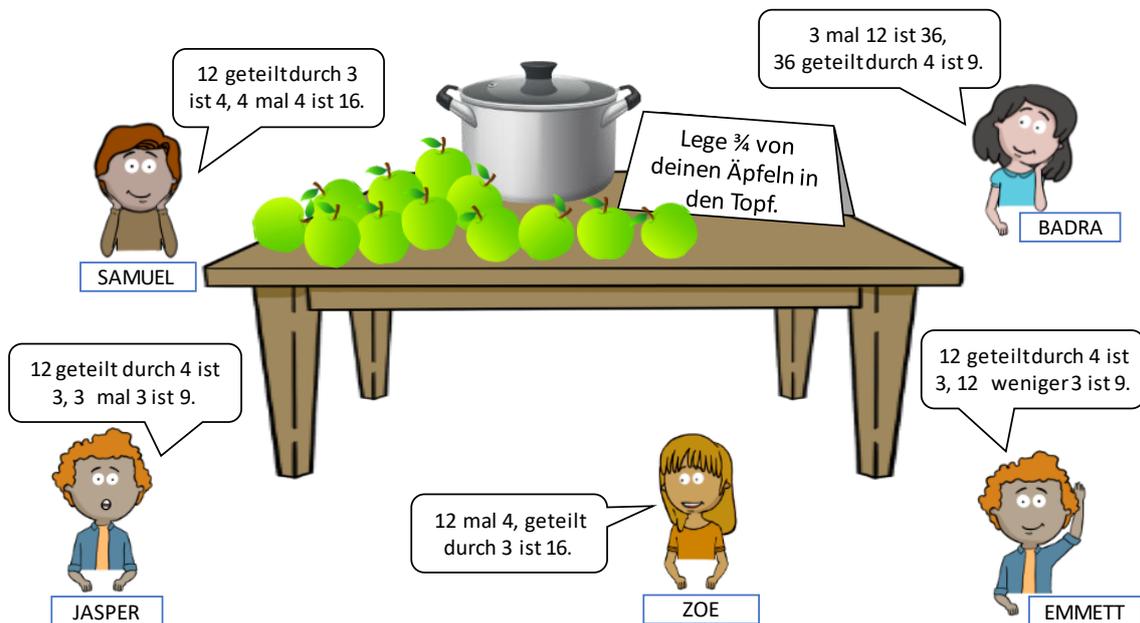
Reflexion und
Diskussion des
ersten Satzes
von Vignetten

Reflexion und
Diskussion des
zweiten Satzes
von Vignetten

erster Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

zweiter Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

Vignette – “Äpfel”



Erstellt durch eine Anpassung der Grafiken, der Aufgabe und des Inhalts der Sprechblasen in Dabell et al., 2008: 3_10; grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2021,2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsnér, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). Teaching fractions and ratios for understanding. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Süßigkeiten“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 2** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Unterrichtssituation
- eine Aufgabe über einen Bruchteil eines Betrages
- eine Aufgabe mit zwei verschiedenen Formen des richtigen Ergebnisses (Ergebnis als natürliche Zahl, Ergebnis als Bruch)
- zwei verschiedene Fehlvorstellungen von Lernenden (falsche Ergebnisse)

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Adaptierung: Samková & Tichá, 2017: 97. Adaptiert wurden: die Texte und Grafiken. Grafische Elemente: DIVER; Freepick, 2022.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Weitere **Kommentare**/Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

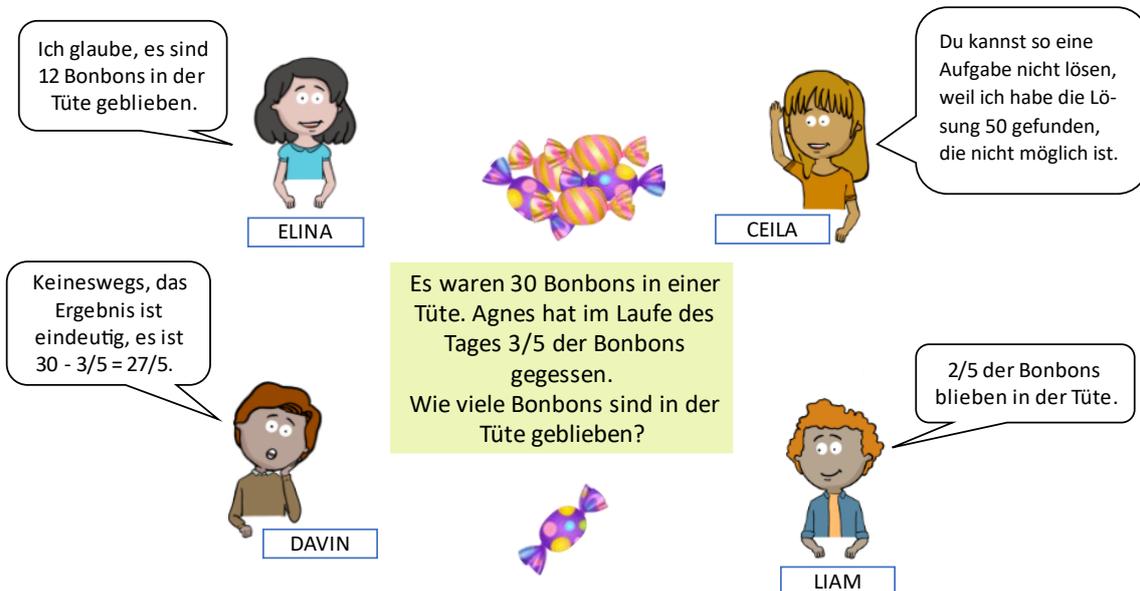
Reflexion und
Diskussion des
ersten Satzes
von Vignetten

Reflexion und
Diskussion des
zweiten Satzes
von Vignetten

erster Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

zweiter Satz von Vignetten, die die Diskussion unter den Teilnehmenden anregen sollen

Vignette – „Süßigkeiten“



Erstellt durch eine Adaption der Grafiken und Texte in Samková & Tichá, 2017: 97;
grafische Elemente: DIVER; Freepik, 2022.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Flächenvergleich“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 3** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht der Grundschule und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, speziell über Aspekte im Zusammenhang mit dem Prozess des Lösen und der Bewertung von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, speziell Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Anwendungssituation auf der Grundlage eines kontinuierlichen Modells
- eine Aufgabe über einen Bruch als Teil des Ganzen und über einen Vergleich, der durch einen Bruch gegeben ist
- eine Aufgabe mit vielen verschiedenen möglichen Aussagen über Vergleiche der beiden dargestellten Segmente
- drei verschiedene richtige Aussagen
- zwei verschiedene falsche Aussagen



Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Welche **Theorie** steht dahinter?

Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Format:
Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Die Vignette wurde adaptiert. Quelle der Version vor der Adaptierung: (Samková & Tichá, 2017: 95). Adaptiert wurden: die Texte, Grafiken. Grafische Elemente: DIVER.

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

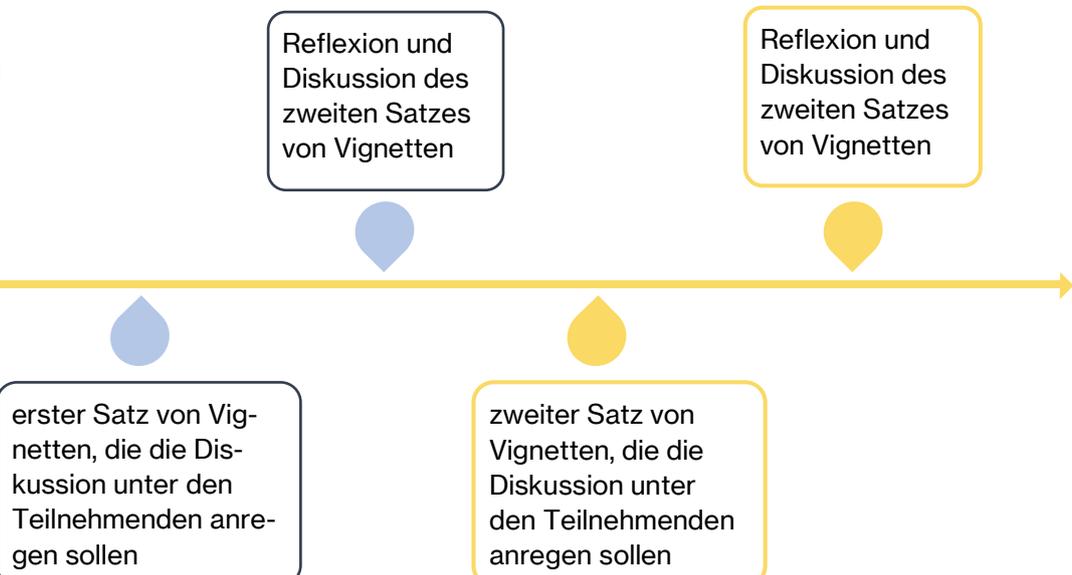
Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

Liste der Leitfragen:

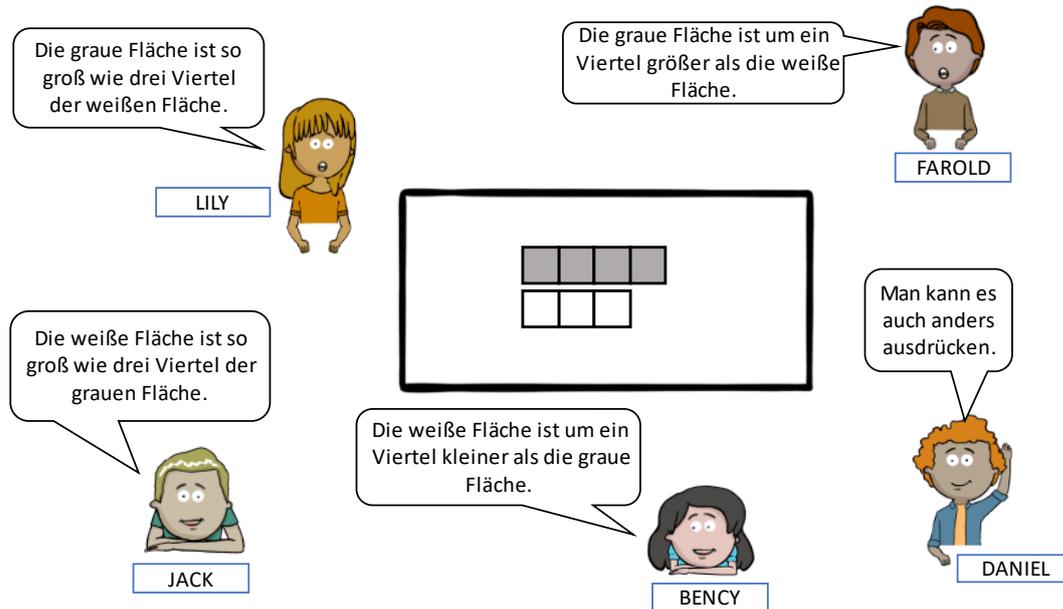
- Welche Antworten sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses



Vignette – „Flächenvergleich“



Erstellt durch eine Adaption der Grafiken und Texte in Samková & Tichá, 2017: 95; grafische Elemente: DIVER.

Literaturangaben

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková

lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten
in der Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Brüche verstehen



Eine Vignette

Brüche verstehen

„Ermäßigte Pfanne“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende/Lehramtsanwärter*innen für die Primarstufe sowie die Sekundarstufe I

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Ja, als Vignette **Nr. 4** des Kurses „**Brüche verstehen**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Individuelle Arbeit an der Vignette sowie Gruppendiskussion über die Vignette

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Bei der Vignette handelt es sich um einen Concept Cartoon, der sich auf den Mathematikunterricht im Grundschulalter und das Thema Brüche bezieht. Ziel ist es, eine Diskussion der angehenden Lehramtsstudierenden/Lehramtsanwärter*innen über wichtige Aspekte der Schulpraxis anzuregen, insbesondere über Aspekte im Zusammenhang mit dem Lösungs- und Bewertungsprozess von Aufgaben, die Brüche enthalten. Die Vignette zielt außerdem darauf ab, professionelles Wissen bei den Kursteilnehmenden aufzubauen, nämlich Wissen über Aufgaben (verschiedene Arten ihrer Lösung), Wissen über Vorstellungen von Lernenden (verschiedene korrekte und inkorrekte Lösungsideen) sowie didaktisches Wissen (speziell solches bzgl. der Bewertung von Lösungen von Lernenden).

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Dargestellt sind:

- eine Anwendungssituation aus dem Alltag
- eine Aufgabe zu einem doppelten Rabatt, der durch zwei unterschiedliche Brüche angegeben ist
- eine Aufgabe mit vielen verschiedenen korrekten Darstellungsformen des Ergebnisses und vielen verschiedenen korrekten Lösungsverfahren



- zwei verschiedene Formen des korrekten Ergebnisses (Ergebnis als Bruch, Ergebnis als Prozentsatz), zwei verschiedene korrekte Lösungswege (bezogen auf zwei verschiedene Reihenfolgen der Abschlüsse), zwei verschiedene Formen der Lösungsdarstellung (Anweisungen, wie man ohne das Endergebnis vorgehen kann, Endergebnis ohne Anweisungen)
- eine verbreitete Fehlvorstellung (falsches Ergebnis)

Format:

Cartoon-Vignette (Concept Cartoon)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette ist theoriegeleitet konzipiert.

Gibt es ergänzende **Unterlagen** für die Teilnehmenden des Kurses?

Es sind keine ergänzenden Unterlagen erforderlich.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Problemlösen (Polya), pedagogical content knowledge (Kleickmann et al.), Bruchrechnen (Lamon).

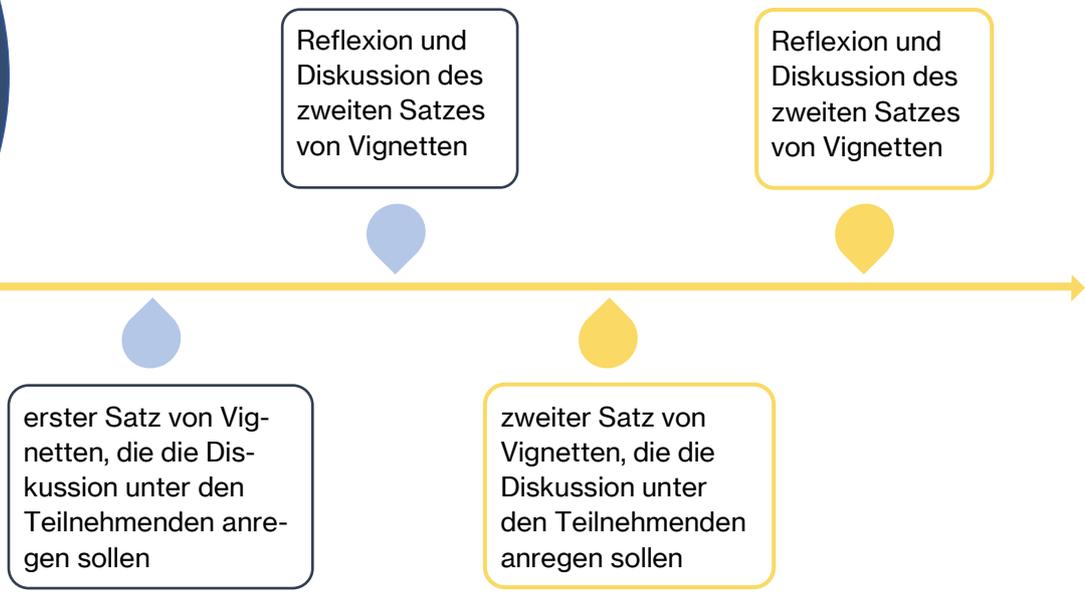
Weitere **Kommentare**/
Vorschläge

Liste der Leitfragen:

- Welche Kinder sind richtig?
- Welche sind falsch?
- Warum? (Begründen Sie Ihre Entscheidungen.)
- Was könnte die Ursache für die Fehler gewesen sein?
- Was würden Sie den Kindern raten, die die Fehler gemacht haben?
- Für wie schwerwiegend halten Sie die Fehler?

Position der Vignette

innerhalb des Kurses



Vignette – „Ermäßigte Pfanne“

Zuerst muss man die Hälfte abziehen, und dann die Fünftel für die Karte.

Mit unserer Kundenkarte erhalten Sie einen zusätzlichen Rabatt von $\frac{1}{5}$ auf alles.

Man kann es auch anders machen: erst ein Fünftel abziehen, dann die Hälfte.

Dieser Artikel ist um die Hälfte ermäßigt!

Schneller geht es, wenn man $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ subtrahiert, also $\frac{7}{10}$.

Ich ziehe 50% ab, und dann noch einmal 10%, so dass 40% vom ursprünglichen Preis übrig bleiben.

Ich würde $\frac{3}{5}$ abziehen.

KARLA

MAREK

ADAM

DITA

IGNÁC



Literaturangaben

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Libuše Samková
lsamkova@pf.jcu.cz



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Verbesserung der Kompetenz, sich professionell

mit dem mathematischen Denken der Schüler

über Brüche auseinanderzusetzen



Ein Kurskonzept

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen

Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Primarbereich / Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften
zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

HLT zum Bruchbegriff: Lernziel, Verständnisebene der Lernenden und Aufgabenbeispiele, die den Lernenden helfen, in ihrem Verständnis voranzuschreiten (Battista, 2012)

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: 4 Sitzungen à 2 Stunden (gesamt: 8 Stunden)
Der Kurs besteht aus einem Theorie-Dokument (mit der HLT) und 3 Vignetten.

Wie sieht das **Kursformat**
aus? (Ablauf der Sitzungen,
online/offline/hybrid,
zeitlicher Umfang, ...)

