



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Un concepto de curso para**

Trabajar con diferentes representaciones

en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Trabajar con diferentes representaciones

en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas de Educación Primaria y Secundaria (cursos 1-4 y 5-12/13)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas, con un análisis flexible con focos en:

- Análisis de tareas (materiales y páginas de libros de texto).
- Análisis de la interacción/diálogos en el aula
- Análisis de las dificultades de los alumnos

Desarrollar conocimientos, puntos de vista y conciencia profesionales relacionados.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Representaciones de objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); competencia de los docentes para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); conocimiento profesional, ser consciente de y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:** Un semestre, con seminarios semanales de 90 minutos

**Estructura:**

- **Cuestionario inicial** (viñeta)
- **Introducción a la teoría** de las representaciones de objetos matemáticos usando ejemplos
- **Ejemplo de análisis** de una viñeta en formato video con una solución de muestra



## Continuación

¿Cuál es la **estructura**  
del curso?

- **Trabajo basado en viñetas** con material combinado y viñetas de situaciones en el aula:
  - Los estudiantes para maestro/profesor preparan sesiones, preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, organizan debates y reflexiones
  - Los estudiantes para maestro/profesor recopilan el análisis de sus compañeros y brindan comentarios relacionados con los criterios del marco teórico sobre representaciones
  - Se les pide a los estudiantes para maestro/profesor que han preparado una sesión, que preparen el análisis, que mejoren los diálogos del aula y
  - mejoren los materiales centrados en el alumno
  - relacionados con el material dado en la viñeta
  - Se pide a los estudiantes para maestro/profesor que
  - documenten los resultados de las sesiones del
  - seminario en formato de portfolio
- **Cuestionario final** (viñeta), retroalimentación, autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato** del curso?

En línea (como consecuencia de la situación de pandemia) y formatos presenciales son posibles / disponibles (Ver también la descripción de la estructura del curso más arriba)

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas que combinan material y situaciones de aula. Representación del material y de la situación de aula relacionada con el trabajo con el material; Formato: texto y/o dibujos animados; también son posibles las viñetas de vídeo

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Más de 20 viñetas que combinan material y situaciones de aula, disponibles para la elección de los participantes, el curso está abierto en general a viñetas producidas/traídas por los profesores en formación



¿Son las viñetas auténticas, o adaptadas?

El conjunto de más de 20 viñetas mencionadas se ha diseñado específicamente para ofrecer reflexiones ricas y debate que favorezcan una mejora.

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

En la sección "teoría relacionada", hay un documento de texto relacionado con la introducción a la teoría de representaciones de objetos matemáticos, con publicaciones seleccionadas.

Otros **comentarios** / recomendaciones

El trabajo teórico sobre las viñetas es clave para el desarrollo de la competencia de análisis en los participantes.

### **Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso**

El curso comienza con una prueba previa (pre-test) basada en viñetas, que permite evaluar el progreso de los participantes, también a través de su autoevaluación. Tras una introducción a la teoría de las representaciones de los objetos matemáticos y a las formas de usar múltiples representaciones en el aula de matemáticas, se elaboran, junto con los participantes, preguntas de análisis basadas en criterios. Éstas se utilizan para analizar una viñeta de muestra junto con los participantes. A continuación, se pide a los estudiantes para maestro/profesor que preparen el análisis de viñetas que pueden elegir de un conjunto de más de 20 viñetas. Todas estas viñetas combinan material y situaciones de aula: Abarcan tanto representaciones de material como representaciones de una situación de aula relacionada con el trabajo con este material. El formato de las viñetas consiste en elementos de texto y/o de dibujos animados; también son posibles las representaciones en vídeo.

Se pide a los estudiantes para maestro/profesor que preparen una sesión, con preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, que organicen el debate y la reflexión, que recojan los análisis de sus compañeros y que proporcionen comentarios relacionados con los criterios que proporciona la teoría del uso de representaciones. A los estudiantes para maestro/profesor que han preparado la sesión se les pide además que preparen un análisis de ejemplo, diálogos mejorados en el aula y material mejorado centrado en el alumno con respecto al material dado en la viñeta. Así, se les pide que elaboren elementos de la situación mejorados con el trasfondo de la teoría del tratamiento de las múltiples representaciones de los objetos matemáticos.

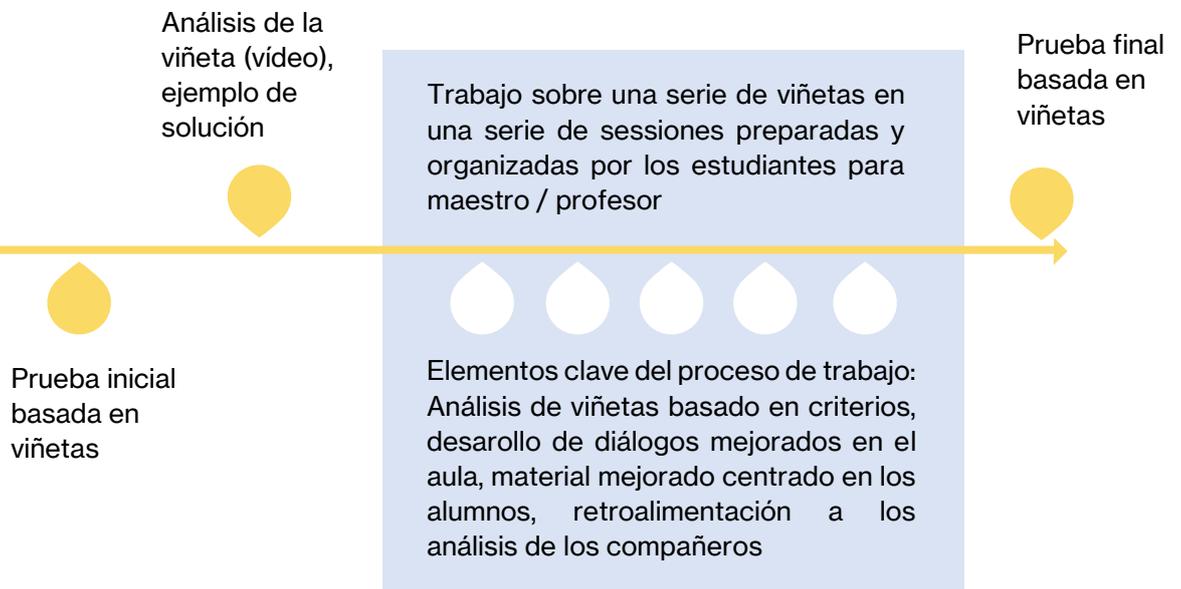
En general, se pide a los estudiantes para maestro/profesor que documenten los resultados de las sesiones del seminario en un portfolio.



Tras completar el cuestionario final (post-test basado en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión y, basándose en sus respuestas al cuestionario inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

## Línea de tiempo que muestra el uso

### de viñetas en el curso:



## Referencias

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csikos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPM (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

#### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)

**Marita Friesen**, [marita.friesen@ph-freiburg.de](mailto:marita.friesen@ph-freiburg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

Reflexionar sobre cómo se trabajan las

representaciones de los objetos

matemáticos



una viñeta para

Reflexionar sobre cómo se trabajan las

representaciones de los objetos matemáticos

## “Diagrama de árbol”

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de Educación Primaria y Secundaria (cursos 1-4 y 5-12/13); Esta viñeta se centra en Educación Secundaria

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso:  
**Trabajar con diferentes representaciones en el aula de matemáticas**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las más de 20 viñetas en las que pueden trabajar los estudiantes para maestro/profesor (ver curso)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar el uso de las representaciones en el aula de matemáticas, con un análisis flexible con focos en:

- Análisis de tareas (materiales y páginas de libros de texto).
- Análisis de la interacción/diálogos en el aula
- Análisis de las dificultades de los alumnos

Desarrollar conocimientos, puntos de vista y conciencia profesionales relacionados.