Sitzung 1 (2 Stunden)

Einführung in das Theorie-Dokument (HLT)

Sitzung 2 (2 Stunden)

Vignette 1 zum Identifizieren und Darstellen von Brüchen

Sitzung 3 (2 Stunden)

Vignette 2 zum Bruchvergleich

Sitzung 4 (2 Stunden)

Vignette 3 zum Rekonstruieren des Ganzen und zum Identifizieren von Brüchen

An allen Vignetten wird in Kleingruppen gearbeitet, mit nachfolgender Diskussion mit der ganzen Lerngruppe

Was ist in den Vignetten dargestellt und in welchem Format (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Jede Vignette (Text-/Cartoon-Format) umfasst:

- Eine Klassenraumsituation: Interaktionen zwischen einer Lehrkraft und verschiedenen Schüler*innen, die an einer Aufgabenstellung zu Brüchen arbeiten. Jede*r Lernende/Pair von Lernenden zeigt verschiedene Verständnis-Charakteristika zum Bruchbegriff.
- Leitfragen, um den Fokus der Lehramtsstudierenden auf das Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden zu lenken

Lehramtsstudierende sollten die Information aus dem Theorie-Dokument (mit der HLT zum Bruchbegriff) nutzen, um die Leitfragen zu beantworten.

Ein Freiraum für gemeinsamen Austausch sollte für die Diskussion der Vignetten geschaffen werden: Dieser kann in Präsenz oder online realisiert werden.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ein Set von 3 Vignetten, wie oben eingeführt.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das Vignettenset wurde speziell gestaltet, um reichhaltige Diskussionsanlässe zu bieten und das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden zu stimulieren

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Ein Theorie-Dokument mit den HLT zum Bruchbegriff, basierend auf der Forschung von Battista (2012)

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>



Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT
zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Brüche identifizieren
und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Rekonstruktion des Ganzen

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:
Pere Ivars, Ceneida Fernández und **Salvador
Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Brüche identifizieren und darstellen



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen

Denken Lernender: Brüche identifizieren und darstellen

„Vignette 1“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden
- Mathematischer Inhalt: Brüche Identifizieren und Darstellen (Teil-Ganzes Bedeutung von Brüchen)

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignette besteht aus:

- Antworten zu einer Aufgabenstellung zum Identifizieren von (echten) Brüchen von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.
- Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis von Battista (2012)

Weitere Anmerkungen

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

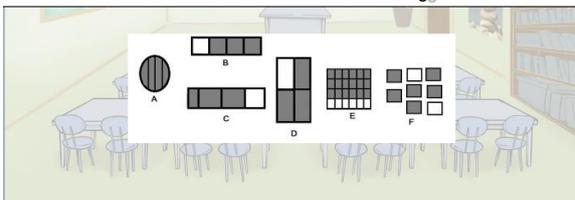
Förderung des Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Rekonstruktion des Ganzen

Vignette 1

Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

In ihren Klassen herrscht Gruppenarbeit vor, und sie versucht die Entwicklung der Ideen ihrer Schüler:innen durch Diskussionen zu unterstützen, in denen die Ideen ausgetauscht werden, die beim Bearbeiten der Aufgaben entstehen.

In der ersten Stunde geht es um das Erkennen von echten Brüchen in einer Auswahl mehrerer Darstellungen.



Was habt ihr als Antwort, Viktor und Leo?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Hmmm, also, wir meinen, A, B, C und D stellen drei Viertel dar.

Leo, stimmst du Viktor zu?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Ja, A, B, C und D sind in 4 Teile geteilt, und 3 sind ausgemalt.

Sind alle einverstanden?

Wir nicht.

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Was meint ihr, Tere und Jona?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Wir glauben, dass B und D drei Viertel sind, weil sie in vier gleiche Teile geteilt sind und drei grau markiert sind. A und C haben 3 Teile von 4 markiert, aber die Teile sind nicht gleich groß...

Und E? Was meint ihr zu E?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

E ist nicht drei Viertel weil es ist in 24 gleiche Teile geteilt und es sind 18 ausgemalt.

Genau, es sind nicht drei Viertel.

Und F?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

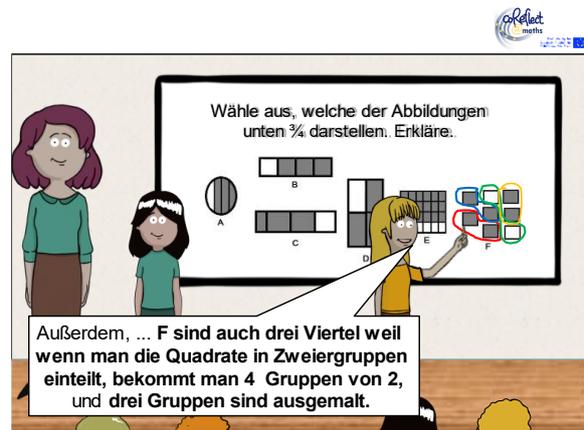
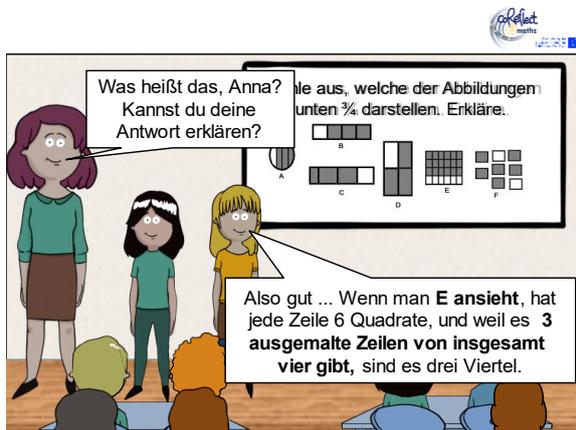
Das ist kein Bruch. In F, gibt es nur 6 ausgemalte Quadrate.

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Seid ihr einverstanden mit der Antwort von Tere und Jona? Hat jemand eine andere Antwort? Zum Beispiel Anna und Carina, was meint ihr?

Wähle aus, welche der Abbildungen unten $\frac{3}{4}$ darstellen. Erkläre.

Also ... ja. Wir sind mit Tere's und Jona's Antwort einverstanden bei A, B, C, und D, aber wir denken anders über E...



1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel : was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen , um die Aufgabe zu lösen ?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler :innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.

3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen ? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie **ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor** (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars, Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Bruchvergleich



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken Lernender: Bruchvergleich

„Vignette 2“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Mathematischer Inhalt: Bruchvergleich

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignettenformat:

- Antworten zu einer Aufgabenstellung zum Bruchvergleich von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchvergleich.

Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis von Battista (2012)

Weitere Anmerkungen

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung

zum Theorie-Dokument (HLT
zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:

Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:

Förderung des Noticing zum mathe-
matischen Denken der Lernenden:
Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:

Förderung des Noticing zum mathema-
tischen Denken der Lernenden: Rekon-
struktion des Ganzen

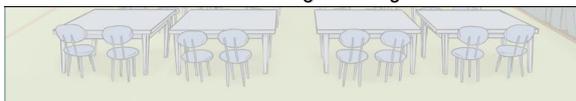
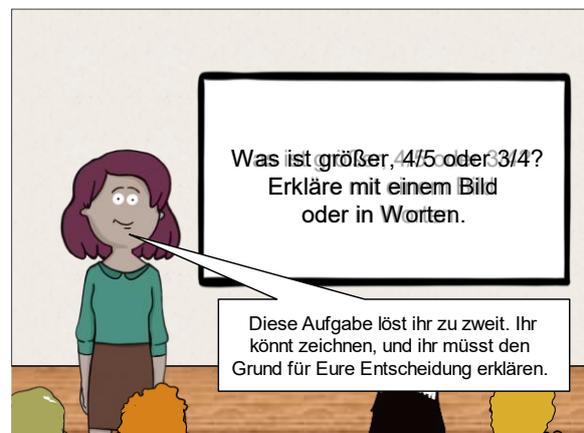
Vignette 2



Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

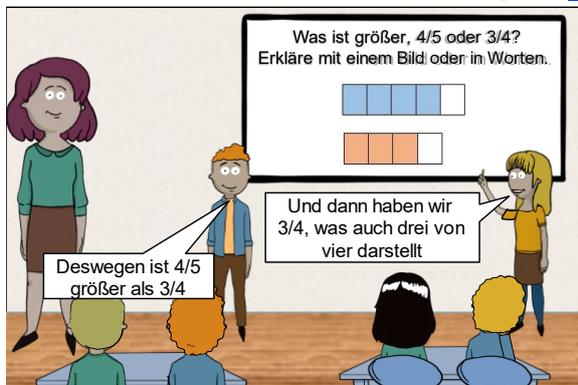
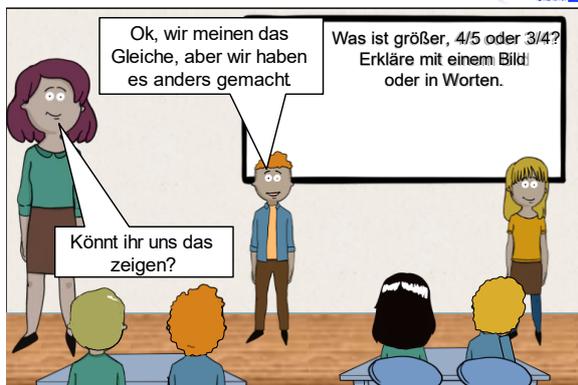
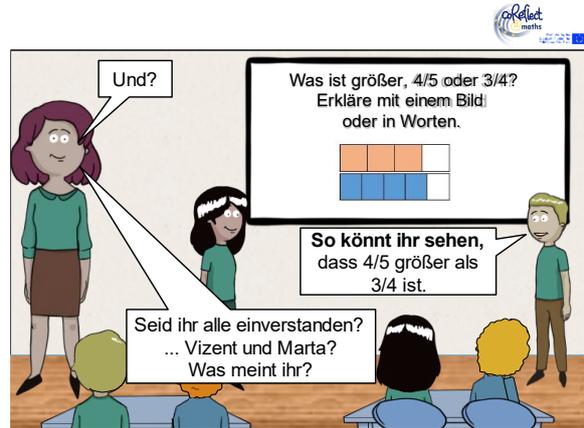
In ihren Klassen herrscht Gruppenarbeit vor, und sie versucht die Entwicklung der Ideen ihrer Schüler:innen durch Diskussionen zu unterstützen, in denen die Ideen ausgetauscht werden, die beim Bearbeiten der Aufgaben entstehen.

In der zweiten Stunde geht es um das Vergleichen von Brüchen. Julia stellt die folgende Aufgabe:

Was ist größer, $\frac{4}{5}$ oder $\frac{3}{4}$?
Erkläre mit einem Bild
oder in Worten.

Diese Aufgabe löst ihr zu zweit. Ihr könnt zeichnen, und ihr müsst den Grund für Eure Entscheidung erklären.





1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel : was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen , um die Aufgabe zu lösen ?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler:innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.

3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen ? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars, Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares**. Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden

zum mathematischen Denken Lernender:

Das Ganze rekonstruieren



Eine Vignette

Fördern des Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken Lernender: Das Ganze rekonstruieren

„Vignette 2“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Primarbereich/Sekundarbereich (Klassen 3-6; 8-12jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken Lernender bezogen auf Brüche fördern

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren (unter Nutzung theoretischen Wissens in Form hypothetischer Lerntrajektorien - HLT)
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Mathematischer Inhalt: Brüche Identifizieren und Darstellen (Teil-Ganzes-Bedeutung von Brüchen – Nutzung des Teils als eine iterative Einheit zur Rekonstruktion des Ganzen)

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Cartoontext/Vignettenformat:

- Antworten zu zwei Aufgabenstellungen: eine zum Identifizieren eines Bruchs und die andere zur Rekonstruktion des Ganzen – jeweils von drei Paaren von Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.

Leitfragen zum Noticing zum mathematischen Denken der Lernenden: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen



Welche **Theorie** steht da-
hinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehr-
amtsstudierenden die Information aus dem Theorie-
Dokument nutzen, das zum Kurs gehört:

- HLT zum Bruchbegriff) nutzen auf der Basis
von Battista (2012)

Weitere **Anmerkungen**

Die Vignette gibt es auf Spanisch, Englisch, Deutsch
und Tschechisch.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Einführung
zum Theorie-Dokument (HLT
zum Bruchbegriff)

Diskussion zu Vignette 2:
Förderung des Noticing zum
mathematischen Denken der
Lernenden: Bruchvergleich

Diskussion zu Vignette 1:
Förderung des Noticing zum mathe-
matischen Denken der Lernenden:
Brüche identifizieren und darstellen

Diskussion zu Vignette 3:
Förderung des Noticing zum mathe-
matischen Denken der Lernenden: Rekon-
struktion des Ganzen

Vignette 3 folgt auf der nächsten Seite.

Vignette 3

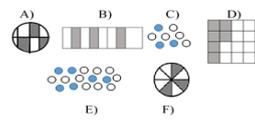
Julia ist eine Grundschullehrerin und unterrichtet eine 3. Klasse (8-9 Jahre). Dieses Jahr hat sie 26 Schüler:innen.

In der dritten Stunde geht es um das Erkennen von echten Brüchen und das Rekonstruieren des Ganzen.

Nach zwei Stunden in Gruppenarbeit, will Julia das individuelle Wissen, das ihre Schüler:innen aufgebaut haben, erheben. Sie stellt also zwei Aufgaben, die in Einzelarbeit gelöst werden sollen. Die erste Aufgabe ist die folgende:



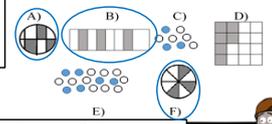
Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Diese Aufgabe löst ihr allein. Denkt daran, dass ihr eure Auswahl begründen sollt.

David, würdest du deine Antwort den anderen erklären?

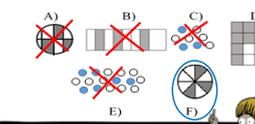
Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Klar, natürlich! Die Zeichnungen, die $\frac{3}{8}$ darstellen, sind A, B und F, weil da drei von 8 Teilen ausgemalt sind.

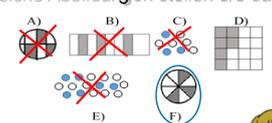
Hmmm... Was meint ihr? Hat jemand eine andere Antwort? Zum Beispiel Alicia?

Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



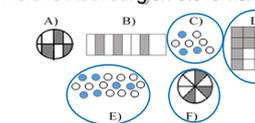
Ja, ich habe es anders gelöst. Ich finde, nur F stellt $\frac{3}{8}$ dar, weil A und B nicht $\frac{3}{8}$ darstellen, denn die Teile sind nicht gleich groß. In C gibt es 3 ausgemalte Punkte, und in E gibt es 6 ausgemalte Punkte. Und dann, D stellt $\frac{6}{16}$ dar.

Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Ok! Danke für deine Präsentation Alicia. Hat es jemand noch anders gelöst? Was denkst du, Jens?

Welche Abbildungen stellen $\frac{3}{8}$ dar??



Naja, ich glaube dass A und B keine gleich großen Teile haben und nicht $\frac{3}{8}$ darstellen. Aber C, D, E und F stellen $\frac{3}{8}$ dar.

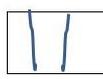
Ok! Danke an alle für eure Antworten.

Dieses Bild stellt $\frac{5}{3}$ vom Ganzen dar. Stelle das Ganze dar.



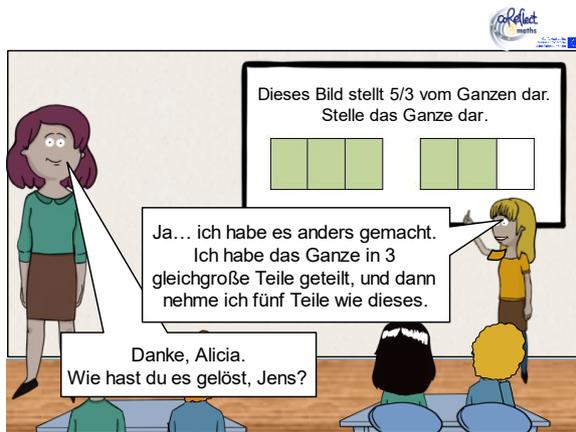
Jetzt habe ich eine andere Aufgabe für Euch zum Alleine-Lösen. Wie immer denkt an eine Erklärung für Eure Antwort.

Dieses Bild stellt $\frac{5}{3}$ vom Ganzen dar. Stelle das Ganze dar.



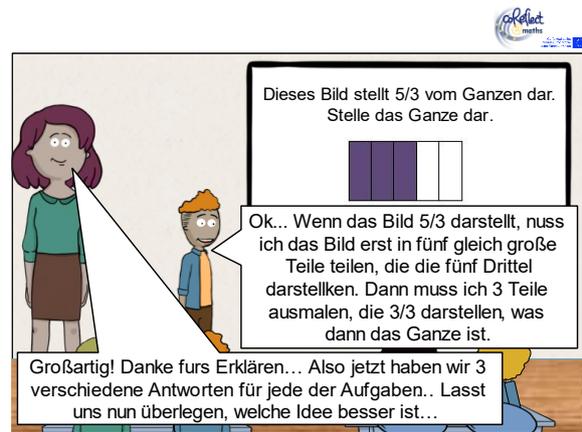
Ja natürlich! Eins, zwei und drei. Es sind 3 Teile.

Ok... David, danke fürs Präsentieren. Schauen wir mal, wie Alicia die Aufgabe gelöst hat. Zeigst du uns das, Alicia?



1- Beschreiben Sie die Aufgabe, die gelöst werden soll und betrachten Sie das intendierte Lernziel : was sind die mathematischen Elemente, die die Schüler/innen kennen müssen , um die Aufgabe zu lösen ?

2- Beschreiben Sie, wie jedes Schüler :innen:paar die Aufgabe gelöst hat indem Sie überlegen, wie sie die *mathematischen Elemente* genutzt haben und welche Schwierigkeiten sie dabei hatten.



3- Auf welcher Ebene der Lerntrajektorie würden Sie jedes der Paare einordnen ? Begründen Sie Ihre Antwort.

4- Bezüglich der Ebene auf der Sie jedes der Paare eingeordnet haben, legen Sie ein Lernziel fest und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie die ursprünglich von Julia Gestellte) um den Schüler:innen zu helfen in ihrem Bruchzahl -verständnis entsprechend der erwarteten Lerntrajektorie voranschreiten zu können.

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Pere Ivars. University of Alicante (Spain)
pere.ivars@ua.es

Die Vignette wurde gestaltet von: **Pere Ivars, Ceneida Fernández** und **Salvador Llinares.** Universität Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum

mathematischen Denken von Lernenden bezogen auf

den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern



Ein Kurskonzept

Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von

Lernenden bezogen auf den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klasse 11;
16-17jährige Schüler*innen)

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften
zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Mathematische Elemente und Darstellungsformen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) in verschiedenen Schulbuchaufgaben identifizieren können
- Antworten von Schüler*innen auf verschiedenen Verständnisebenen antizipieren können
- Das Verständnis von Lernenden interpretieren
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Mathematische Elemente und Darstellungsformen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) (dynamische Grenzwert-Vorstellung) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012).

Hypothetische Lerntrajektorie (HLT) zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) (Pons, 2014).

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer: 5 Sitzungen à 2 Stunden (insgesamt 10 Stunden)

Der Kurs besteht aus zwei Theorie-Dokumenten: ein Theorie-Dokument mit Information bezüglich der mathematischen Elemente und Darstellungsarten die beim Grenzwertbegriff einer Funktion an einer Stelle eine Rolle spielen (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012) und ein Theorie-Dokument mit Information zu hypothetischen Lerntrajektorien zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle (verschiedene Verständnisebenen der Lernenden zu diesem Begriff).

Hinzu treten 4 Vignetten:

eine Vignette, bei der Lehramtsstudierende verschiedene Schulbuchaufgaben analysieren, eine Vignette zum Antizipieren von Schülerantworten zu verschiedenen begrifflichen Verständnisebenen, und zwei Vignetten, bei denen Lehramtsstudierende verschiedene Schülerantworten und deren Verständnis analysieren und nachfolgende Vorgehensweisen vorschlagen sollen, um das begriffliche Weiterlernen zu fördern.

Wie sieht das **Kursformat** aus? (Ablauf der Sitzungen, online/offline/hybrid, zeitlicher Umfang, ...)

Sitzung 1 (2 Stunden)

Vignette 1 besteht aus drei Aufgaben (aus Schulbüchern) zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen diese Aufgaben lösen und die mathematischen Elemente des Begriffs identifizieren, wie auch die vorkommenden Darstellungsformen. Hierzu können sie das Theorie-Dokument mit Information über die mathematischen Elemente im Zusammenhang mit dem Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) und verschiedenen Darstellungsformen nutzen.

Sitzung 2 (2 Stunden)

Vignette 2 besteht aus den gleichen drei Aufgaben wie in Vignette 1, aber nun konzentrieren sich die Fragen an die Lehramtsstudierenden auf das Antizipieren von Schülerantworten, um mögliche Verständnisebenen zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) zu analysieren. Hierzu können sie das gleiche Theorie-Dokument nutzen wie in Vignette 1.

Sitzung 3 und 4 (4 Stunden)

Vignette 3 besteht aus drei Antworten von Schüler*innen der Sekundarstufe zu drei Aufgaben zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen das Verständnis der Lernenden beschreiben und über das weitere Vorgehen im Unterricht entscheiden, so dass die Lernenden begrifflich zum Weiterlernen angeregt werden. Hierzu können sie ein Theorie-Dokument zu einer hypothetischen Lerntrajektorie zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) nutzen (verschiedene Verständnisebenen zum Grenzwertbegriff).

Sitzung 5 (2 Stunden)

Vignette 4 (Vignette zur Leistungsmessung) besteht aus drei Antworten von Schüler*innen der Sekundarstufe zu sechs Aufgaben zum

Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle). Die Lehramtsstudierenden sollen das Verständnis der Lernenden beschreiben und über das weitere Vorgehen im Unterricht entscheiden, so dass die Lernenden begrifflich zum Weiterlernen angeregt werden. Hierzu können sie das gleiche Theorie-Dokument nutzen wie in Vignette 3.

Jede Vignette wird in Kleingruppen bearbeitet und nachfolgend in der großen Gruppe diskutiert, bis auf Vignette 4, an der in Einzelarbeit gearbeitet werden soll (Vignette zur Leistungsmessung).

Was ist in den Vignetten **dargestellt** und **in welchem Format** (Video, Text, Cartoon oder kombiniert)?

Jede Vignette (Text/Cartoon-Format) umfasst:

- Schulbuchseiten /eine Unterrichtssituation zu Aufgaben, die eine Vignettenlehrkraft gestellt hat und verschiedene Antworten von Lernenden zu den Aufgaben. Jede*r Lernende zeigt unterschiedliche Verständnismerkmale zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle).
- Leitfragen, um die Aufmerksamkeit der Lehramtsstudierenden auf die gegebene Situation zu lenken: mathematische Elemente in den Aufgaben identifizieren, Antizipieren von Schülerantworten, Analysieren dieser Antworten, um das Verständnis der Lernenden zu beschreiben und Vorschlägen von Fördermaßnahmen zum begrifflichen Weiterlernen.

Die Lehramtsstudierenden sollen hierbei die Information aus den beiden Theorie-Dokumenten anwenden.

Genug Raum sollte dem Austausch und der Diskussion zu den Vignetten gegeben werden, ob in Präsenz oder online.

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses?

Ein Set aus 4 Vignetten wie oben beschrieben.

Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Das Vignettenset wurde auf der Basis authentischer Antworten von Lernenden gestaltet bzw. angepasst, und es wurde so umgesetzt, dass sich reichhaltige Diskussionsanlässe ergeben und das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden stimuliert werden soll.



Gibt es ergänzende
Unterlagen für die
Teilnehmenden des
Kurses?

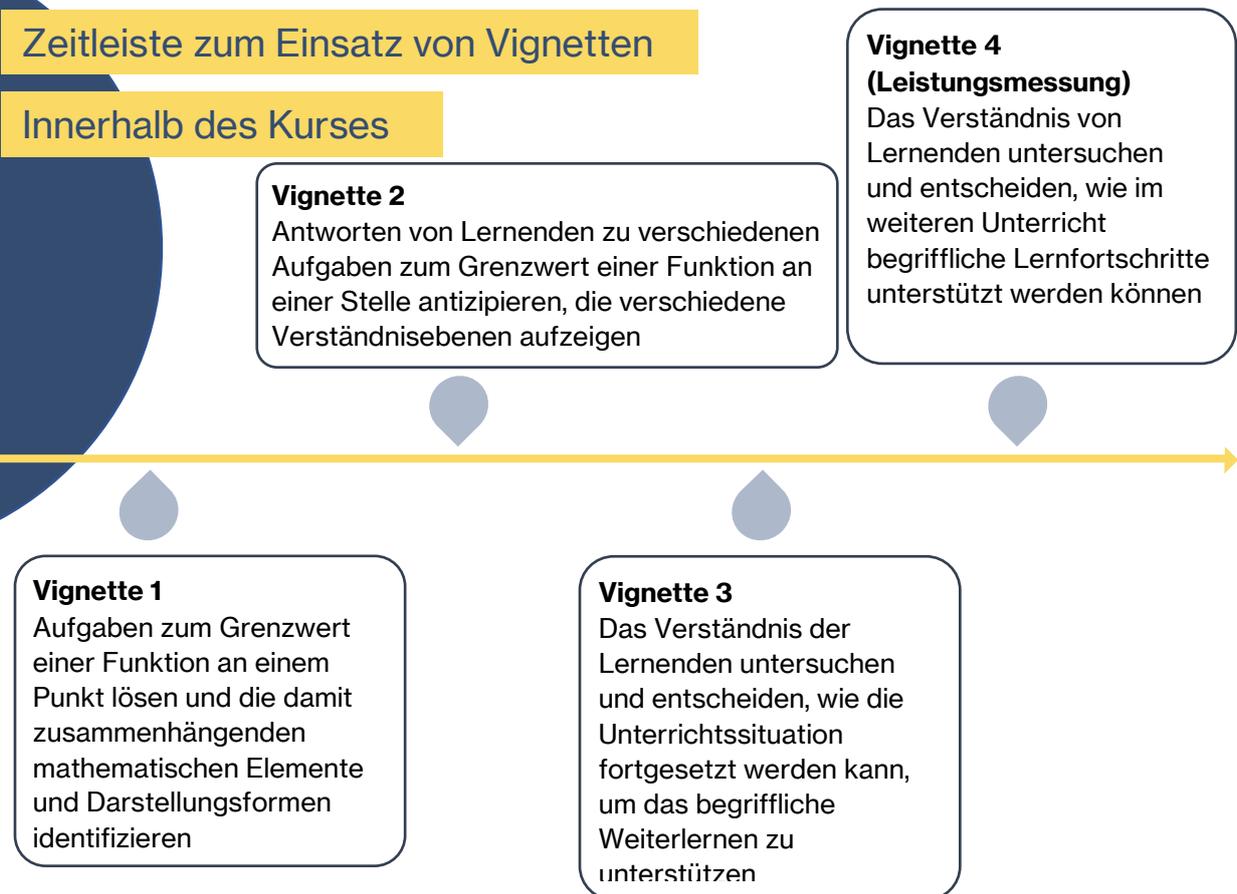
Zwei Theorie-Dokumente:

(i) ein Theorie-Dokument mit Information bezüglich der mathematischen Elemente und Darstellungsarten die beim Grenzwertbegriff einer Funktion an einer Stelle eine Rolle spielen (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls, & Llinares, 2012)

(ii) ein Theorie-Dokument mit Information zu hypothetischen Lerntrajektorien zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle (verschiedene Verständnisebenen der Lernenden zu diesem Begriff) (Pons, 2014).

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses





Literaturangaben

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K., & Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Pons, J., Valls, J., & Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. In A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García, & L. Ordóñez (Eds.) *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Ceneida Fernández. Universität Alicante
(Spanien); ceneida.fernandez@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno und **Julia Valls**
Universität Alicante (Spanien)

Gloria Sánchez-Matamoros
Universität Sevilla (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Interpretieren des Verständnisses von

Lernenden und zu darauf aufbauenden

unterrichtsbezogenen Entscheidungen



Eine Vignette

Interpretieren des Verständnisses von Lernenden und zu

darauf aufbauenden unterrichtsbezogenen Entscheidungen

„Vignette 3“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klasse 11; 16-17jährige Schüler*innen)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Sie gehört zum Kurs:
Das Noticing von Lehramtsstudierenden zum mathematischen Denken von Lernenden bezogen auf den Grenzwert einer Funktion an einer Stelle fördern

Was sind die **Anliegen** und die **Lernziele** der Vignette?

Entwickeln des Noticing von Mathematiklehrkräften zum mathematischen Denken von Schüler*innen

- Das Verständnis von Lernenden interpretieren
- Treffen unterrichtsbezogener Entscheidungen auf der Basis des Verständnisses der Lernenden

Was wird **dargestellt** und in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder Kombination verschiedener Formate)?

Cartoontext/Vignette besteht aus:

- Antworten zu drei Aufgabenstellung zum Grenzwert von drei Lernenden: Jede Antwort zeigt unterschiedliche Ebenen des Verständnisses der Lernenden zum Bruchbegriff.
- Leitfragen, um das mathematischen Denken der Lernenden in den Mittelpunkt zu rücken: Anknüpfen, Interpretieren und Treffen von Entscheidungen.

Welche **Theorie** steht dahinter?

Um die Leitfragen zu beantworten, sollten die Lehramtsstudierenden die Information aus dem Theorie-Dokument nutzen, das Teil des Kurses ist:

- HLT (Verständnisebenen) zum Grenzwert (einer Funktion an einer Stelle) basierend auf Pons (2014).

Weitere **Anmerkungen**

Die Vignette ist in Spanisch, Englisch, Deutsch und Tschechisch verfügbar.



Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Vignette 2

Antworten von Lernenden zu verschiedenen Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einer Stelle antizipieren, die verschiedene Verständnisebenen aufzeigen

Vignette 4 (Leistungsmessung)

Das Verständnis von Lernenden untersuchen und entscheiden, wie im weiteren Unterricht begriffliche Lernfortschritte unterstützt werden können

Vignette 1

Aufgaben zum Grenzwert einer Funktion an einem Punkt lösen und die damit zusammenhängenden mathematischen Elemente und Darstellungsformen identifizieren

Vignette 3

Das Verständnis der Lernenden untersuchen und entscheiden, wie die Unterrichtssituation fortgesetzt werden kann, um das begriffliche Weiterlernen zu unterstützen

Vignette 1

<p style="text-align: center;">  Vignette 3: Interpretieren des Verständnisses von Lernenden und unterrichtsbezogene Entscheidungen </p>	<p>Kontext: Carlo ist ein Gymnasiallehrer. Als Übung hat er die folgenden drei Aufgaben zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) gestellt. Gezeigt werden drei Lösungen von Lernenden.</p>
--	--

Die Übung heute besteht darin, dass ihr die folgenden drei Aufgaben selbständig löst.

Problem 1
Consider the function:

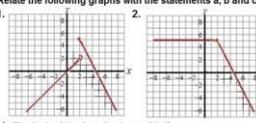
$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$
 Calculate the limit of $f(x)$ when
 a) x approaches 1
 b) x approaches 2

Problem 2
Consider the next tables:

x_i	0,8	0,9	0,99	...	1
$f(x_i)$	1,64	1,81	1,9201	...	2

x_i	0	0,9	0,99	...	1
$g(x_i)$	0	-0,99	-0,9999	...	-2

 a) What is the value to which
 1. x_i and x_i are approaching from 1
 2. The images of $f(x_i)$ are approach
 3. The images of $g(x_i)$ are approach
 b) What is the value to which
 1. The images of $f(x_i)$ are approach
 2. The images of $g(x_i)$ are approach

Problem 3
Relate the following graphs with the statements a, b and c.

 a) The limit of the function in $x=2$ is 2
 b) The limit of the function in $x=2$ is 5
 c) There is not limit of the function in $x=2$

Sarah's Lösung zu Aufgabe 1

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x+1 = 3$
 b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 4 = 4$

Sarah's Lösung zu Aufgabe 2

a) 1. X_1 nähert sich von links a 0 an
 X_2 nähert sich von rechts a 0 an
 2. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x_2) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x_1) = 2$
 b) 1. $x_2 = 0$ $f(x_2) = 0$
 $x_2 = 1$ $f(x_2) = 2$
 2. $x_2 = 0$ $f(x_2) = 0$
 $x_2 = 1$ $f(x_2) = 2$
 Fallen zusammen

Sarah's Lösung zu Aufgabe 3

a) Graph 3. Der Grenzwert der Funktion an $x=2$ ist 2 weil der Grenzwert der Funktion an $x=2$ rechts und von links 2 ist.
 b) Graph 2. Der Grenzwert der Funktion an $x=2$ ist 5 weil der Grenzwert der Funktion an $x=2$ links und von rechts 5 ist.
 c) Graph 1. Der Grenzwert an $x=2$ existiert nicht weil der Grenzwert an $x=2$ von links 2 ist und von rechts 5 ist.

Luis' Lösung zu Aufgabe 1

1
 a) Der Grenzwert existiert nicht, weil
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 3$
 $\lim_{x \rightarrow 2} i(x) = 4$
 $\lim_{x \rightarrow 2} j(x) = 4$

Luis' Lösung zu Aufgabe 2

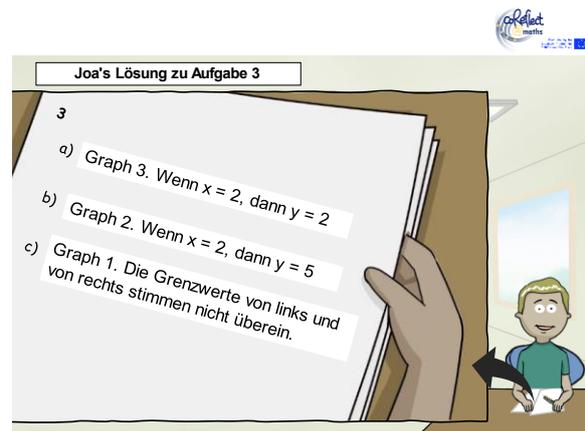
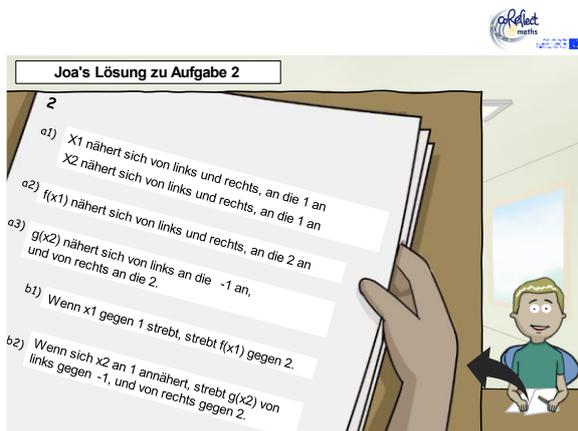
2
 1. Wenn x_1 sich der 1 nähert, streben die Bilder gegen 2. die Beziehung ist dass $f(x_1)$ das Doppelte von x_1 ist.
 2. Im Positiven ist es gleich $f(x_1)$ aber im Negativen ändert sich das Vorzeichen. Wenn x_2 sich der 1 nähert, strebt $g(x_2)$ gegen -1 .

Luis' Lösung zu Aufgabe 3

3
 a) Graph 3, weil er sich an die gleiche Zahl von beiden Seiten aus annähert.
 b) Graph 2, weil er sich an die gleiche Zahl von beiden Seiten aus annähert.
 c) Graph 1, weil der Grenzwert nicht existiert. Der Grenzwert von links und von rechts ist verschieden.