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas que combinan material y situaciones de aula. Representación del material y de la situación de aula relacionada con el trabajo con el material;

**Formato:** texto y/o dibujos animados; también son posibles las viñetas de video

¿**Cuánto tiempo** duraría la situación en el aula?

Situación en el aula que forma parte de la viñeta:  
Unos 5-10 min.



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Esta viñeta ha sido diseñada específicamente para ofrecer reflexiones ricas y debate que favorezcan una mejora

¿Hay **material de texto** complementario para los participantes en el curso?

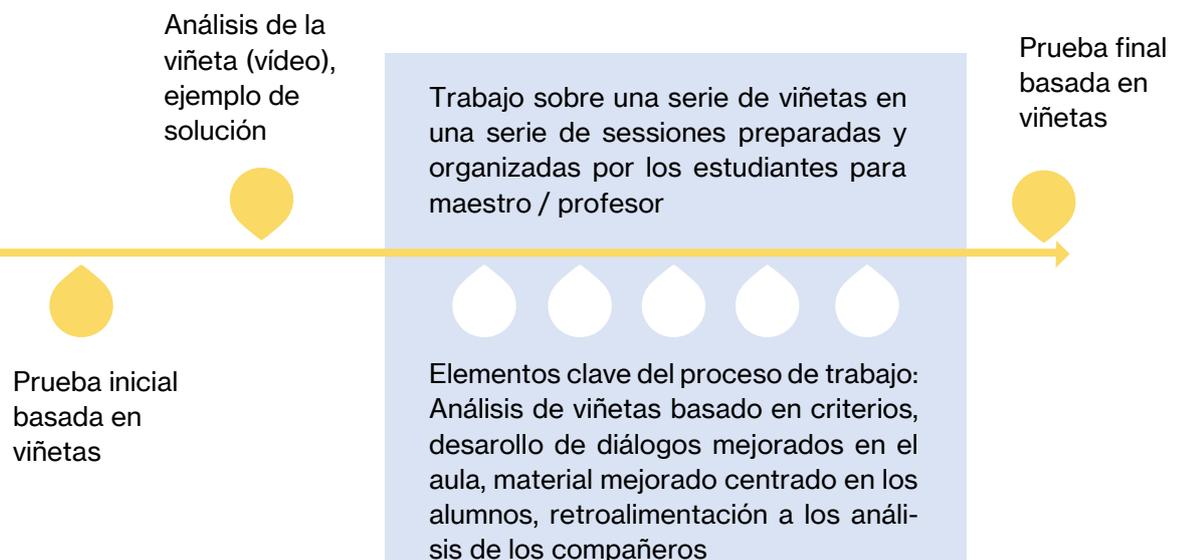
Ver el curso "**Trabajar con diferentes representaciones en el aula de matemáticas**"

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Representaciones de objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); competencia de los docentes para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); conocimiento profesional, ser consciente de y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



## Viñeta – “Diagrama de árbol”

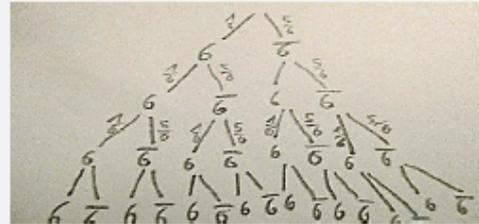
El tema es cómo utilizar diagramas de árbol para calcular probabilidades. A continuación, hay una página de un libro de texto que introduce ese tema y un ejercicio en el que los alumnos deben trabajar en un entorno de aprendizaje a distancia. Los alumnos tienen la posibilidad de contactar con el profesor en línea.

[El material (ficticio) del libro de texto que aparece a continuación está inspirado en una sección auténtica de un libro de texto alemán, véase Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163*].

### Cómo usar correctamente los diagramas de árbol

Max tiene que encontrar la probabilidad de sacar al menos una vez 6 entre 5 intentos. Ha empezado a dibujar un diagrama de árbol.

Nadja examina el dibujo de Max y dice “Nunca vas a terminar con todas estas ramas.”

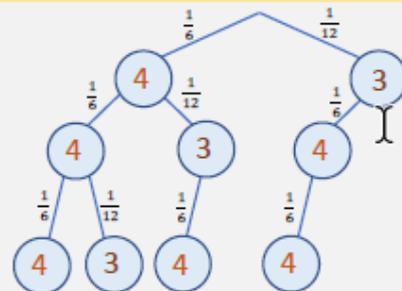


A veces, los diagramas de árbol son demasiado grandes. Puedes ahorrar tiempo si dibujas solo la parte del árbol que es necesaria para calcular la probabilidad que te piden.



Gira tres veces la ruleta que se muestra aquí. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea al menos 11? El diagrama de árbol solo muestra las ramas que conducen a sumas superiores a 10. Según las reglas de cálculo en los diagramas de árbol la probabilidad es

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



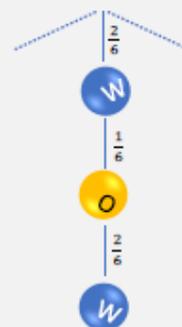
Para determinar las probabilidades en los experimentos aleatorios de varios niveles, solo se utiliza la parte del diagrama de árbol que contiene los caminos necesarios.



#### Ejemplo 1: Elección de una ruta

Una urna contiene bolas con letras. Se extrae tres veces una bola al azar, se anota la letra y se vuelve a introducir la bola en la urna. ¿Con qué probabilidad los experimentos dan la palabra WOW?

Solución: La probabilidad de la palabra WOW es  $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$  (camino en la figura de la derecha)



Uno de los ejercicios después de esta sección de introducción del libro de texto es:

La policía ha identificado a nueve sospechosos, entre ellos cuatro ladrones que la policía ha estado buscando durante mucho tiempo. La superintendente Anna R. los interroga, arresta a tres de estos sospechosos y todos resultan ser ladrones. ¿Con qué probabilidad la superintendente Anna habría obtenido un resultado tan bueno, seleccionando a los tres por casualidad?

Los alumnos trabajan individualmente en casa como consecuencia de la situación del covid-19. Una alumna está en contacto con su profesor en una videoconferencia y le hace una pregunta

Nosotros teníamos que resolver las tareas de la introducción de la página 162, incluyendo la tarea 5. Pero no entiendo esta tarea.

¿Qué es lo que no entiendes?

La superintendente ha interrogado a nueve personas. Así, se ha dado cuenta de que cuatro de ellos son ladrones. Y ella arresta a tres de ellos.

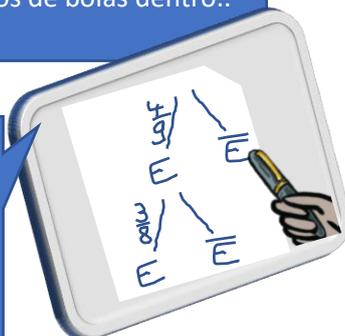
Humm, que los tres son realmente los ladrones que habían estado buscando solo se sabe después, dice "y todos ellos resultan ser ladrones". Pero en cualquier caso se tiene que dibujar un árbol aquí

Sí, eso es lo que he intentado, pero me he atascado. Hay 9 ramas, y luego siempre 8, por lo que se obtiene muchos de ellos.