Joa's Lösung zu Aufgabe 1

1
 a) 3. Wir müssen 1 in $f(x) = 2x+1$ substituieren, weil $x \leq 1$
 b) 4. Wir müssen 2 in $f(x) = 4$ substituieren, weil $1 < x \leq 2$



Fragen

1. Beschreiben Sie für jede der Aufgaben die mathematischen Elemente des Grenzwertbegriffs (einer Funktion an einer Stelle), die jede*r Schüler*in (Sarah/Luis/Joa) bei der Lösung genutzt hat und überlegen Sie, ob die Lernenden Schwierigkeiten hatten.
2. Auf der Basis der Beschreibungen, wie jede*r Schüler*in die drei Aufgaben gelöst hat, kann man bestimmte Merkmale identifizieren, welche Vorstellungen jede*r Lernende zum Grenzwertbegriff (einer Funktion an einer Stelle) hat? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der verwendeten mathematischen Elemente und Darstellungsformen.
3. Bezogen auf das Verständnis vom Grenzwert einer Funktion an einer Stelle, die in den Lösungen zu den drei Aufgaben bei den Schüler*innen deutlich wird: Überlegen Sie Folge-Aktivitäten zur Weiterentwicklung des Grenzwertverständnisses der Lernenden. Begründen Sie Ihre Antwort.

Literaturangaben

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Doctoral Dissertation Thesis. University of Alicante. Spain.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Ceneida Fernández. Universität Alicante (Spanien); ceneida.fernandez@ua.es

Der Kurs wurde gestaltet von:

Ceneida Fernández M. Mar Moreno und **Julia Valls**, Universität Alicante (Spanien), **Gloria Sánchez-Matamoras**, Universität Sevilla (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell

mit geometrischen Unterrichtssituationen

in der Grundschule auseinanderzusetzen



Ein Kurskonzept

Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen

Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende im Sekundarbereich (Klassen
5-12/13), mit spezifischem Fokus auf das Gymnasium

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

Entwickeln der Kompetenz, Geometrieunterrichts-
situationen professionell zu betrachten, mit dem
Schwerpunkt auf:

- das geometrische Denken der Lernenden wahrnehmen, interpretieren, passende Handlungsentscheidungen treffen)
- Analyse von Lernmaterialien und Schulbuchaufgaben; einschließlich: interaktive / digitale Lernangebote
- Analyse von Lehrer-Schüler-Interaktionen (mit Fokus auf sprachliche Aspekte bzw. Unterrichtsdiskurs)
- Design von Aufgaben und Lernmaterialien (Unterrichtsplanung) zur Entwicklung des geometrischen Denkens der Lernenden

Welche **Theorie** steht
dahinter?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Wie ist der Kurs
strukturiert?

Dauer:
5 Sitzungen à 2 Stunden (insgesamt 10 Stunden)

Struktur:

- Einführung in die Theorie zum geometrischen Denken von Grundschulkindern (Entwicklungsstufen); Aufgabentypen
- Vignetten werden zur Illustration der Theorie eingesetzt.
- In jeder Sitzung: Analyse einer Vignette (Kleingruppenarbeit) mit den Schwerpunkten: Analyse von Schülerantworten bzw.

Schülerlösungen zu verschiedenen Geometrieaufgaben; Analyse von Geometrieaufgaben in Schulbüchern; Antizipieren von Schülerantworten; Analyse der Dialoge und Interaktionen in der jeweils dargestellten U-Situation

Die Teilnehmenden sammeln die Bearbeitungen / Analyseergebnisse ihrer Kommiliton:innen und geben Feedback; anschließend Austausch in der Gesamtgruppe

In welchem **Format** liegen die Vignetten vor (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es **begleitende Aufgabenstellungen / Prompts**?

Vignettenformat: Text und/oder Cartoon; auch das Format Video ist möglich; Aufbau der Vignetten:

- **Beschreibung des Kontexts**
- **Darstellung einer U-Situation.** Beispiel:
 - Verschiedene Schülerantworten zu einer Aufgabe
 - Lehrer-Schüler-Interaktion während einer Aufgabenbearbeitung
 - Gespräch zwischen mehreren Lehramtsstudierenden
 - Beispielhafte Schulbuchaufgaben
- **Leitfragen bzw. Prompts**, um das Noticing der Teilnehmenden auf das geometrische Denken (der SuS) zu fokussieren

Wie viele Vignetten sind Teil des Kurses? Was stellen diese dar?

5 Vignetten, die in Kleingruppen bearbeitet werden (eine Vignette pro Sitzung):

Vignette 1:

Geometrisches Denken der Lernenden mit dem Fokus auf Eigenschaften von geometrischen Figuren (Ziel: wahrnehmen, interpretieren und Handlungsentscheidung treffen)

Vignette 2:

Schulbuchseiten und interaktive Lernmaterialien analysieren (Merkmale wahrnehmen, interpretieren, ggf. umgestalten) (hier nicht abgebildet)

Vignette 3A+3B:

Antizipieren von Schülerantworten (zu Verbindungen zwischen 2D/3D-Figuren); Ziel: Unterrichtsentwurf / Stundenplanung

Vignette 4:

Interaktion im Klassenzimmer bzw. Unterrichtsdiskurs; Sprache der Lehrkraft (wahrnehmen, interpretieren, Handlungsentscheidung treffen)



Sind die Vignetten aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignetten basieren auf realen Unterrichtssituationen und wurden für den Einsatz im Rahmen der Lehrveranstaltung adaptiert, um die Reflexion und den Austausch zwischen den Teilnehmenden zu fördern und somit die Entwicklung von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Grundschulkindern aufzubauen.

Wie wird der Kurs durchgeführt?

Die Materialien können in den Formaten Online, Präsenz oder Hybrid eingesetzt werden.

Gibt es ergänzende Unterlagen für die Teilnehmenden des Kurses?

Ein Text zur Entwicklung des geometrischen Denkens mit Beispielaktivitäten ist Bestandteil des Kurses und wird als theoretische Grundlage genutzt (Battista, 2012; s. unten).

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

Innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:

Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:

Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:

Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:

Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Literaturangaben

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. & Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. Education Studies in Mathematics, 106, 251-270.

Bernabeu, M. & Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. Educación Matemática, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S., & Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. Mathematics, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. Journal of Mathematical Behavior, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), Mathematics and cognition (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2011). Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives; Sense Publishers.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten
Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante
(Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:
**Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador
Llinares,** University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erkennen von und Argumentieren

mit Eigenschaften von 2D-Figuren



Eine Vignette

Erkennen von und Argumentieren

mit Eigenschaften von 2D-Figuren

„Vignette 1“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Primarschüler:innen:

- Analyse wie Grundschulkindern Eigenschaften von 2D/3D-Figuren erkennen und diese zum Argumentieren nutzen
- Den Lernprozess und das Verständnis der SuS wahrnehmen und interpretieren (auf Grundlage theoretischen Wissens zur Entwicklung des geometrischen Denkens von Lernenden)
- Handlungsentscheidungen treffen auf Grundlage des festgestellten Schülerverständnisses

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Die Vignette zeigt Bearbeitungen / Lösungen geometrischer Aufgaben von Grundschulkindern. Sie liegt im Format Text + Cartoon vor; auch Videovignetten der U-Situation sind möglich.

Begleitende Aufgaben:

In der Vignette: Karten mit Beispielen und Gegenbeispielen zu Vielecken sollen sortiert werden; die Schülerlösungen zeigen Merkmale, die auf das konzeptuelle Verständnis der SuS zu Polygonen hinweisen; begleitende Leitfragen fokussieren die zentralen Teilaspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und eine passende Handlungsentscheidung treffen



Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

Analyse der Vignette in der Kleingruppe: 30'

Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'. Gesamte Bearbeitungszeit: 90' (Dauer einer Seminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:

Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:

Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:

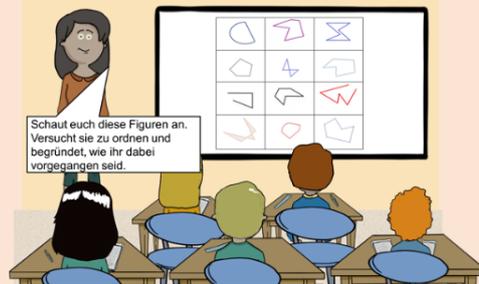
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:

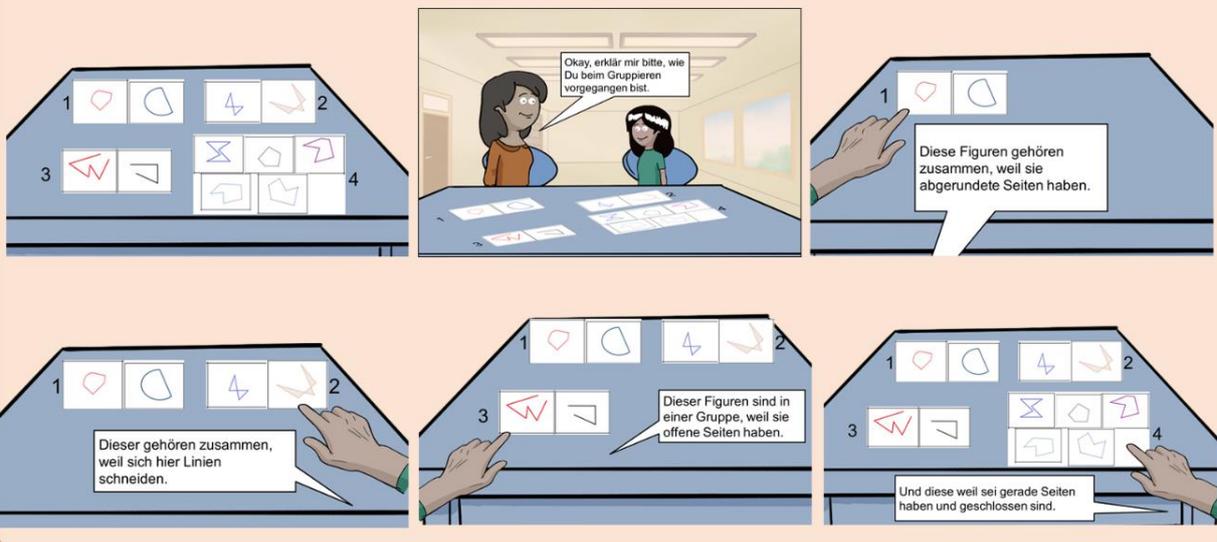
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 1

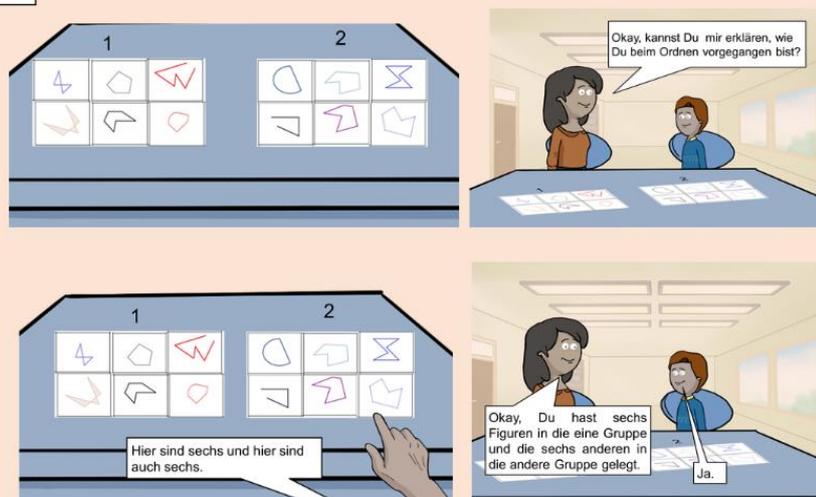
Ana ist Grundschullehrerin in der 2. Klasse. Das Ziel der Stunde ist das Erkennen von und Argumentieren mit Eigenschaften geometrischer Figuren zum Aufbau des Polygonbegriffs. Ana gibt ihren Schüler:innen die folgende Aufgabe, die in Kleingruppen bearbeitet werden soll. Sie beobachtet anschließend, wie die Schüler:innen die Aufgabe lösen.



Lösung von Schülerin 1



Lösung von Schüler 2



Lösung von Schülerin 3

Kannst Du mir erklären, wie Du die Figuren geordnet hast?

Die Figuren in Gruppe 1 sind alle Polygone und die Figuren in Gruppe 2 sind keine Polygone.

Sind alle diese Figuren Polygone?

Ja, weil es sind alle ebene Figuren, deren Seitenlinien geschlossen sind und sich nicht kreuzen.

AUFGABEN

Beschreiben Sie die gestellte Aufgabe: Welche geometrischen Elemente und Prozesse werden hier angesprochen?

- Beschreiben Sie die Merkmale der Beispiele, die von der Lehrerin ausgesucht wurden.

Beschreiben Sie, wie jeder der drei Lernenden beim Lösen der Aufgabe vorgegangen ist.

- Wie wurden die geometrischen Elemente und Prozesse jeweils genutzt? Welche Schwierigkeiten sind aufgetreten?
- Auf welchem Niveau geometrischen Denkens würden Sie die drei Lernenden einordnen? Begründen Sie jeweils.

Im Hinblick auf das festgestellte Niveau:

Beschreiben Sie für jeden der drei Lernenden ein Lernziel für die nächste U-Stunde und schlagen Sie eine Aufgabe vor (oder modifizieren Sie Anas Aufgabe vom Anfang), um die SuS beim Weiterentwickeln ihres geometrischen Denkens zu unterstützen.

Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:

Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Antizipieren von Schülerantworten

beim Beschreiben von Eigenschaften

geometrischer Figuren



Eine Vignette

Antizipieren von Schülerantworten beim

Beschreiben von Eigenschaften geometrischer Figuren

„Vignetten 3A & 3B“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zum geometrischen Denken von Primarschüler:innen:

- Antizipieren von Schülerantworten auf verschiedenen Niveaustufen
- Instruktionale Handlungsentscheidungen auf Grundlage der festgestellten Niveaustufe treffen

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es **begleitende Fragen**?

Dargestellt sind Antworten von angehenden Grundschullehrkräften; die Vignetten liegt im Format Cartoon + Text vor; Begleitfragen fokussieren die Analyse auf die zentralen Aspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und Handlungsentscheidungen treffen

Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

Vignette 3A

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90'
(Dauer einer Sminarsitzung)



Vignette 3B

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90'
(Dauer einer Sminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:

Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:

Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:

Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:

Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 3A



VIGNETTE 3A. ANTIIZIEREN VON SCHÜLERANTWORTEN BEIM BESCHREIBEN VON VIELECKEN (POLYGONEN)

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, Universidad de Alicante.

Hector ist als Dozent für die Ausbildung von Mathematiklehrkräften zuständig.

In seiner heutigen Veranstaltung geht es um das geometrische Denken von Grundschulkindern beim Beschreiben der Eigenschaften unterschiedlicher Vielecke (Polygone) und deren Beziehungen zueinander.

Die Ziele der Veranstaltung sind:

- die Antworten der Grundschul Kinder antizipieren und diese auf den unterschiedlichen Entwicklungsstufen geometrischen Denkens einordnen können
- Aufgaben für Grundschul Kinder erstellen können, die das geometrische Argumentieren mit Blick auf Polygone fördern können

Hector stellt seiner Gruppe von Lehramtsstudierenden die folgenden Aufgaben:

Panel 1: Hector asks: "Wie könnte die korrekte Antwort eines Grundschulkindes auf diese Frage lauten? Die Antwort soll die Stufe 3 in der Entwicklung des geometrischen Denkens zeigen." The task is: "Aufgabe: Gib für jede der Figuren eine Definition an und berücksichtige dabei, dass jedes Quadrat auch eine Raute ist und jede Raute auch ein Parallelogramm." The figures are Parallelogramm, Raute, and Quadrat.

Panel 2: Hector asks Carla: "Zum Beispiel... Carla, wie haben Sie die Frage beantwortet?" Carla answers: "Also... Ein Parallelogramm ist eine Figur mit vier Seiten, die keine rechten Winkel bilden, die gegenüberliegenden Seiten sind gleich lang und benachbarte Seiten sind unterschiedlich lang. Eine Raute ist eine Figur mit vier gleich langen Seiten, die keine rechten Winkel bilden. Ein Quadrat ist eine Figur mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln."

Panel 3: Hector asks Alicia: "Danke, Carla. Alicia, wie lautet Ihre Antwort?" Alicia answers: "Ich denke, dass ein Schüler oder eine Schülerin die Figuren anders beschreiben würde, nämlich: Beim Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten und gegenüberliegenden Winkel jeweils gleich groß. Die Raute ist ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten. Das Quadrat ist eine Raute mit vier rechten Winkeln."

Panel 4: Hector asks Iker: "OK, Iker, was denken Sie?" Iker answers: "Ein Grundschulkind würde sagen, dass alle drei Figuren Vierecke sind, weil sie vier Ecken und vier Seiten haben, aber beim Parallelogramm sind die gegenüberliegenden Seiten und Winkel gleich groß, die Raute hat vier gleich lange Seiten und die gegenüberliegenden Winkel sind unterschiedlich groß und das Quadrat hat gleich lange Seiten und gleich große Winkel."

FRAGESTELLUNGEN

- **F1: Identifizieren und Interpretieren** (bezogen auf die Antworten von Carla, Alicia und Iker):
 - Welche der Antworten ist korrekt? Begründen Sie Ihre Einschätzung, in dem Sie für jede Antwort beschreiben, wie spezifisch jeweils die Definitionen sind und wie gut der Bezug zu gemeinsamen Eigenschaften der Vielecke berücksichtigt wird.
- **F2: Entscheiden**
 - Erstellen Sie für die Antworten, bei denen die Definitionen jeweils noch nicht ausreichend spezifisch sind bzw. gemeinsame Eigenschaften zu wenig berücksichtigt werden, jeweils eine Aufgabenserie, welche Grundschulkindern mit diesen Antworten in ihrem geometrischen Denken fördern können.

Vignette 3B



VIGNETTE 3B. ANTIZIPIEREN VON SCHÜLERANTWORTEN BEIM BESCHREIBEN VON KÖRPERN

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Linares, Universidad de Alicante.

Hector ist als Dozent für die Ausbildung von Mathematiklehrkräften zuständig.

In seiner heutigen Veranstaltung geht es um das geometrische Denken von Schüler:innen beim Beschreiben der Eigenschaften geometrischer Körper und deren Beziehungen zueinander.

Die Ziele der Veranstaltung sind:

- die Antworten von Lernenden antizipieren und diese auf den unterschiedlichen Entwicklungsstufen geometrischen Denkens einordnen können;
- Aufgaben für Schüler:innen erstellen können, die das geometrische Argumentieren zu Körpern (deren Eigenschaften und Beziehungen untereinander) fördern können.

Hector stellt seiner Gruppe von Lehramtsstudierenden die folgenden Aufgaben:

AUFGABEN

- **F1- Identifizieren und Interpretieren** (bezogen auf die Antworten von Carlos, Fernando und Rosa):
 - Welche der Antworten ist korrekt? Begründen Sie Ihre Einschätzung, indem Sie für jede Antwort beschreiben, wie spezifisch jeweils die Definitionen sind und wie gut der Bezug zu gemeinsamen Eigenschaften der Körper berücksichtigt wird.
- **F2- Entscheiden**
 - Erstellen Sie zu den Antworten, bei denen die Definitionen jeweils noch nicht ausreichend spezifisch sind bzw. gemeinsame Eigenschaften zu wenig berücksichtigt werden, jeweils eine Aufgabenserie, welche Schüler:innen mit diesen Antworten in ihrem Denken zu geometrischen Körpern (deren Eigenschaften und Beziehungen zueinander) fördern können.

Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:

Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Verwendung von Fachsprache bei

Mathematiklehrkräften: Reflektieren über Dialoge

und Interaktionen im Geometrieunterricht



Eine Vignette

Verwendung von Fachsprache bei Mathematiklehrkräften:

Reflektieren über Dialoge und Interaktionen im Geometrieunterricht

„Vignette 4“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe 1 (Klassen 1-6)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts:
Entwicklung der Kompetenz, sich professionell mit geometrischen Unterrichtssituationen in der Grundschule auseinanderzusetzen

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignette verbunden?

Aufbau von Teacher Noticing zur fachlichen Sprache von Mathematiklehrkräften: Vokabular, Beispiele und Erklärungen

Was stellt die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es **begleitende Fragen**?

Verwendung von Fachsprache durch Mathematiklehrkräfte im Geometrieunterricht; die Vignette liegt im Format Cartoon + Text vor; die Begleitfragen fokussieren die Analyse auf die zentralen Aspekte von Teacher Noticing: Wahrnehmen, Interpretieren und Handlungsentscheidungen treffen

Wieviel **Bearbeitungszeit** soll eingeplant werden?

- Analyse der Vignette in Kleingruppen: 30'
- Analyseergebnisse der Kommiliton:innen bewerten und dazu Rückmeldung geben (Gruppendiskussion): 60'

Gesamte Bearbeitungszeit: 90' (Dauer einer Seminarsitzung)

Ist die Vignette aus einer anderen Quelle entlehnt, authentisch, adaptiert, oder speziell theoriegeleitet konzipiert?

Die Vignette wurde aufgrund realer SuS-Bearbeitungen der Aufgaben entwickelt.

Welche **Theorie** steht dahinter?

s. bitte theoretischer Hintergrund zum dazugehörigen Kurskonzept

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Theoretische Grundlagen zur Entwicklung des geometrischen Denkens; illustriert in Vignetten

Vignette 2:
Auszüge aus Schulbüchern einschließlich digitaler/interaktiver Materialien

Vignette 4:
Klassenzimmerinteraktionen; Dialoge

Vignette 1:
Geometrisches Denken von Lernenden (Eigenschaften von 2D/3D-Figuren)

Vignette 3A – 3B:
Schülerantworten antizipieren (Zusammenhänge zwischen 2D/3D Figuren)

Vignette 4



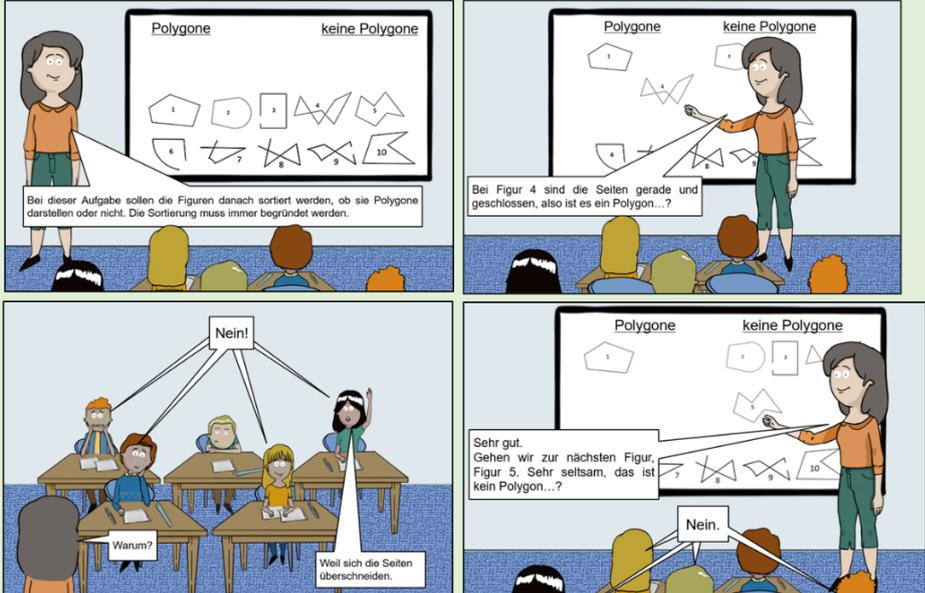
VIGNETTE 4. VERWENDUNG VON FACHSPRACHE BEI MATHEMATIKLEHRKRÄFTEN: REFLEKTIEREN ÜBER DIALOGE UND INTERAKTIONEN IM GEOMETRIEUNTERRICHT

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union 

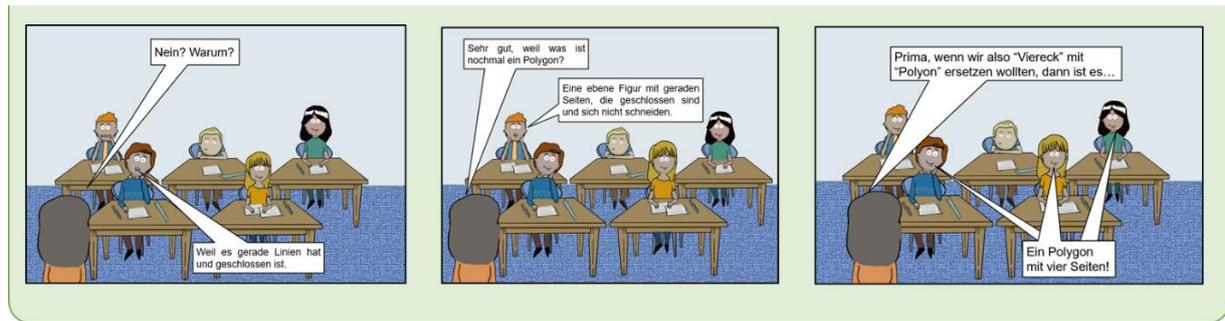
Entwickelt von Melania Bernabeu, Mar Moreno, Juan Manuel González-Forte und Salvador Llinares, University of Alicante.

Alicia ist eine Grundschullehrerin in der zweiten Klasse. Das Lernziel der Stunde ist das Erkennen von und Argumentieren mit Eigenschaften von ebenen Figuren zum Aufbau des Polygonkonzepts. Alicia hat hierzu drei Aufgaben vorbereitet.

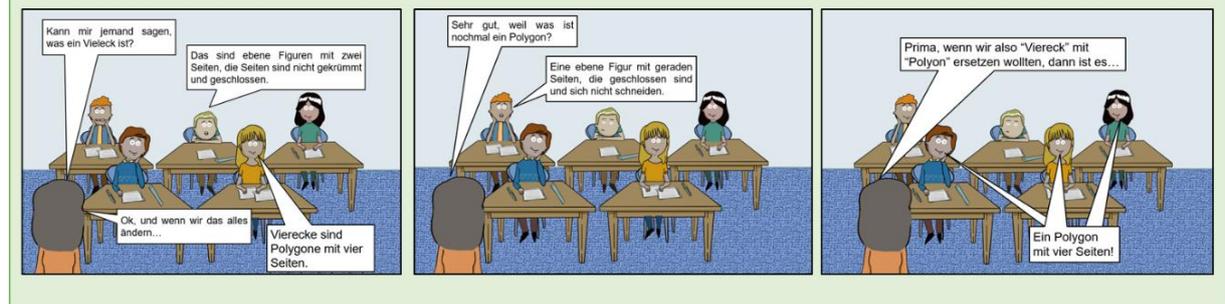
Aufgabe 1



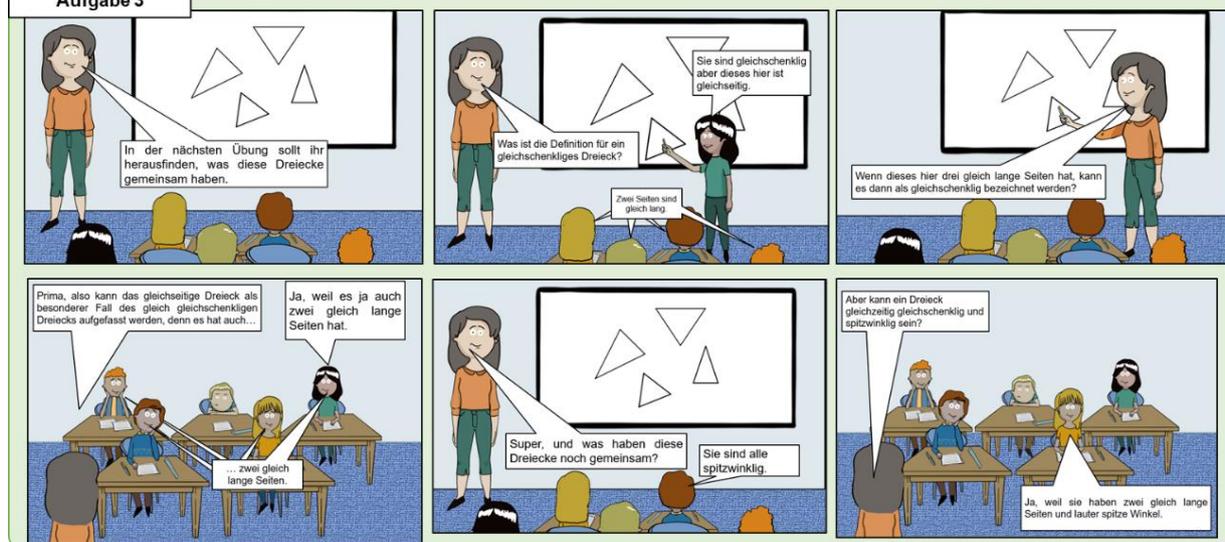
The comic strip is divided into four panels. In the first panel, the teacher stands next to a board with two columns: 'Polygone' and 'keine Polygone'. The board shows ten numbered figures. A speech bubble from the teacher says: 'Bei dieser Aufgabe sollen die Figuren danach sortiert werden, ob sie Polygone darstellen oder nicht. Die Sortierung muss immer begründet werden.' In the second panel, the teacher points to figure 4 and asks: 'Bei Figur 4 sind die Seiten gerade und geschlossen, also ist es ein Polygon...?'. In the third panel, a student says 'Nein!' and another asks 'Warum?'. The student explains: 'Weil sich die Seiten überschneiden.' In the fourth panel, the teacher says 'Sehr gut. Gehen wir zur nächsten Figur, Figur 5. Sehr seltsam, das ist kein Polygon...?' and the student replies 'Nein.'



Aufgabe 2



Aufgabe 3



FRAGESTELLUNGEN

F1- Welche mathematisch relevanten Begriffe, Erklärungen und Beispiele werden von der Lehrerin in den drei Situationen genutzt?

F2- Welche Lernschwierigkeiten können damit reduziert werden?

Erklären Sie jeweils für die verwendeten (a) Begriffe, (b) Erklärungen und (c) Beispiele in den drei Situationen.

F3- Mit Blick auf Ihre bisherigen Antworten:

- (1) Was würden Sie als Lehrkraft an der gezeigten Verwendung der mathematisch relevanten Begriffe, Erklärungen und Beispiele verändern?
- (2) Beschreiben Sie die vorgenommenen Veränderungen und begründen Sie, wie die SuS damit ggf. noch besser beim Lernen unterstützt werden können.



Literaturangaben

S. bitte Literaturangaben zum dazugehörigen Kurskonzept

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Dr. Melania Bernabeu. University of Alicante (Spanien) melania.bernabeu@ua.es

Das Kurskonzept wurde entwickelt von:
Melania Bernabeu, Mar Moreno und Salvador Llinares, University of Alicante (Spanien)



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Professionelles Wissen und Teacher Noticing

zu Problemlösestrategien von

Schülerinnen und Schülern der Primarstufe



Ein Kurskonzept

Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** des Kurses?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Was sind die **Lernziele** des Kurses?

Aufbau professionellen Wissens und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe, insbesondere zu folgenden Aspekten:

- Was ist mathematisches Problemlösen?
- Wie ist mathematisches Problemlöse in den Bildungsplan eingebettet?
- Was sind die Merkmale einer Problemlöseaufgabe?
- Welche Strategien verwenden Lernende in der Grundschule?
- Auf welche Hindernisse und Schwierigkeiten stoßen sie?
- Wie können Lernende beim Problemlösen unterstützt werden?

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

Mathematisches Problemlösen unter besonderer Berücksichtigung von Lernende der Primarstufe (z.B. Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

Wie werden Vignetten im Kurs eingesetzt?

Vignetten, die verschiedene Aspekte des Kursinhalts behandeln, werden als Lernmaterial und zur Bewertung des Lernfortschrittes verwendet:

- vignettenbasierter Vortest
- Vignetten-basiertes Lernmaterial
- Vignetten-basierte Evaluation

Wie ist der Kurs strukturiert und aufgebaut? (Länge, Dauer der Sitzungen, online oder in Präsenz, ...)

Dauer: 4 Wochen (Teil eines Pflichtseminars für angehende Grundschullehrkräfte des Faches Mathematik); wöchentliche Präsenzsitzung (90 Minuten) + Selbststudienmaterial; das Kurskonzept und die Materialien eignen sich auch für Online-Sitzungen und wurden auch als solche erprobt

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Darstellung von Unterrichtsszenarien zum Thema Problemlösen in der Grundschule;
Cartoon mit Text + zusätzliche offene Fragen (Leit- bzw. Analysefragen)

Wie viele Vignetten gehören zu dem Kurs?

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen über verschiedene Problemlösungsstrategien;
3 komplexere Vignetten zur Entwicklung von Teacher Noticing zum Einsatz von Problemlösestrategien von Lernenden sowie Lernunterstützung von Seiten der Lehrkraft; 2 Vignetten zur Kursevaluation

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Vignetten basieren auf Literatur oder auf authentischen Unterrichtstranskripten, welche in das Cartoonformat umgearbeitet wurden.

Kommentare

Das Kurskonzept sowie die Evaluation einer Durchführung sind ausführlich hier beschrieben: Friesen, M. & Knox, A. (2022). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoons. CERME12 proceedings.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”:

Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter

Posttest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter

Prätest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten

zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten

basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Literaturangaben

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). *Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln*. Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). *Learning to solve mathematical application problems*

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassen von Beliefs angehender Lehrkräfte

zum Einsatz von Problemlöseaufgaben

im Mathematikunterricht der Primarstufe



Eine Vignette

Erfassen von Beliefs angehender Lehrkräfte zum Einsatz von

Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette zu **einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Einstiegsaktivität zu Beginn des Kurses verwendet, um die Beliefs der Teilnehmenden in Bezug auf die Verwendung von Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht zu erfassen bzw. sichtbar zu machen.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Beliefs der Teilnehmenden zum Einsatz von Problemlöseaufgaben in der Primarstufe sichtbar und zugänglich machen, um im weiteren Kursverlauf daran anknüpfen zu können;
- Die Teilnehmenden dafür sensibilisieren, dass ihre Beliefs ihre Handlungen und Entscheidungen beim Unterrichten von Mathematik maßgeblich beeinflussen können;
- Vorstellen typischer Beliefs von Mathematiklehrkräften zum Einsatz von Problemlöseaufgaben (literaturbasiert)
- Eigene Beliefs zum Einsatz von Problemlöseaufgaben wahrnehmen und reflektieren; dabei insbesondere auf Gründe für den Einsatz und mögliche Herausforderungen eingehen
- Eingeschränkte Sichtweisen auf den Einsatz von Problemlöseaufgaben aufbrechen und weiterentwickeln
- Teilnehmende als angehende Mathematiklehrkräfte auf den Einsatz von Problemlöseaufgaben in der späteren Unterrichtspraxis vorbereiten



Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

Sieben Cartoonfiguren (Lehramtsstudierende), die verschiedene (typische) Sichtweisen /Beliefs von Mathematiklehrkräften in Bezug auf die Verwendung von Problemlöseaufgaben äußern (in Sprechblasen); die Teilnehmenden werden gebeten, den Grad ihrer Zustimmung zu den jeweiligen Äußerungen anzugeben (Likert-Skala) und diese Einschätzung zu begründen (offene Fragestellung).

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Überzeugungen, die in den sieben einzelnen Sprechblasen dargestellt sind, stammen aus der Literatur zum Problemlösen (z.B. Anderson, 2004).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein: Die Vignette wird als Einstiegsaktivität ganz zu Beginn des Kurses verwendet.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Zusammenhänge zwischen dem Einsatz von Problemlöseaufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule und den Beliefs von Lehrkräften über die Rolle von Problemlösen beim Kompetenzaufbau im Fach Mathematik (z.B. Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld, 1999; Raymond, 1997)

Kommentar / Ergänzungen

Die Vignette kann einschließlich des begleitenden Fragebogens auch online bearbeitet werden. Dieses Format wurde auch mit Studierenden erprobt.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Die vorgestellte Vignette (einschließlich des begleitenden Fragebogens):

Im Cartoon unterhalten sich Studierende aus unserem Sachrechnen-Seminar (A-G) zum Problemlösen im Mathematikunterricht. Bitte kreuzen Sie für jeden Kommentar an, wie sehr Sie zustimmen und begründen Sie jeweils Ihre Auswahl. Notieren Sie anschließend auch **Ihre eigene Sichtweise** zum Problemlösen im Mathematikunterricht.