Eso está claro... Bueno, mi árbol solo tiene dos ramas en el primer nivel y luego solo he seguido una de ellas, de nuevo con dos ramas. He considerado los resultados "ladrón" y "no ladrón", denotados por la  $E$  y  $E^c$ . También puedes imaginarte que tienes una urna con dos tipos de bolas dentro..

Un momento, voy a dibujar los dos primeros pasos de mi árbol y ponerlo ante la cámara.

Ahora te toca añadir el tercer paso a ti misma y calcular el resultado. ¿Lo conseguirás?



## Referencias

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Un concepto de curso para**

Utilizar los errores como oportunidades

de aprendizaje en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Utilizar los errores como oportunidades

de aprendizaje en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación  
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para profesor para analizar

- los errores (matemáticamente)
- el pensamiento de los alumnos detrás del error
- el potencial de aprendizaje relacionado con el error (para el alumno que lo ha cometido y para todos los alumnos de la clase)
- cómo se tratan los errores en el aula de matemáticas
- lo que pueden ofrecer las distintas formas de reaccionar o tratar el error en términos de aprendizaje

El desarrollo de un conocimiento profesional, diferentes perspectivas y el “ser consciente de”

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría del conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspectos y posibilidades de tratar los errores (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al, 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los profesores relacionados con la gestión de errores (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992).



¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:**

- Un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos

**Estructura:**

- Prueba inicial (basada en viñetas)
- Introducción a diferentes teorías relacionadas con los errores (por ejemplo, Weimer, 1925; Skinner, 1958; Oser, et al., 1998), con el conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005), y con el uso productivo de los errores como oportunidades de aprendizaje (Guldemann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005)
- Análisis de los primeros vídeos y/o viñetas con discusión relacionadas con las observaciones basadas en la teoría; incluyendo el análisis de los errores relacionados con las matemáticas
- Introducción a un marco teórico más profundo relacionado con los enfoques constructivistas moderados del aprendizaje (por ejemplo, Reinmann-Rothmeier y Mandl, 2001; Klein y Oettinger, 2000), con la metacognición (por ejemplo, Cohors-Fresenborg y Kaune, 2001, 2003) y con los aspectos motivacionales de la gestión de errores (por ejemplo, Dweck, 1986)
- Revisión de las viñetas analizando las posibilidades de reacción alternativas sobre la base de un marco teórico más profundo; sistematización del análisis mediante un modelo de pasos de análisis (metaconocimiento relacionado con el análisis para los participantes)
- Análisis centrado en los participantes de otras viñetas de vídeo y/o de dibujos animados con discusión relacionada con las observaciones basadas en la teoría y los análisis de las posibilidades de reacción:
  - Los estudiantes para profesor preparan sesiones y actividades para sus compañeros, organizan el debate y la reflexión
  - Los estudiantes para profesor recogen los análisis de sus compañeros y proporcionan información relacionada con el modelo de pasos de análisis (información sobre si se han cubierto los pasos mediante pensamientos sustanciales basados en criterios)



- Se pide a los estudiantes para profesor que han preparado la sesión que preparen el análisis de "su" viñeta.
- Se pide a los estudiantes para profesor que documenten los resultados de las sesiones del seminario en formato de portafolio.

- Prueba final (basada en la viñeta), retroalimentación, autoevaluación del progreso

**¿Qué se representa y en qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas de situaciones de aula combinadas con material de tareas relacionado con las situaciones de error: Representación del material de aprendizaje y de la situación en el aula; Formato: viñetas de texto, de dibujos animados y/o de video

**¿Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Alrededor de 15 viñetas de situaciones de clase para que las elijan los participantes, el curso en general abierto a viñetas producidas/traídas por los estudiantes para profesor; viñetas de introducción

**¿Son las viñetas** encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Se incluyen tanto viñetas derivadas de situaciones auténticas del aula como viñetas diseñadas específicamente para ofrecer un rico potencial de reflexión, debate y razonamiento sobre las posibilidades de reacción relacionadas con los errores

**¿Cómo es el formato del curso?** (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online y presencial; el curso está previsto que cubra todo un semestre (unas 14 sesiones de 90 minutos cada una), también son posibles módulos de curso más cortos (por ejemplo, para integrarlos en otros seminarios, como una subsección)

## **Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso**

Una prueba inicial basada en una viñeta inicia el curso. Cumple tanto la función de iniciar el curso mostrando la relevancia del tema para la práctica en el aula como la de ayudar a evaluar el progreso de los participantes. La teoría (multifacética) relacionada con el tratamiento de los errores se introduce en un enfoque de dos pasos interrumpido por el trabajo basado en viñetas, con el fin de evitar una acumulación de contenido teórico que luego podría estar más desconectado con el análisis de situaciones de la práctica en el aula. En primer lugar, se introducen



las definiciones de los errores y los marcos teóricos de los que proceden. Existen perspectivas teóricas contrapuestas, lo que hace que esta sección del curso sea especialmente rica en contrastes: Por un lado, según un punto de vista conductista (por ejemplo, Skinner, 1958; cf. Weimer, 1925), los errores son "accidentes" que deben evitarse y más bien no recibir atención para no aprender conocimientos incorrectos, por otro lado, el enfoque del conocimiento negativo destaca el valor de los errores para el aprendizaje y, en particular, para la construcción del llamado conocimiento negativo (por ejemplo, Oser et al., 1998).

A continuación, se pretende conectar estos antecedentes teóricos con los contextos de la práctica mediante el análisis de ejemplos de viñetas. Para estas actividades de análisis se pueden utilizar tanto viñetas de dibujos animados como viñetas de vídeo reales del aula.

En un segundo paso, se introducen más antecedentes teóricos para que los participantes aprendan a conectar esos aspectos con las situaciones del aula: Este segundo paso reconoce la gran complejidad de las situaciones de error debido a la relevancia de los múltiples criterios. Los marcos teóricos introducidos en este segundo paso cubren los enfoques constructivistas moderados del aprendizaje (por ejemplo, Reinmann-Rothmeier y Mandl, 2001; Klein y Oettinger, 2000), el papel de la metacognición (por ejemplo, Cohors-Fresenborg y Kaune, 2001, 2003), que puede tenerse en cuenta especialmente en la interacción en el aula marcada por el discurso, y el papel de los aspectos motivacionales de la gestión de errores (por ejemplo, Dweck, 1986). Posteriormente, se revisan las viñetas seleccionadas y se analizan otras viñetas con respecto a todo el abanico de criterios.

Se introduce un modelo de pasos de análisis para estructurar el proceso de análisis y para reforzar a los participantes mediante el correspondiente metaconocimiento relacionado con el análisis.

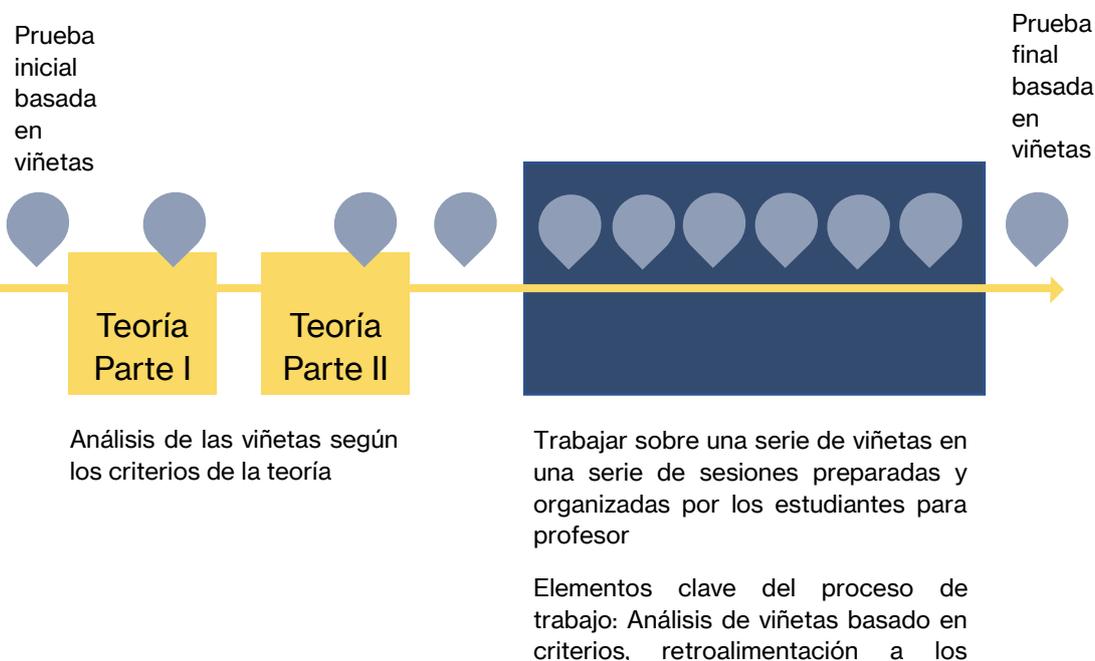
A continuación, se pide a los estudiantes para profesor participantes que preparen análisis de viñetas que pueden elegir de un conjunto de unas 15 viñetas. Estas viñetas consisten en representaciones de situaciones de clase y de las tareas que conllevan. Los formatos de las viñetas varían desde el texto, los dibujos animados, hasta los formatos de vídeo (este último formato depende de las posibles restricciones relacionadas con la protección de datos para algunas viñetas). A los estudiantes para maestro participantes se les pide que preparen una sesión, con preguntas de análisis y actividades para sus compañeros, que organicen la discusión y la reflexión, que recojan los análisis de sus compañeros y que proporcionen retroalimentación relacionada con el modelo de pasos de análisis. A los estudiantes para maestro que han preparado la sesión se les pide además que preparen análisis ejemplares.

En general, se pide a los estudiantes para profesor participantes que documenten los resultados de las sesiones del seminario en formato de portafolio.

Después de completar la prueba final (basada en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a la prueba inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

## Línea de tiempo que muestra el uso

### de viñetas en el curso:



## Referencias

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected

Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41(10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring us-able knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the classroom. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.



Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME. Mason, J. (2002). Researching your own practice. The discipline of noticing. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. Journal für Mathematik-Didaktik, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur. Weinheim: Beltz.

Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. Review of Educational Research, 62(3), 307-332.

Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), Pädagogische Psychologie. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.

Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.

Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. Teaching and Teacher Education, 21, 491-508.

Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.

Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im

Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In Beiträge zum Mathematikunterricht 2009 (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: [http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL\\_Susanne\\_KUNTZE\\_Sebastian\\_2009\\_Fehler.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf)].

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.

Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.

Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)

**Marita Friesen**, [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

Reflexionar sobre la actuación del profesor

en relación con el fomento de la interacción

de los alumnos respecto a los errores



## una viñeta para

Reflexionar sobre la actuación del profesor en relación con el

fomento de la interacción de los alumnos respecto a los errores

### “Probar y des-probar”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación  
Secundaria (1º a 4º)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Sí, forma parte del curso:

**Utilizar los errores como oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas**

¿Cuál es **el contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las viñetas para analizar y debatir situaciones de clase basadas en los nuevos criterios teóricos introducidos en el curso (véase el curso)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para profesor para analizar

- los errores (matemáticamente)
- el pensamiento de los alumnos detrás del error
- el potencial de aprendizaje relacionado con el error (para el alumno que lo ha cometido y para todos los alumnos de la clase)
- cómo se tratan los errores en el aula de matemáticas
- lo que pueden ofrecer las distintas formas de reaccionar o tratar el error en términos de aprendizaje

El desarrollo de un conocimiento profesional, diferentes perspectivas y el “ser consciente de”

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Esta viñeta muestra una situación de aula real, que ha sido diseñada de acuerdo con un vídeo de aula. Esto da lugar a posibilidades específicas de observación, por ejemplo, la observación de dificultades en el discurso de la clase, frases incompletas, etc.

En esta situación, un alumno localiza un error -un hecho que se había observado muy raramente en la muestra de vídeo de la que procede la situación- un aspecto entre muchos otros



¿**Cuánto tiempo** duraría la situación en el aula?

Situación en el aula parte de la viñeta: Unos 5-10 min.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Véase más arriba, esta viñeta se ha diseñado según un vídeo auténtico de clase

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría del conocimiento negativo (Oser, et al., 1998, 1999; Oser & Spychiger, 2005); aspectos y posibilidades de tratar los errores (Guldimann & Zutavern, 1999; Spychiger et al., 1999; Heinze, 2004, 2005; Rolett, 1999; Santagata, 2005); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los profesores relacionados con la gestión de errores (Kuntze, 2009a, 2009b, Kuntze et al., 2008; Schmailzl, 2008; Schmailzl & Kuntze, 2009; Barnett & Sather, 1992).

## Posición de la viñeta

### en el curso:

Prueba inicial basada en viñetas

Prueba final basada en viñetas



Análisis de las viñetas según los criterios de la teoría

Trabajar sobre una serie de viñetas en una serie de sesiones preparadas y organizadas por los estudiantes para profesor

Elementos clave del proceso de trabajo: Análisis de viñetas basado en criterios. retroalimentación a los análisis



## Viñeta – “Probar y des-probar”

1

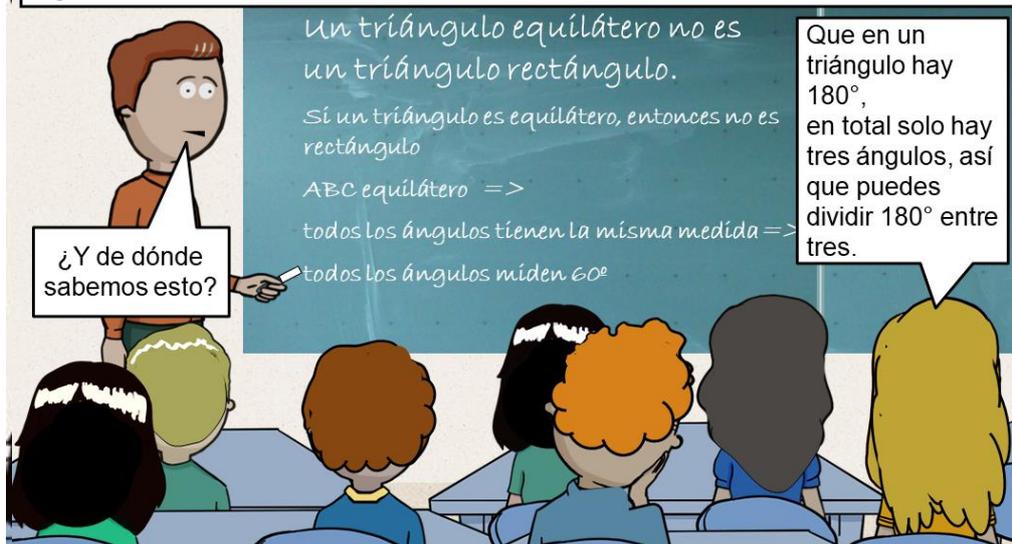
*Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo.*

- Contexto de la situación real de aula:

- Clase de geometría de 1º ESO
- Justo antes, los alumnos habían estado trabajando (durante unos 10 minutos) en parejas en tareas de argumentación, que ahora se están discutiendo
- Se discuten las argumentaciones relacionadas con la afirmación „*Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo*“.