Im Mathematikunterricht sollten vielmehr solche Aufgaben im Mittelpunkt stehen, anstatt nur Routineaufgaben zu üben.

Mathematikstunden mit solchen Aufgaben zu planen und durchzuführen kann eine ziemliche Herausforderung sein.

Schülerinnen und Schüler können bei solchen Aufgaben ihre eigenen Strategien zum Lösen ausprobieren, bevor der Lehrer oder die Lehrerin sie anleitet.

Solche Aufgaben zu lösen ist eine gute Möglichkeit, starke Schülerinnen und Schüler herauszufordern.

Das Lösen solcher Aufgaben kostet viel Zeit im Unterricht.

Schülerinnen und Schüler können beim Lösen solcher Aufgaben ihr mathematisches Wissen anwenden.

Solche Aufgaben eignen sich am besten für das Ende einer Unterrichtseinheit.

In einem Korb liegen zwischen 50 und 60 Eier. Wenn man nacheinander immer drei Eier herausnimmt, bleiben am Ende nur noch zwei Eier übrig. Nimmt man hingegen immer fünf Eier heraus, liegen am Ende noch vier im Korb. Wie viele Eier liegen genau im Korb?

Was denken Sie?



Studierende (A-G)	stimme überhaupt nicht zu stimme nicht zu stimme teilweise zu stimme zu stimme voll und ganz zu	Bitte notieren Sie eine Begründung für Ihre Auswahl. <i>Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.</i>
	<i>Zum Ankreuzen einfach das Kästchen löschen und durch X ersetzen.</i>	
A	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	
 Was denken Sie?		<i>Notieren Sie hier Ihre eigene Sichtweise zum Problemlösen im Mathematikunterricht.</i>

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. Journal of Mathematical Behaviour, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 550-76.



Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Aufbau professionellen Wissens

zu Problemlösestrategien

von Primarstufenlernenden



Eine Vignette

Aufbau professionellen Wissens

zu Problemlösestrategien von Primarstufenlernenden

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Lernmaterial eingesetzt, um die Problemlösestrategie „arbeite rückwärts“ zu illustrieren.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

Aufbau professionellen Wissens zu vielfältigen Problemlösestrategien, die Lernende der Primarstufe verwenden (hier am Beispiel der Strategie „arbeite rückwärts“)

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

Kurze und stark vereinfachte U-Situation mit Lehrkraft (stellt die Problemlöseaufgabe) und Schülerin (löst die Aufgabe mit der Strategie „arbeite rückwärts“); begleitende Fragen leiten die Analyse der eingesetzten Strategie sowie deren Passung zur gestellten Problemlöseaufgabe und fördern die Verbindung zu anderen Problemlösestrategien (s. unten)

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die in der Vignette dargestellte Situation wurde literaturbasiert erstellt (Häring, 2016).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe unter besonderer Berücksichtigung des Einsatzes vielfältiger Problemlösestrategien sowie Schwierigkeiten und Hürden bei deren Einsatz (z.B. van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Häring, 2016)

Kommentar / Ergänzungen

Im Kurs wurden 16 solcher Kurz-Vignetten eingesetzt, um jeweils eine typische Problemlösestrategie von Primarstufenlernenden zu illustrieren (z.B. nutze eine Tabelle; mache eine Zeichnung; suche nach einem Muster, usw.)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

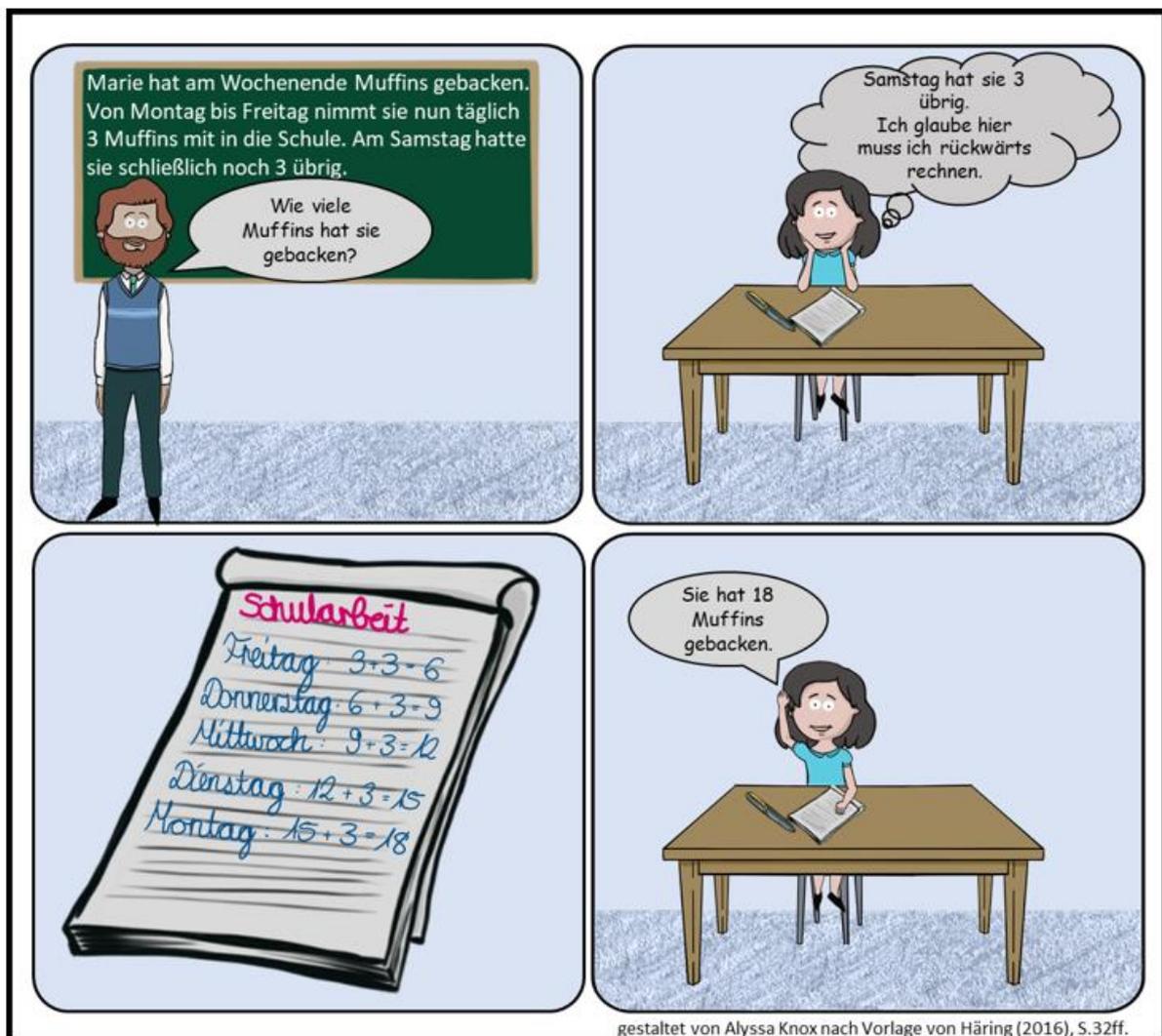
3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung



Die Vignette zur Problemlösestrategie „Arbeite rückwärts“

(einschließlich Begleitfragen)

- Beschreiben Sie die Problemlösestrategie „arbeite rückwärts“ anhand des gezeigten Beispiels. Wie setzt die Schülerin die Strategie ein, um die Aufgabe zu lösen?
- Welche Aufgabenmerkmale machen den Einsatz der Strategie „arbeite rückwärts“ hier passend und zielführend?
- Gibt es weitere Problemlösestrategien, die hier hätten angewendet werden können? Bitte begründen Sie.





Literaturangaben

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von professionellem Wissen

und Teacher Noticing zu Lernschwierigkeiten

von Primarstufenschüler:innen beim Problemlösen



Eine Vignette

Erfassung von professionellem Wissen und Teacher Noticing zu

Lernschwierigkeiten von Primarstufenschüler:innen beim Problemlösen

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette zu **einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette kann zur Wiederholung und zur Erfassung des Lernfortschritts der Kursteilnehmenden eingesetzt werden (formatives Assessment). Hauptaspekte sind die Aufgabenmerkmale von Problemlöseaufgaben und deren Bedeutung für mögliche Schwierigkeiten beim Lösen sowie Möglichkeiten der Lernunterstützung seitens der Lehrkraft.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Wissen zu Aufgabenmerkmalen von Problemlöseaufgaben und typischen Schwierigkeiten beim Problemlösen wiederholen
- Verschiedene Ansätze zur Lernunterstützung von Primarstufenschüler:innen kennenlernen und beispielgestützt vergleichen
- Teacher Noticing zum Problemlösen in der Primarstufe entwickeln (Analyse von Schülerlösungen, Überlegungen zu möglichen Ursachen von Lernschwierigkeiten; Möglichkeiten der Lernunterstützung ohne die "gewünschte Hürde" einer Problemlöseaufgabe aufzulösen)
- Verschiedene Zugänge über vielfältige Problemlösestrategien aufgabenbezogen reflektieren (insbesondere im Hinblick auf das Anknüpfen an die Schülerlösung, das flexible Nutzen verschiedener Strategien und die Unterstützung der Lernenden beim Auswählen und Nutzen passender Strategien)

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es begleitende Fragen?

Kurze Unterrichtssituation (Lehrer-Schüler-Interaktion); die Lernenden haben Schwierigkeiten beim Lösen einer problemorientierten Textaufgabe; in den begleitenden Fragen werden die Kurs-Teilnehmenden u.a. gebeten, die Situation in der Rolle der Lehrkraft weiterzuführen und ihre Entscheidungen für eine bestimmte Lernunterstützung mit Wissen aus dem Kurs zu begründen

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Cartoonvignette wurde literaturbasiert erstellt, insbesondere im Hinblick auf typische Aufgabenmerkmale und damit zusammenhängenden Bearbeitungsschwierigkeiten (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe: Problemorientierte Textaufgaben; Aufgabenmerkmale, die „leicht aussehende“ Aufgaben schwierig machen (Stern, 1998; Hasemann & Gasteiger, 2020)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“Murmelvignette”: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Post-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

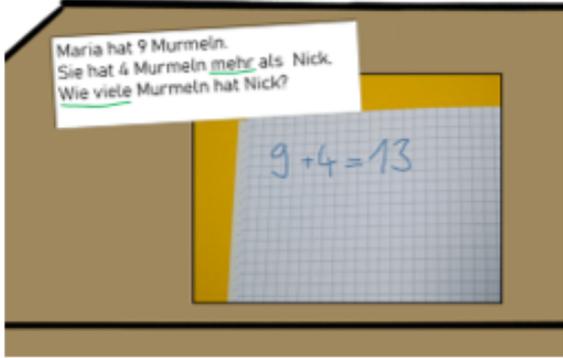
Vignettenbasierter Prä-test: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

Die "Murmelvignette":

(einschließlich Begleitfragen)

<p>1</p>  <p>Können Sie bei uns mal schauen, ob das Ergebnis so stimmt?</p>	<p>2</p>  <p>Maria hat 9 Murmeln. Sie hat 4 Murmeln <u>mehr</u> als Nick. Wie viele Murmeln hat Nick?</p> $9 + 4 = 13$
<p>3</p>  <p>Hmh, da müsst ihr nochmal den Text anschauen und wirklich ganz genau lesen...</p>	<p>4</p>  <p>Aber wir haben die Aufgabe gut durchgelesen UND die wichtigen Mathewörter unterstrichen...</p> <p>Also ist unser Ergebnis nicht richtig...?</p>
<p>5</p> <p>???</p> <p>Wie würden Sie hier weitermachen?</p> <ul style="list-style-type: none">• Übernehmen Sie die Rolle der Lehrkraft und schreiben Sie einen Lehrer-Schüler-Dialog, um zu zeigen, wie Sie die Lernenden in dieser Situation beim Lösen der Textaufgabe unterstützen könnten.• Begründen Sie Ihre Entscheidungen / Vorgehensweise.	



Literaturangaben

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Springer.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Pabst Publisher.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Evaluation von Teacher Noticing

zum Problemlösen in der Primarstufe



Eine Vignette

Evaluation von Teacher Noticing

zum Problemlösen in der Primarstufe

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette gehört zum Kurskonzept „**Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Posttest / zur Kursevaluation eingesetzt. Sie adressiert zentrale Lernziele des Kurses „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“: Wissen zu vielfältigen Lösungsstrategien und deren Einsatz in der Primarstufe, Hürden beim Problemlösen und Möglichkeiten der Lernunterstützung.

Hinweis: Vergleichbar zur hier vorgestellten Evaluationsvignette werden im Kursverlauf zwei vergleichbar komplexe Vignetten bearbeitet (Übung und Klärung der Anforderungen).

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Erfassen von Teacher Noticing zum Problemlösen in der Primarstufe am Ende des Kurses
- Wird dieselbe Vignette auch zu Kursbeginn eingesetzt (Prätest), so kann eine Überprüfung und Reflexion des Lernfortschritts stattfinden.

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?
Gibt es begleitende Fragen?

Cartoonvignette (Lehrer-Schüler-Interaktion):
Der Schüler hat Schwierigkeiten beim Lösen einer problemorientierten Textaufgabe und die gezeigte Lehrkraft versucht, beim Lösen zu unterstützen; in den begleitenden Fragestellungen werden die Kursteilnehmenden gebeten, die Schwierigkeiten des Schülers anhand seines Vorgehens zu analysieren, ebenso der Versuch einer Lernunterstützung seitens der Lehrkraft; die Teilnehmenden werden dazu aufgefordert, eine alternative Vorgehensweise aus Sicht der Lehrkraft zu entwickeln und zu begründen;

hierbei soll z.B. der Schüler dabei unterstützt werden, seinen selbstgewählten Ansatz weiterzuführen

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die dargestellte U-Situation wurde literaturbasiert erstellt; die Dialoge der Cartoonvignette basieren auf einem U-Transkript, welches auch eine Beschreibung der verwendeten Materialien sowie den Schüleraufschrieb enthält (Rasch, 2016)

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Da die Vignette zum Kurs „Professionelles Wissen und Teacher Noticing zu Problemlösestrategien von Schülerinnen und Schülern der Primarstufe“ gibt es entsprechende Grundlagenliteratur zur Lektüre für die Teilnehmenden (s. Literatur im Anhang).

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen in der Primarstufe: Lösen von Problemaufgaben und damit verbundene Lehrer-Schüler-Interaktionen, Hürden beim Lösen und Möglichkeiten der Lernunterstützung (Rasch, 2016)

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

“**Murmelvignette**“: Bedeutung von Aufgabenmerkmalen für Anforderungen beim Problemlösen; Lernunterstützung

Vignettenbasierter Posttest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

Vignettenbasierter Prätest: Professionelles Wissen, Beliefs, Teacher Noticing

16 kurze Vignetten zum Aufbau von Wissen zu typischen Problemlösestrategien von Lernenden der Primarstufe

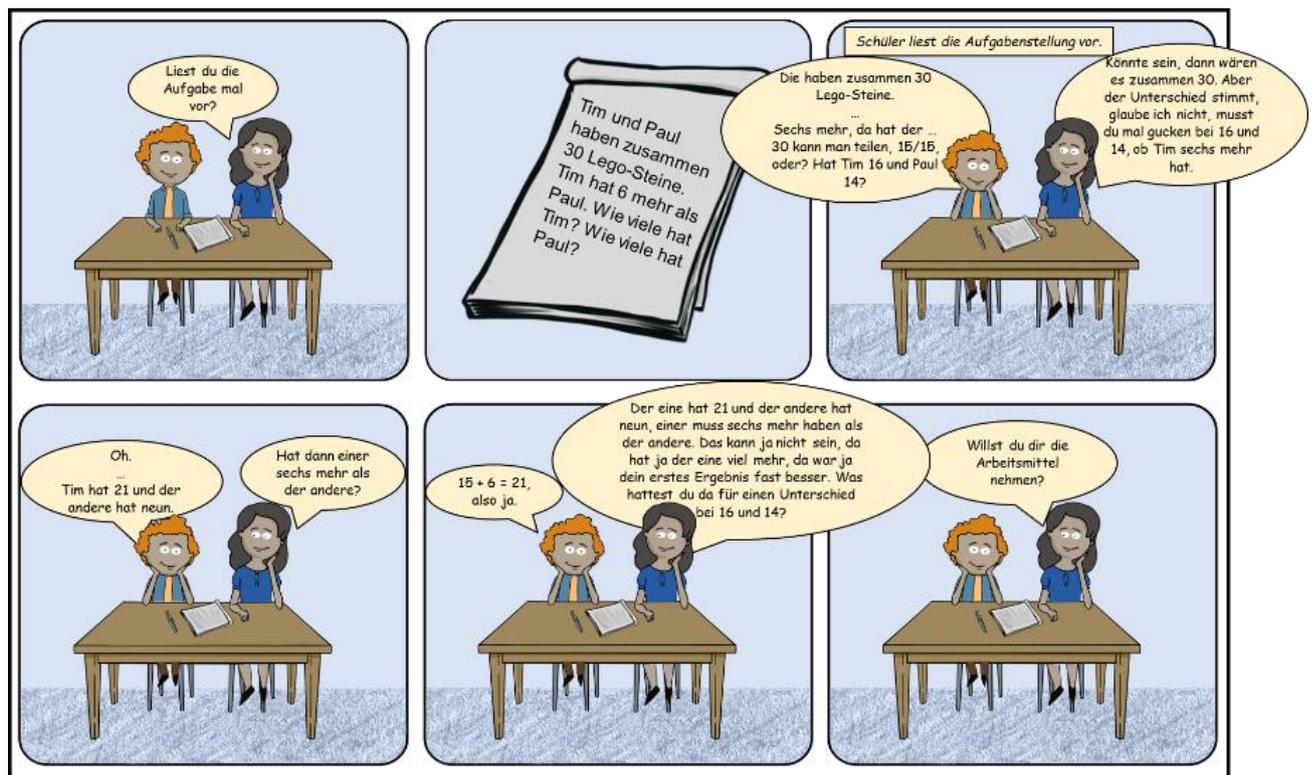
3 komplexe Vignetten basierend auf U-Transkripten zum Aufbau von Teacher Noticing mit Fokus auf Schwierigkeiten beim Problemlösen und möglicher Lernunterstützung