2

Poco después, el profesor ha ido anotando poco a poco en la pizarra lo que un alumno (“Pablo”) ha presentado como solución. Ahora repasa los pasos de la argumentación con los alumnos:





3



4



5



6





7



8





9



10





11

Sí, precisamente. Lo que Pablo nos ha dicho aquí tan rápido era una prueba para esta afirmación. El enunciado que hemos establecido aquí, lo hemos reformulado en un enunciado "si-entonces" y solo hemos utilizado las cosas que ya conocíamos. Primero la premisa, luego los ángulos en un triángulo equilátero, la suma de los ángulos en el triángulo y con todo esto hemos descubierto que el triángulo no puede ser rectángulo.



## Referencias

Barnett, C., & Sather, S. (1992). Using case discussions to promote changes in beliefs among mathematics teachers. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco, CA.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Doerr, H. & Lerman, S. (2009). The procedural and the conceptual in mathematics pedagogy: What teachers learn from their teaching. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), Proc. of 33rd Conf. of the Int. Group for the Psych. of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 433–440). Thessaloniki, Greece.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Dweck, C. (1986). Motivational Processes Affecting Learning. *American Psychologist*, 41 (10), 1040-1048.

Guldimann, T. & Zutavern, M. (1999). "Das passiert uns nicht noch einmal!" Schülerin-nen und Schüler lernen gemeinsam den bewussten Umgang mit Fehlern. In W. Althof (Hrsg.), Fehlerwelten. Vom



Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Bei-träge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser (S. 233-258). Opladen: Leske+Budrich.

Heinze, A. (2004). Zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch der Sekundarstufe I. *Journal für Mathematik-Didaktik (JMD)*, 25(3/4), 221-244.

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in the Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 105–112). Melbourne: University.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Klein, K. & Oettinger, U. (2000). *Konstruktivismus*. Hohengehren: Schneider.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S. (2009b). Mathematics teachers' views about dealing with mistakes in the class-room. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 449-456). Thessaloniki, Greece: PME.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Szitányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Heinze, A. & Reiss, K. (2008). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 29(3/4), 199-222.

Oser, F., Hascher, T. & Spychiger, M. (1999). Lernen aus Fehlern. Zur Psychologie des „negativen“ Wissens. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Les-ke+Budrich.

Oser, F. & Spychiger, M. (2005). *Lernen ist schmerzhaft: Zur Theorie des Negativen Wissens und zur Praxis der Fehlerkultur*. Weinheim: Beltz.



- Oser, F., Spychiger, M., Mahler, F., Gut, K., Hascher, T., Büeler, U. & Müller, V. (1998). Lernen Menschen aus Fehlern? Zur Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. Wissenschaftlicher Zwischenbericht (2) an den Schweizerischen Nationalfond zur Förderung der wiss. Forschung Abteilung I: Geistes- und Sozialwissenschaften.
- Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.
- Reinmann-Rothmeier, G. & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie*. (S. 601-646). Weinheim: Beltz.
- Rolett, B. (1999). Auf dem Weg zu einer Fehlerkultur. Anmerkungen zur Fehlertheorie von Fritz Oser. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem internationalen Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 71-88). Opladen: Les-ke+Budrich.
- Santagata, R. (2005). Practices and Beliefs in Mistake-Handling Activities. A video Study of Italian and US Mathematics Lessons. *Teaching and Teacher Education*, 21, 491-508.
- Schmailzl, S. (2008). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Schülerfehlern im Unterrichtsgespräch. [graduate thesis]. University of Munich.
- Schmailzl, S. & Kuntze, S. (2009). Situationsbezogene und übergreifende Überzeugungen von Mathematiklehrkräften zum Lernen an Fehlern und zum Umgang mit Fehlern im Unterrichtsgespräch. [Situation-related and general views of mathematics teachers on learning from mistakes and dealing with mistakes in classroom interaction]. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2009* (pp. 847-850). Münster: WTM-Verlag. [auch online verfügbar unter: [http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL\\_Susanne\\_KUNTZE\\_Sebastian\\_2009\\_Fehler.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/SCHMAILZL_Susanne_KUNTZE_Sebastian_2009_Fehler.pdf)].
- Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20-37.
- Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Skinner, B. (1958). Teaching machines. *Science*, 128, 969-977.
- Spychiger, M., Mahler, F., Hascher, T. & Oser, F. (1998). Fehlerkultur aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern. Der Fragebogen S-UFS: Entwicklungen und erste Ergebnisse. Pädagogisches Institut der Universität Fribourg.
- Spychiger, M., Oser, F., Hascher, T. & Mahler, F. (1999). Entwicklung einer Fehlerkultur in der Schule. In W. Althof (Hrsg.), *Fehlerwelten. Vom Fehlermachen und Lernen aus Fehlern. Beiträge und Nachträge zu einem interdisziplinären Symposium aus Anlass des 60. Geburtstages von Fritz Oser* (S. 11-41). Opladen: Leske+Budrich.
- Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73-94). Dordrecht: Kluwer.
- Weimer, H. (1925). *Psychologie der Fehler*. Leipzig: Klinkhardt.



## Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)

**Marita Friesen**, [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Un concepto de curso para**

Promover la argumentación

en el aula de matemáticas



un concepto de curso para

Promover la argumentación

en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación  
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar

- el contenido matemático con respecto a la identificación de oportunidades de aprendizaje relacionadas con la argumentación
- el razonamiento de los alumnos
- las situaciones del aula con respecto a las oportunidades de argumentación
- en qué medida las diferentes reacciones de los profesores pueden promover el razonamiento y la argumentación de los alumnos

El desarrollo/construcción de conocimiento profesional, diferentes perspectivas y “el ser consciente de”

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

La argumentación y la prueba en el aula de matemáticas y los resultados empíricos relacionados (Healy and Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); aspectos y posibilidades de promover el discurso y la argumentación (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011; Shulman, 1986; Mason, 2002; Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992; Törner, 2002); perspectivas y análisis de los



profesores relacionados con la argumentación (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy y Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:** (hasta) un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos

**Estructura:**

- Prueba inicial (basada en viñetas)
- Parte I: introducción al papel de la prueba y la argumentación en la disciplina de las matemáticas, utilizando el método Topic Study (Kuntze, 2006)
- Parte II: introducción a diferentes teorías relacionadas con la argumentación y la prueba (por ejemplo Healy & Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel & Sowder, 1998; Kuntze & Reiss, 2004; Kuntze, Rechner & Reiss, 2004, 2005; Küchemann & Hoyles, 2002; Reiss, Hellmich & Reiss, 2002; Reiss, Hellmich & Thomas, 2002); en particular, se pone de manifiesto el papel potencialmente perjudicial de los patrones de interacción centrados en el profesor para la argumentación y el discurso en el aula; el trabajo basado en viñetas
- Parte III: estrategias para potenciar la argumentación en el aula de matemáticas: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (por ejemplo, Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021): trabajo basado en viñetas
- Prueba final (basada en viñetas), retroalimentación, autoevaluación del progreso