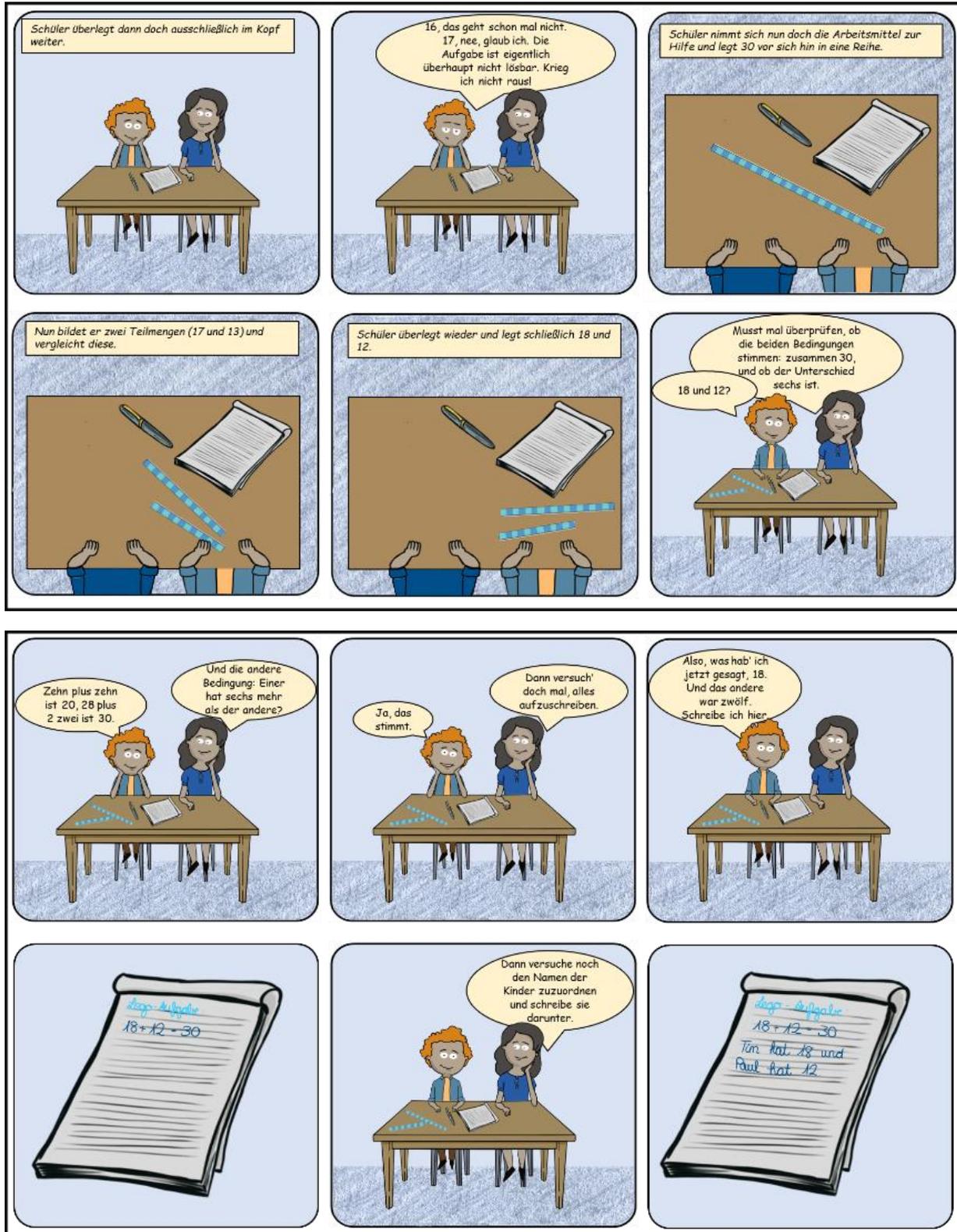
Evaluationsvignette:

(einschließlich Begleitfragen)

In der folgenden Unterrichtssituation ist Max (Klasse 2) gerade dabei, eine Problemaufgabe zu lösen. Hierbei wird er von seiner Mathematiklehrerin begleitet. Bitte betrachten Sie die Situation und beantworten Sie im Anschluss die untenstehenden Fragen.

- Welche Problemlösestrategien setzt Max ein, um die Aufgabe zu lösen?
- Wo gibt es Schwierigkeiten und woran könnte das liegen?
- Welche weiteren Problemlösestrategien hätte Max hier zum Lösen nutzen können?
- Beurteilen Sie die Hilfestellungen der Lehrerin. Wie gut ist diese geeignet, um Max beim Lösen der Aufgabe zu unterstützen? Begründen Sie Ihre Einschätzung.
- Nehmen Sie nun die Perspektive der Lehrkraft ein: Wie hätten Sie hier gehandelt und warum? Erstellen Sie einen Dialog zwischen Max und Ihnen als Lehrperson.







Literaturangaben

Rasch, R. (2016). Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln. Klett.

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Schulbezogenes Fachwissen und

Argumentieren im Bereich der Arithmetik

am Beispiel Teilbarkeit



Ein Kurskonzept

Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren

im Bereich der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und
Sekundarstufe I im ersten Semester / Studienjahr

Was sind die **Anliegen** und
die **Lernziele** des Kurses?

- Vorwissen / schulisches Wissen zur Teilbarkeit aktivieren und erfassen, um daran anzuknüpfen
- Fachliches Wissen der angehenden Lehrkräfte entwickeln (hier am Beispiel „Teilbarkeit“) => Fokus auf schulbezogenes Fachwissen als Hintergrundwissen für das Unterrichten in der Primarstufe und Sekundarstufe I
- typische Fehler und Fehlvorstellungen im Bereich Teilbarkeit kennenlernen und reflektieren
- fachbezogene Argumentation entwickeln

Concept Cartoons werden in diesem Kurs genutzt als Lernmaterial sowie zum formativen Assessment.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

- Schulbezogenes Fachwissen (SRCK) angehender Mathematiklehrkräfte (z.B. Dreher et al., 2018)
- Umgang mit und Lernen aus fremden und eigenen Fehlern (z.B. Heinze, 2005)
- Argumentieren (z.B. Sriraman & Umland, 2014)
- Concept Cartoons als produktive Lerngelegenheiten in der Ausbildung von Mathematiklehrkräften (z.B. Samkova, eingereicht)

Wie ist der Kurs **strukturiert** und **aufgebaut**? (Länge, Dauer der Sitzungen, online oder in Präsenz, ...)

Dauer:
ein Semester (12-14 Wochen mit einer 90-minütigen Sitzung pro Woche; online oder in Präsenz)

Die wöchentlichen Sitzungen werden ergänzt durch Material zum Selbststudium, inklusive wöchentlichen Einreichungsaufgaben (diese werden von



studentischen Hilfskräften korrigiert und rückgemeldet): z.B. Analyse / Bearbeitung eines Concept Cartoons mit begleitenden Aufgabenstellungen oder schriftliches Führen eines Beweises mit unterschiedlichen Beweistechniken

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

mehrere Mathematikstudierende (dargestellt als unterschiedliche Cartooncharaktere) äußern sich zu einem mathematischen Problem, einer Frage bzw. einer Aussage (z.B. Ist 1764 durch 18 teilbar?)

die Äußerungen enthalten neben korrekten Antworten auch typische Fehler und Fehlvorstellungen oder unvollständige Begründungen

die Kursteilnehmenden werden gebeten, ihre eigene Antwort in einer leeren Sprechblase zu geben und auf die Antworten der verschiedenen Cartooncharaktere zu reagieren (Leitfragen)

Wie viele Vignetten gehören zu dem Kurs?

3 Konzeptcartoons zu verschiedenen kursbezogenen Themenschwerpunkten, jeweils in Bezug zum schulbezogenen Fachwissen im Bereich der Teilbarkeit:

- **Ist 1764 durch 18 teilbar?**
- **256·333·546 ·1113**
- **Die letzte Ziffer dieser Zahl ist 0.**
- **Wie viele zweistellige Zahlen haben genau fünf Teiler?**

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Concept Cartoons sind hauptsächlich auf der Grundlage von Literatur und teilweise auch auf der Grundlage von Lehrerfahrungen entstanden; sie adressieren jeweils typische richtige, gut begründete, schlecht begründete, unvollständige und falsche Antworten von Lehramtsstudierenden im Bereich der Arithmetik.

Kommentar

Wir schlagen vor, vergleichbare Concept Cartoons zu anderen im Kurs behandelten Aspekten der Teilbarkeit auch für formatives Assessment im Kurs zu verwenden. Die Concept Cartoons können ebenso in schriftlichen und mündlichen Prüfungen zum Thema des Kurses eingesetzt werden.

Zeitleiste zum Einsatz von Vignetten

innerhalb des Kurses

Teilbarkeit (erstes Thema im Arithmetikseminar), **Wochen 1-3**
(3 Präsenzveranstaltungen mit Aufgaben)

Weitere Seminarthemen:
Wochen 4-12

Woche 1

Concept Cartoon (1)
"Teilbarkeit durch 18": schulisches Vorwissen aktivieren und erfahren; Concept Cartoons als Format kennenlernen

Woche 2

Concept Cartoon (2)
"Letzte Stelle": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Woche 3

Concept Cartoon (3)
"Teiler gesucht": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Klausur

(könnte auch einen Concept Cartoon enthalten)
Seminarevaluation

Literaturangaben

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *JMD* 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (2022). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. Springer.

Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. CERME12 proceedings.

Samková, L. (eingereicht). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Prof. Dr. Marita Friesen
friesen@ph-heidelberg.de

Dr. Ralf Erens
ralf.eren@ph-freiburg.de



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Schulbezogenes Fachwissen

und Argumentieren im Bereich

der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit



Eine Vignette

Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren

im Bereich der Arithmetik am Beispiel Teilbarkeit

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende der Primarstufe und Sekundarstufe I im ersten Semester / Studienjahr

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die drei Vignetten sind Teil des Kurskonzepts „**Schulbezogenes Fachwissen und Argumentieren im Bereich Arithmetik am Beispiel der Teilbarkeit**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignetten werden als Lerngelegenheit und auch zum formativen Assessment genutzt, um den Lernprozess der angehenden Lehrerinnen und Lehrer in Bezug auf das Thema "Teilbarkeit", ein Unterthema im Arithmetikseminar, zu erfassen und zu evaluieren.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

zu Beginn der Lehrveranstaltung:

- Aktivierung und Wiederholung des in der Schule erlernten Inhaltswissens über Teilbarkeit => Einsicht in das Vorwissen, auf das im Seminar aufgebaut werden kann; Ermöglichung adaptiver Zugänge

während der Lehrveranstaltung:

- Einblick in den Lernprozess der Lehramtsstudierenden (formatives Assessment)
- Kennenlernen typischer Fehler und Fehlvorstellungen im Zusammenhang mit dem eigenen professionellen Lernen
- fachbezogenes Argumentieren entwickeln
- Reflexion des Lernens mit Concept Cartoons als professionelle Lerngelegenheit angehenden Mathematiklehrkräfte

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination

- mehrere Mathematikstudierende (dargestellt als unterschiedliche Cartooncharaktere) äußern sich zu einem mathematischen Problem, einer Frage bzw. einer Aussage (z.B. Ist 1764 durch 18 teilbar?)

daraus)? Gibt es begleitende Fragen oder Materialien?

- die Äußerungen enthalten neben korrekten Antworten auch typische Fehler und Fehlvorstellungen oder unvollständige Begründungen
- die Kursteilnehmenden werden gebeten, ihre eigene Antwort in einer leeren Sprechblase zu geben und auf die Antworten der verschiedenen Cartooncharaktere zu reagieren
- es gibt zu jedem Concept Cartoon vier offene Fragen, welche die Analyse und Reflexion der TN anregen und fokussieren sollen

Basieren die Vignetten auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder sind sie konstruiert?

Die Concept Cartoons sind hauptsächlich auf der Grundlage von Literatur und teilweise auch auf der Grundlage von Lehrerfahrungen entstanden; sie adressieren jeweils typische richtige, gut begründete, schlecht begründete, unvollständige und falsche Antworten von Lehramtsstudierenden im Bereich der Arithmetik.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

- schulbezogenes Fachwissen (SRCK) angehender Mathematiklehrkräfte (z.B. Dreher et al., 2018)
- Umgang mit und Lernen aus fremden und eigenen Fehlern (z.B. Heinze, 2005)
- Argumentieren (z.B. Sriraman & Umland, 2014)
- Concept Cartoons als produktive Lerngelegenheiten in der Ausbildung von Mathematiklehrkräften (z.B. Samková, eingereicht)

Kommentar / Ergänzungen

Ist das Format der Concept Cartoons neu für die Lehramtsstudierenden, sollte eine gemeinsame Einführung / Übung erfolgen, um sich mit dem Format vertraut zu machen.

Die Beschäftigung mit den Vignetten als Lernmaterial funktioniert sehr gut in kleinen Gruppen, (1) um die Diskussion über die verschiedenen Ansätze, die von den Cartoon-Figuren dargestellt werden, zu unterstützen und (2) um die fachliche Argumentation der angehenden Lehrkräfte während des Austauschs zu verbessern.

Die Beantwortung der Vignetten zur Bewertung des Lernfortschritts der angehenden Lehrkräfte kann auch individuell in mündlicher und schriftlicher Form (Einreichungsaufgabe / Abgabe Übungsaufgabe) erfolgen.

Beispielantworten von Lehramtsstudierenden zu den vorgestellten Vignetten können hier eingesehen werden:

- Samková, L. & Friesen, M. (2022). Concept Cartoons in a mathematics content course: future teachers' reflections. In Proceedings of the 19th International Conference Efficiency and Responsibility in Education 2022 (107-114). Praha: Czech University of Life Sciences.
- Samková, L. (2022). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. CERME12 proceedings.

Position der Vignette

innerhalb des Kurses

Teilbarkeit (erstes Thema im Arithmetikseminar), **Wochen 1-3**
(3 Präsenzveranstaltungen mit Aufgaben)

Weitere Seminarthemen:
Wochen 4-12

Woche 1

Concept Cartoon (1)
"Teilbarkeit durch 18": schulisches Vorwissen aktivieren und erfahren; Concept Cartoons als Format kennenlernen

Woche 2

Concept Cartoon (2)
"Letzte Stelle": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Woche 3

Concept Cartoon (3)
"Teiler gesucht": Übungsaufgabe / formatives Assessment

Klausur

(könnte auch einen Concept Cartoon enthalten)
Seminarevaluation

Die drei vorgestellten Vignetten (wie sie im Kurs eingesetzt wurden):

Concept Cartoon (1)

Diese Zahl ist teilbar durch 18, da die Summe der einzelnen Ziffern (Quersumme) durch 18 teilbar ist.

Da $18 = 3 \cdot 6$ reicht es aus zu überprüfen, ob diese Zahl durch 3 und durch 6 teilbar ist.

Nein, 3 und 6 reicht nicht aus. Man muss die Teilbarkeit durch 9 und durch 2 überprüfen.

Diese Zahl ist $1800 - 36$, also muss sie teilbar durch 18 sein.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

Ist die Zahl 1764 teilbar durch 18?

?

Concept Cartoon (2)

Wir wissen, dass 2 ein Teiler ist, also muss die Ziffer eine gerade Zahl sein.

Das ist richtig! Denn $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 330$

Man könnte die Zahl in den Taschenrechner eingeben, und dann die letzte Ziffer ablesen.

Diese Zahl ist teilbar durch 5, also muss die letzte Ziffer 0 oder 5 sein.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

$2^{56} \cdot 3^{33} \cdot 5^{46} \cdot 11^{13}$

Die letzte Ziffer dieser Zahl ist 0.

?

Concept Cartoon (3)



Leitfragen (für jeden der Konzeptcartoons 1-3):

- Bitte entscheiden Sie: Welche Aussage/Lösung ist richtig und welche nicht?
- Versuchen Sie bitte, sich mögliche Gründe für die Lösungen auszudenken, die Sie für nicht korrekt halten. Welche Gedanken könnten hinter den Überlegungen der Lehramtsstudierenden stecken?
- Wie können Sie den anderen Lehramtsstudierenden helfen
 - (1) ihre Lösungen zu korrigieren oder
 - (2) ihre Argumentation zu entschärfen?
- Schreiben Sie die Lösung in die leere Sprechblase
- Was denken Sie: Wie kann die Arbeit mit Cartoon
- Wie kann die Arbeit mit Cartoons dazu beitragen, den Lernprozess im Bereich der Teilbarkeit zu verbessern?

Literaturangaben

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (2022). “Helping learners” – Pre-service Mathematics teachers’ conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. Springer.

Samková, L. (eingereicht). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11

Kontakt

Kontakt für weitere Informationen zu dieser Vignette:

Marita Friesen

friesen@ph-heidelberg.de

Ralf Erens

ralf.eren@ph-freiburg.de

Libuse Samková

lSamková@pf.jcu.cz

Ceneida Fernandez

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

Pere Ivars

pere.ivars@gcloud.ua.es



Digital Support for Teachers'
Collaborative Reflection on
Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Ein Kurskonzept:

Entwicklung von professionellem Wissen

und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Aufgaben im Geometrieunterricht



Ein Kurskonzept

Entwicklung von professionellem Wissen und Einstellungen

zu kognitiv aktivierenden Aufgaben im Geometrieunterricht

Was ist die **Zielgruppe**
des Kurses?

Mathematiklehrkräfte der Sekundarstufe I
(Klassen 7-10)

Was sind die **Lernziele** des
Kurses?

Entwicklung professionellen Wissens (fachlich und
fachdidaktisch) und kognitiv aktivierendes
Unterrichten., insbesondere:

- Wie ist Problemlösen im Bildungsplan eingebunden?
- Was sind die Merkmale von Problemlöseaufgaben?
- Welche Problemlösestrategien gibt es und wie können diese eingesetzt und genutzt werden?
- Wie können Selbstregulation und andere metakognitive Prozesse unterstützt werden?
- Welche Hürden können beim Umgang mit Problemlöseaufgaben bei Lehrkräften und Schüler:innen erwartet werden?
- Wie können Lehrkräfte die Lernenden beim Lösen von problemorientierten Textaufgaben unterstützen?

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut der Kurs auf?

Mathematisches Problemlösen (z.B. Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999; Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. 2014; Verschaffel et al., 1999).

Wie werden Vignetten im Kurs eingesetzt?

Vignetten zu verschiedenen Seminarinhalten werden im Kurs als Lernmaterial und zur Evaluation eingesetzt:

- zum Einstieg (Diskussionformat)
- als Lernmaterial (mit individueller Bearbeitung)
- zum Abschluss (als Diskussionformat)

Wie ist der Kurs **strukturiert** und aufgebaut?

Dauer: Der gesamte Kurs dauert 10 Monate; davon wird ein Drittel der Zeit an der Universität (meist die ersten vier Monate), zwei Drittel der Zeit in

Schulpraktika verbracht. Vignetten werden im Kurs zu unterschiedlichen Themenbereichen eingesetzt (hier: Problemlösen). Die Veranstaltungen können online oder in Präsenz ausgebracht werden.

Wie viele Vignetten
gehören zu dem Kurs?

3 bis 4 kurze Vignetten zum Wissensaufbau, zur Erfassung von Beliefs (Sichtweisen) der Lehramtsstudierenden und zum Analysieren von U-Situationen

In welchem Format liegen
diese vor und was stellen
diese dar?

Cartoonvignetten mit begleitenden Fragestellungen
Dargestellt werden U-Situationen, in denen es um
Problemlösen geht.

Basieren die Vignetten auf
echten Unterrichts- bzw.
Lehrsituationen oder sind
sie konstruiert?

Die Vignetten basieren auf Literatur oder auf echten
Transkripten und Lehr- bzw. Unterrichtserfahrungen.

Kommentare

Die Vignetten wurden für den Einsatz in
Lehrveranstaltungen sowie für Evaluationsforschung
entwickelt. Die Gestaltung der Vignetten folgt einem
Rahmenmodell, welches in folgendem Beitrag
veröffentlicht ist:

<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. The Journal of Mathematical Behavior, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. Math. Thinking & Learning, 1(3), 195–229.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem

Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)



Eine Vignette

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und

kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)

„Fläche und Umfang“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik (Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurses **„Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I): Fläche und Umfang“**

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Diskussionsanlass sowie zur Evaluation von Lernprozessen im Kurs eingesetzt. Insbesondere geht es um Merkmale kognitiv aktivierender Aufgaben im Vergleich zu eher prozedural orientierten Routineaufgaben.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Kognitive Anforderungen einer Aufgabe beschreiben können
- Kognitiv aktivierende Aufgaben von Routineaufgaben unterscheiden und deren Potential beschreiben können
- Lösungswege und Herangehensweisen sowie möglich Hürden von SuS antizipieren können
- Bestimmte Zugänge in konkreten U-Situationen reflektieren und begründen können; Strategien der Lernendenunterstützung kennen und anwenden können

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Die Vignette besteht aus zwei aufeinanderfolgenden U-Szenen. Eine Lehrkraft präsentiert prozedural orientierte Routineaufgaben, welcher von einer anderen Lehrkraft kognitiv aktivierende Aufgaben gegenübergestellt werden.

Gibt es **begleitende Fragen**?

Es gibt begleitende Fragestellungen, die die schrittweise Auseinandersetzung mit der Vignette fördern und strukturieren.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette ist bewusst konstruiert, um durch eine Kontrastierung die Auseinandersetzung mit unterschiedlichen Aufgabentypen anzuregen und Begründungen für die Auswahl von kognitiv aktivierenden Aufgaben zu entwickeln.

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Entwicklung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen im Bereich der Geometrie; Auswahl und Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben

Vignette „Fläche und Umfang“

Flächeninhalt und Umfang berechnen



Ich denke, diese Aufgaben sind wirklich gut geeignet, um das Verständnis meiner Schüler:innen zum Thema Fläche und Umfang zu festigen.

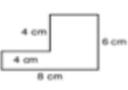
Ich glaube, sie hat da wirklich Recht...

Bestimme für jede Figur den Flächeninhalt und den Umfang.

(1) 

Perimeter: _____

Area: _____

(2) 

Perimeter: _____

Area: _____

(5) 

Perimeter: _____

Area: _____

(6) 

Perimeter: _____

Area: _____



Hmmm, ich denke die Schüler:innen können hier das Rechnen üben; aber was sagt das über ihr Verständnis aus?



Flächeninhalt und Umfang berechnen

Danke – ich finde wirklich, dass diese Aufgaben ganz andere Möglichkeiten bieten!



Ich könnte mir deshalb gut vorstellen, diese Aufgaben einzusetzen, um zu sehen, was die Schüler:innen wirklich verstehen und wie sie Flächeninhalt und Umfang miteinander verbinden...



Bearbeite die folgenden Aufgaben:



Die Fläche des Weges beträgt 32 m^2 und der Umfang der grauen Fläche beträgt 28 m . Wie breit ist der Weg?



Was kannst Du über diese Figur aussagen?



Wie kann ich den Flächeninhalt dieses Quadrats berechnen?

Flächeninhalt und Umfang berechnen

Bitte beantworten Sie die folgenden Fragen:

F1. Wie unterscheiden sich die Herangehensweisen der beiden Lehrkräfte?

F2. Wählen Sie ein Beispiel aus der zweiten Aufgabensammlung aus und beschreiben Sie möglichst genau, wie SuS hier beim Lösen vorgehen könnten.

F3. Was könnten Sie durch die gezeigte Unterhaltung über die Einstellungen der beiden Lehrkräfte aussagen?

Literaturangaben

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem

Wissen und Einstellungen zu kognitiv aktivierenden

Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)



Eine Vignette

Erfassung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen

zu kognitiv aktivierenden Zugängen im Geometrieunterricht (Sek I)

„Auf der Suche nach kongruenten Dreiecken“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik (Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurses „**Evaluation von fachlichem und fachdidaktischem Wissen und Einstellungen zu unterschiedlichen Zugängen im Geometrieunterricht (Sekundarstufe I)**“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird als Diskussionsanlass sowie zur Evaluation von Lernprozessen im Kurs eingesetzt. Insbesondere geht es um Merkmale kognitiv aktivierender Aufgaben im Vergleich zu eher prozedural orientierten Routineaufgaben.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Kognitive Anforderungen einer Aufgabe beschreiben können
- Kognitiv aktivierende Aufgaben von Routineaufgaben unterscheiden und deren Potential beschreiben können
- Lösungswege und Herangehensweisen sowie möglich Hürden von SuS antizipieren können
- Bestimmte Zugänge in konkreten U-Situationen reflektieren und begründen können; Strategien der Lernendenunterstützung kennen und anwenden können

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format** (Video, Text, Cartoon oder eine Kombination daraus)?

Die Vignette besteht aus einer U-Szene; die Lehrkraft stellt ein geometrisches Problem und begleitet die SuS bei dessen Lösung.

Gibt es **begleitende Fragen**?

Es gibt vier begleitende Fragestellungen, die die schrittweise Auseinandersetzung mit der Vignette fördern und strukturieren.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette wurde gestaltet auf Grundlage von Schulbuchauszügen und authentischen U-Erfahrungen.

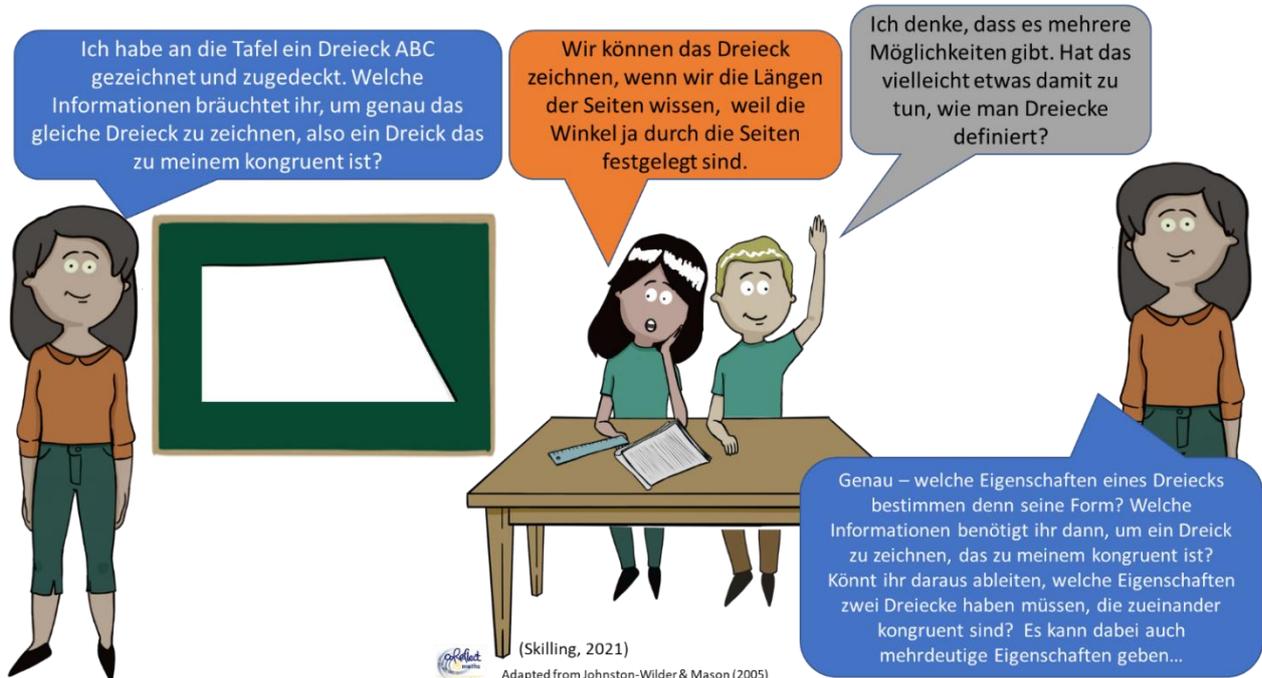
Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Entwicklung von fachlichem und fachdidaktischem Wissen im Bereich der Geometrie; Auswahl und Einsatz kognitiv aktivierender Aufgaben

Vignette “Auf der Suche nach kongruenten Dreiecken”





Fragestellungen

(fachliches Wissen aufbauen; entdeckendes Lernen und konzeptuelles Verständnis bei SuS fördern)

Die Vignette stellt Frau Müllers Zugang zur Kongruenz von Dreiecken dar. Bitte betrachten Sie die dargestellte Unterrichtssituation genau und beantworten Sie dann die folgenden Fragen:

1. Welche Informationen benötigen die Schüler:innen, um das gesuchte Dreieck zu zeichnen?
2. Welche der gesuchten Eigenschaften könnten die SuS zuerst nennen, welche als nächste?
3. Welche nicht eindeutigen Eigenschaften könnten die SuS benennen und wie würden Sie im Unterricht damit umgehen?
4. Anstatt die Eigenschaften kongruenter Dreiecke am Stundenbeginn zu benennen, wählt Frau Müller den gezeigten Zugang. Welche Denkprozesse wurden dadurch bei den SuS angeregt, die insbesondere für das Lernen im Geometrieunterricht relevant sind?
5. Wie könnten Sie die Herangehensweise von Frau Müller auf die Einführung von Vierecken übertragen? Beschreiben Sie ein konkretes Beispiel.

Literaturangaben

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Vignetten in der
Ausbildung und Fortbildung
von Mathematiklehrkräften

Eine Vignette:

Erfassen von professionellem Wissen und

Handlungsentscheidungen beim

Problemlösen in der Sekundarstufe I



Eine Vignette

Erfassen von professionellem Wissen und Handlungsentscheidungen

beim Problemlösen in der Sekundarstufe I

„Das Problem des Eierverkäufers“

Was ist die **Zielgruppe** der Vignette?

Lehramtsstudierende des Faches Mathematik
(Sekundarstufe I, Klassen 7-10)

Gehört die Vignette **zu einem Kurs**?

Die Vignette ist Teil des Kurskonzepts
„Erfassen von professionellem Wissen und Handlungsentscheidungen beim Problemlösen in der Sekundarstufe I“

In welchem **Kontext** wird die Vignette eingesetzt?

Die Vignette wird bei Lehramtsstudierenden als Diskussionsanlass zu Potentialen und Herausforderungen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben sowie zur Evaluation des Lernens zu Merkmalen von Problemlöseaufgaben eingesetzt.

Welche **Lernziele** sind mit dem Einsatz der Vignetten verbunden?

- Selbst eine Problemlöseaufgabe lösen und typische Merkmale von problemorientierten Textaufgaben identifizieren können
- Auseinandersetzung mit der gegebenen Problemlöseaufgabe anregen: benötigtes Wissen und eingesetzte Strategien benennen, die zum Lösen der Aufgabe herangezogen wurden
- Überlegungen anstellen, wie man die gegebene Aufgabe in einer bestimmten Klassenstufe einsetzen würde
- Auseinandersetzung mit und Einschätzung von typischen Sichtweisen zu Herausforderungen und Potentialen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben im Unterricht
- Verschiedene Zugänge zu Handlungsentscheidungen in konkreten U-Situationen kennenlernen und reflektieren, insbesondere bei der Lernendenunterstützung

Was stellen die Vignette dar bzw. in welchem **Format**?

Die Vignetten bestehen aus einer Szene, in der anhand einer Problemlöseaufgabe von sieben fiktiven LA-Studierenden (Cartooncharaktere) Potentiale

und mögliche Herausforderungen beim Einsatz von Problemlöseaufgaben im allgemeinen benannt werden. Die Kommentare der Cartoon-Charaktere sind so gewählt, dass sie die Äußerung der eigenen Sichtweisen zum Einsatz von Problemlöseaufgaben herausfordern.

Basiert die Vignette auf echten Unterrichts- bzw. Lehrsituationen oder ist sie konstruiert?

Die Vignette basiert auf Literatur zu Sichtweisen von Lehrkräften zum Problemlösen im Mathematikunterricht (Anderson, Sullivan & White, 2004).

Gibt es **begleitende Materialien** für die Kursteilnehmenden?

Nein.

Auf welchen **theoretischen Hintergrund** baut die Vignette auf?

Mathematisches Problemlösen; Einsatz von Vignetten (Rahmenmodell zum Vignettendesign); s. Literatur

Vignette “Das Problem des Eierverkäufers”

Mit dem Bearbeiten der folgenden Aufgaben steigen Sie in das Thema Problemlösen ein. Bitte lösen Sie als erstes die untenstehende Aufgabe. *Sie können Ihre Lösung entweder direkt hier ins Word-Dokument eintragen oder auf einem Extrablatt notieren und dann abfotografieren/abschannen und hier einfügen. Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.*

Beim Ausliefern passiert einem Eierverkäufer ein Missgeschick und alle Eier zerbrechen. Der Eierverkäufer konnte sich nicht erinnern, wie viele Eier in der Lieferung waren; er wusste aber noch, dass er beim Versuch alle Eier in Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfer- und Sechschachteln zu verpacken, immer genau ein Ei übrig hatte. Er konnte die Eier aber in Siebenschachteln verpacken, ohne dass ein Ei übrig war. Welches ist die kleinste Anzahl an Eiern, die hier ausgeliefert wurden?

- Welches **mathematische Wissen** haben Sie angewendet, um die Aufgabe zu lösen?
- Welche **Strategien** haben Sie zum Lösen der Aufgabe genutzt?

Im Cartoon unterhalten sich Studierende aus unserem Seminar (A-G) zum Problemlösen im Mathematikunterricht. Bitte kreuzen Sie für jeden Kommentar an, wie sehr Sie zustimmen und begründen Sie jeweils Ihre Auswahl. Notieren Sie anschließend auch **Ihre eigene Sichtweise** zum Problemlösen.



Das Eierverkäufer-Problem

Beim Ausliefern passiert einem Eierverkäufer ein Missgeschick und alle Eier zerbrechen. Der Eierverkäufer konnte sich nicht erinnern, wie viele Eier in der Lieferung waren; er wusste aber noch, dass er beim Versuch alle Eier in Zweier-, Dreier-, Vierer-, Fünfer- und Sechschachteln zu verpacken, immer genau ein Ei übrig hatte. Er konnte die Eier aber in Siebenschachteln verpacken, ohne dass ein Ei übrig war. Welches ist die kleinste Anzahl an Eiern, die hier ausgeliefert wurden?

Was denken Sie?

Studierende (A-G)	stimme überhaupt nicht zu stimme nicht zu stimme teilweise zu stimme zu stimme voll und ganz zu					Bitte notieren Sie eine Begründung für Ihre Auswahl. <i>Nutzen Sie so viel Platz, wie Sie brauchen.</i>
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
	<i>Zum Ankreuzen einfach das Kästchen löschen und durch X ersetzen.</i>					
A	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
C	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
D	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
E	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
G	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
Was denken Sie?						Notieren Sie hier Ihre eigene Sichtweise zum Problemlösen im Mathematikunterricht.

Literaturangaben

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Kontakt

Für weitere Informationen zum vorgestellten Kurskonzept können Sie uns gerne kontaktieren:

Karen Skilling

karen.skilling@education.ox.ac.uk