¿**Qué se representa y en qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas de situaciones de clase combinadas con material de tareas relacionado con las situaciones de clase: Formatos posibles: viñetas de texto y de dibujos animados, (las viñetas de vídeo también están disponibles en algunos casos, pero están sujetas a posibles restricciones relacionadas con la protección de datos)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Dependiendo del tiempo disponible, se incluyen en el curso de 6 a 10 viñetas de situaciones de aula; el curso también está abierto en general a viñetas producidas/traídas por los profesores en formación



¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Se incluyen tanto viñetas derivadas de situaciones auténticas del aula como viñetas diseñadas específicamente para ofrecer un rico potencial de reflexión, debate y razonamiento sobre las oportunidades de promover la argumentación en el aula de matemáticas

¿Cómo es el **formato del curso**? (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online y presencial; el curso está previsto que cubra un semestre (unas 14 sesiones de 90 minutos cada una), también son posibles módulos de curso más cortos (por ejemplo, para integrarlos en otros seminarios, como una subsección

### **Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso**

El curso comienza con un pre-test inicial basado en viñetas, que también se centra en las opiniones de los profesores relacionadas con la argumentación en el aula de matemáticas. Este instrumento en forma de cuestionario abre el tema del curso y ayuda a evaluar el progreso de los participantes.

La primera parte del curso es una introducción al papel de la prueba y la argumentación en la disciplina de las matemáticas, utilizando el método de Topic Study (Kuntze, 2006). Los participantes deben redactar un informe resumiendo lo estudiado. Sobre esta base, la parte II del curso se centra en aspectos clave de la teoría de la educación matemática y en los hallazgos de los estudios empíricos relacionados con la argumentación en el aula de matemáticas; en particular, se pone de manifiesto el papel potencialmente perjudicial de los patrones de interacción centrados en el profesor para la argumentación y el discurso en el aula. Esta parte del curso incluye repetidas veces actividades de aprendizaje basadas en viñetas. De este modo, se pretende conectar el trasfondo teórico con los contextos de la práctica mediante el análisis de ejemplos de viñetas. Para estas actividades de análisis se pueden utilizar tanto viñetas de dibujos animados como viñetas de vídeo de clases reales. La parte III del curso tiene como objetivo reforzar los conocimientos de los participantes en relación con las estrategias para promover la argumentación en el aula de matemáticas: Discourse-oriented approaches to classroom interaction (por ejemplo, Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021) son un ejemplo de apoyo a los objetivos relacionados, y estos enfoques se conectan con contextos de situaciones prácticas a través del trabajo basado en viñetas.

Después de completar la prueba final (basado en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a la prueba inicial y final, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

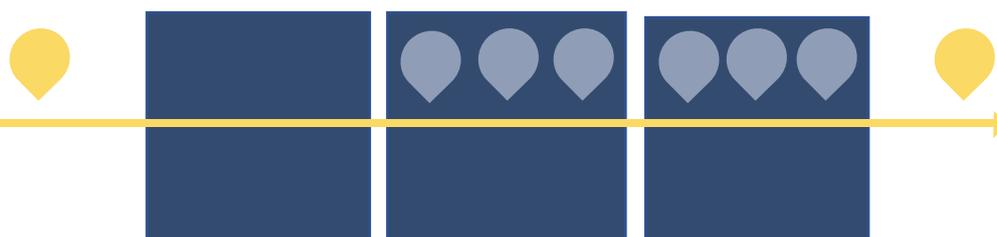
## Línea de tiempo que muestra el uso

### de viñetas en el curso:

Prueba inicial basada en viñetas

Parte II y III: Trabajo basado en viñetas alternado con breves fases de

Prueba final basada en viñetas



Parte I: Estudio del tema de la argumentación y la prueba

Parte II: La argumentación en el aula de matemáticas: Hallazgos en la educación matemática

Parte III: Reforzar las estrategias de promoción del discurso

## Referencias

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. *Mathematical Science*. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61-88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241-248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. [http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze\\_Sebastian.pdf](http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf)

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3-30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME.Mason, J.



(2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografierter Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3-22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357-379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur Zeitschrift für Pädagogik (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)



Digital Support for Teachers' Collaborative Reflection on Mathematics Classroom Situations

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente

**Una viñeta para**

**Reflexionar sobre la argumentación**

**en la interacción en el aula**



Una viñeta para

Reflexionar sobre la argumentación

en la interacción en el aula

## “Probando y refutando”

¿A quién va dirigido el curso?

Profesores en formación de Matemáticas  
Educación Secundaria (estudiantes de cursos 5-12/13)

¿Es esta **viñeta parte de un curso**?

Sí, es parte del curso:  
**Fomentando la argumentación en el aula de matemáticas**

Observación: Al mismo tiempo, también es (bajo una perspectiva diferente, parte del curso):

**Uso de los errores como oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las viñetas en la Parte III del curso, para analizar y discutir cómo se puede promover la argumentación en la interacción en el aula (ver el curso)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar y mejorar la competencia de los futuros docentes para analizar

- cómo puede tener lugar la argumentación en la interacción en el aula
- obstáculos potenciales en el discurso del aula
- estrategias de organización y estructuración de la interacción en torno a la argumentación
- cómo los errores pueden funcionar como oportunidades para la argumentación

Desarrollar el conocimiento, puntos de vista y conciencia profesional relacionada

¿Qué se representa y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Esta viñeta muestra una situación de aula auténtica, ha sido diseñada a partir de un vídeo de aula. Esto da como resultado posibilidades específicas para la observación, p.e. la observación de dificultades en el discurso de clase, frases incompletas, etc.

¿Cuánto **tiempo** durará la situación en el aula?

Situación del aula correspondiente a la viñeta: Unos 5-10 min.

¿La viñeta es encontrada, **auténtica, adaptada o escrita**?

Esta viñeta ha sido diseñada de acuerdo con un video de aula auténtico (ver arriba)

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Argumentación y demostración en el aula de matemáticas y hallazgos empíricos relacionados (Healy y Hoyles, 1998; Hanna, 1983, 1990, 1997, 2000; Harel y Sowder, 1998; Kuntze y Reiss, 2004; Kuntze, Rechner y Reiss, 2004, 2005; Küchemann y Hoyles, 2002, Reiss, Hellmich y Reiss, 2002, Reiss, Hellmich y Thomas, 2002); aspectos y posibilidades de promover el discurso y la argumentación (Cohors-Fresenborg & Kaune, 2001, 2003; Nowinská, 2021); la competencia de análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016); conocimiento profesional, conciencia y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012; Kersting et al., 2012; Sherin & van Es, 2009; Sherin, Jacobs & Philipp, 2011, Shulman, 1986, Mason, 2002, Doerr & Lerman, 2009, Pajares, 1992, Törner, 2002); puntos de vista y análisis de los profesores relacionados con la argumentación (Knuth, 2002; Martin & Harel, 1989; Healy and Hoyles, 1995; Hanna, 1990; Kuntze, 2012)

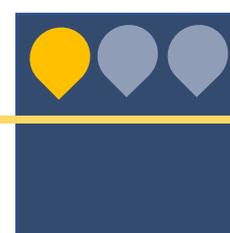
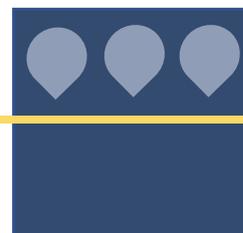
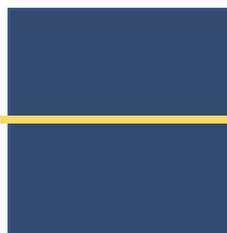
Posición de la viñeta

en el curso:

Prueba pre-  
via basada  
en viñetas

Parte II y III: trabajo basado en viñetas alter-  
nado con breves fases de entrada de teoría

Post-  
prueba  
basada  
en viñeta



Parte I: Estudio del tema sobre argumentación y demostración

Parte II: Argumen-  
tación en el aula  
de matemáticas:  
Hallazgos en edu-  
cación matemá-  
tica

Parte III: Fortale-  
cimiento de las  
estrategias de  
promoción del  
discurso



## Viñeta – “Probando y refutando”

1

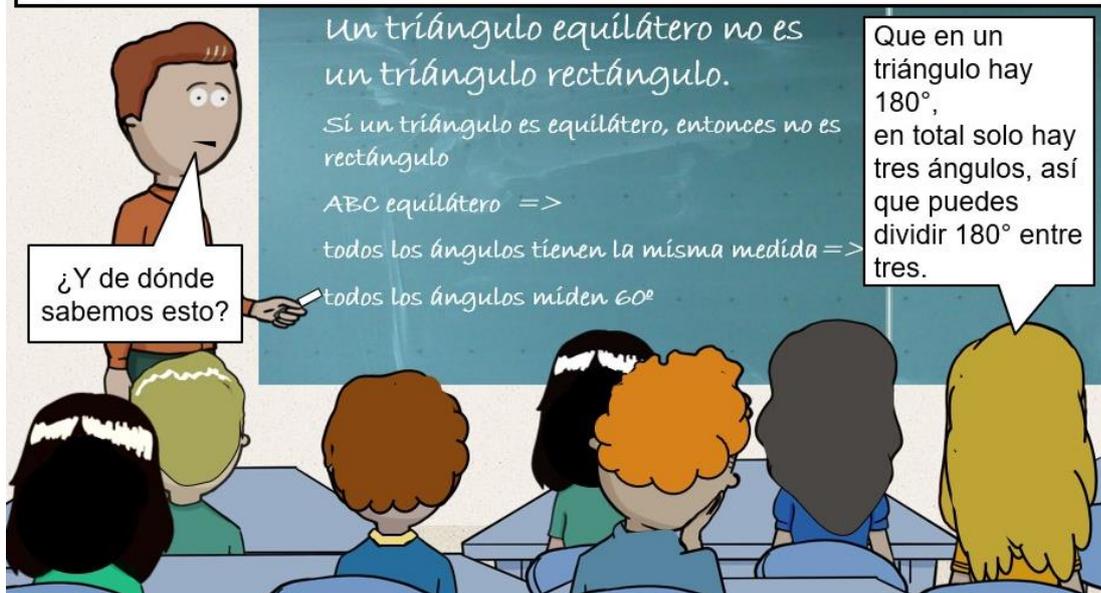
*Un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo.*

- Contexto de la situación real de aula:

- Clase de geometría de 1º ESO
- Justo antes, los alumnos habían estado trabajando (durante unos 10 minutos) en parejas en tareas de argumentación, que ahora se están discutiendo
- Se discuten las argumentaciones relacionadas con la afirmación „*un triángulo equilátero no es un triángulo rectángulo*“.

2

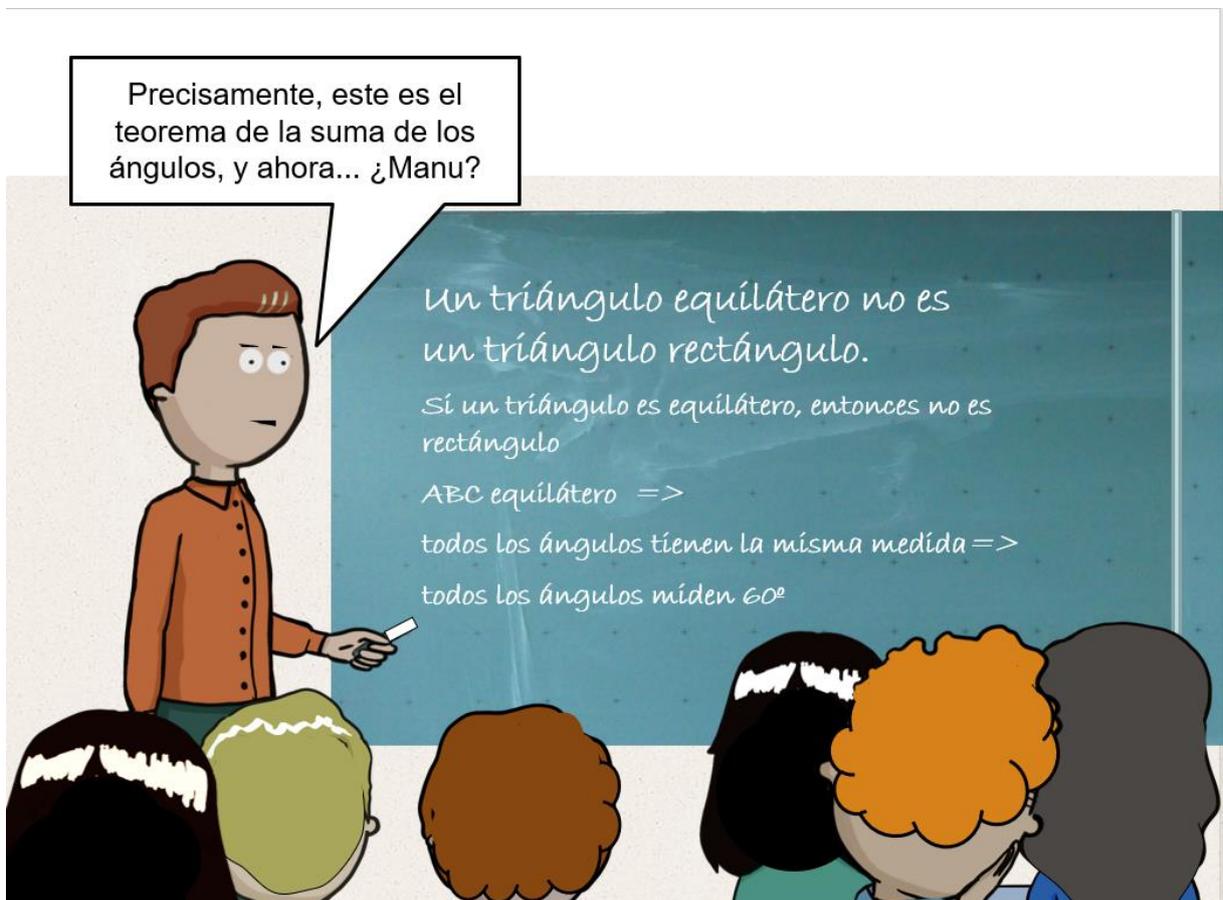
Poco después, el profesor ha ido anotando poco a poco en la pizarra lo que un alumno ("Pablo") ha presentado como solución. Ahora repasa los pasos de la argumentación con los alumnos:



3



4



5



6



7



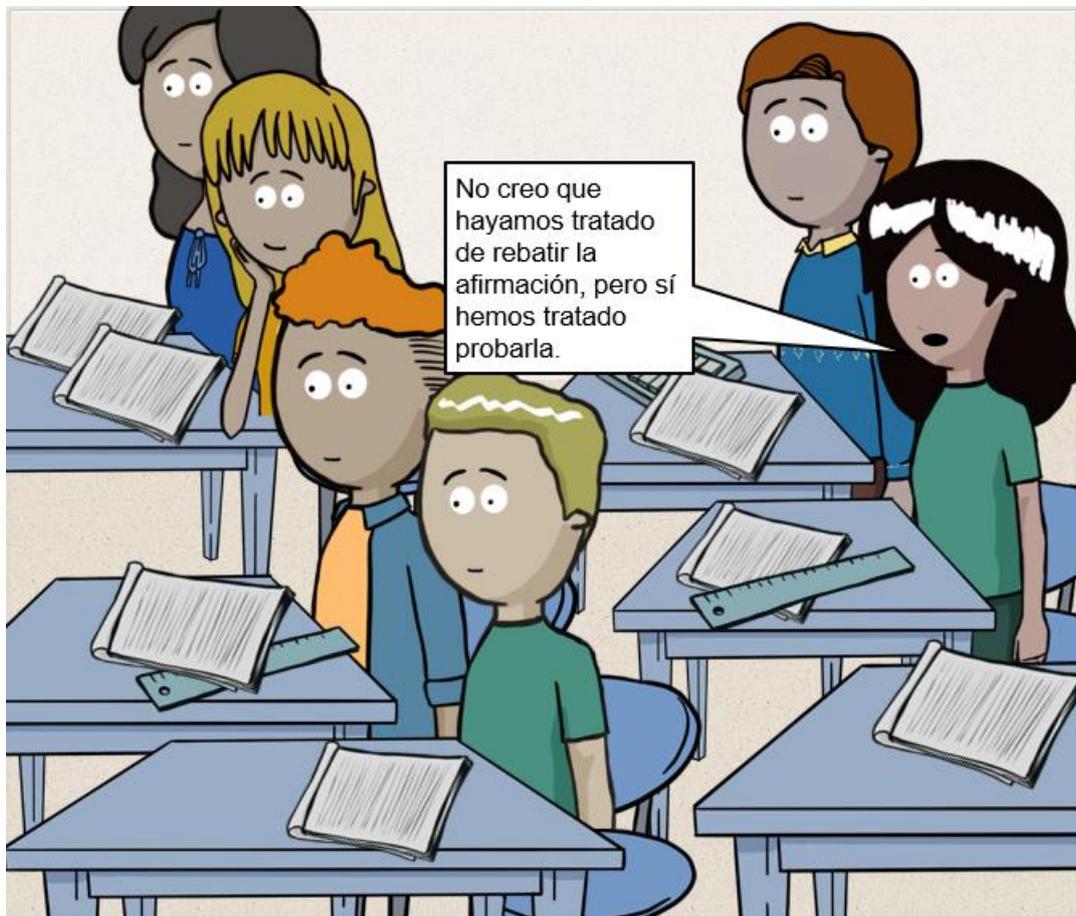
8



9



10





11

Sí, precisamente. Lo que Pablo nos ha dicho aquí tan rápido era una prueba para esta afirmación. El enunciado que hemos establecido aquí, lo hemos reformulado en un enunciado "si-entonces" y solo hemos utilizado las cosas que ya conocíamos. Primero la premisa, luego los ángulos en un triángulo equilátero, la suma de los ángulos en el triángulo y con todo esto hemos descubierto que el triángulo no puede ser rectángulo.



## Referencias

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2003): Unterrichtsqualität: Die Rolle von Diskursivität für „guten“ gymnasialen Mathematikunterricht. In H.W. Henn (Hrsg.), Bei-träge zum Mathematikunterricht 2003 (S. 173 – 180). Hildesheim: Franzbecker.

Cohors-Fresenborg, E. & Kaune, C. (2001). Mechanisms of the Taking Effect of Metacognition in Understanding Processes in Mathematics Teaching. In G. Törner et al. (Hrsg.) Developments in Mathematics Education in German-speaking Countries. Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics (S. 29-38). Göttingen: Staats- und Universitätsbibliothek.

Dreher, A. & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 89–114.

Hanna, G. (1983). *Rigorous Proof in Mathematics Education*. Toronto, Ontario: OISE Press.

Hanna, G. (1990). Some Pedagogical Aspects of Proof. *Interchange*, 21(1), 6 – 13.

Hanna, G. (1997). The Ongoing Value of Proof . *Journal für Mathematik-Didaktik*, 18, 171-185.

Hanna, G. (2000). Proof, Explanation and Exploration: An Overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. Kluwer Academic Publishers.

Harel, G. & Sowder, L. (1998). Students' Proof Schemes: Results from Exploratory Studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education III* (pp. 234-283). Providence, RI: American Mathematical Society.

Healy, L. & Hoyles, C. (1998). Justifying and Proving in School Mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey. Mathematical Science. London: Institute of Education, University of London.

Kersting, N., Givvin, K., Thompson, B., Santagata, R., & Stigler, J. (2012). Measuring usable knowledge: Teachers' analyses of mathematics classroom videos predict teaching quality and student learning. *Am. Educ. Research Journal*, 49(3), 568–589.

Knuth, E. (2002). Teacher's Conceptions of Proof in the Context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5, 61–88.

Küchemann, D. & Hoyles, C. (2002). Students' Understanding of a Logical Implication and its Converse. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the Int. Gr. for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 241–248). Norwich, UK.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273–292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S. (2006). Themenstudienarbeit - Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren. [Topic study work – Conception of a learning environment for the mathematics classroom in academic-track secondary schools and evaluation of a topic study work on mathematical proving and argumentation]. [http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze\\_Sebastian.pdf](http://edoc.ub.uni-muenchen.de/archive/00006278/01/Kuntze_Sebastian.pdf)

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: Charles University and ERME.

Kuntze, S. (2009a). Vorstellungen von Mathematiklehrkräften zum Umgang mit Fehlern im Unterricht weiterentwickeln – Befunde zu Wirkungen eines videobasierten Fortbildungsprojekts. *mathematica didactica*, 32, 3–30.

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge Falmer.

Kuntze, S., Rechner, M. & Reiss, K. (2004). Inhaltliche Elemente und Anforderungsniveau des Unterrichtsgesprächs beim geometrischen Beweisen - Eine Analyse videografiertes Unterrichtsstunden. *mathematica didactica*, 27(1), 3–22.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2004). Unterschiede zwischen Klassen hinsichtlich inhaltlicher Elemente und Anforderungsniveaus im Unterrichtsgespräch beim Erarbeiten von Beweisen - Ergebnisse einer Videoanalyse. *Unterrichtswissenschaft*, 32(4), 357–379.

Kuntze, S. & Reiss, K. (2005). Situation-specific and generalized components of professional knowledge of mathematics teachers – Research on a video-based in-service teacher learning program. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 3 (pp. 225-232). Melbourne: University.

Martin, W. & Harel, G. (1989). Proof Frames of Preservice Elementary Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (1), 41-51.

Nowinská, E. (2021). Diskursive Klassengespräche im Unterricht. *MNU-Journal* 74(4), 268-274.

Pajares, F.M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning Up a Messy Construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Reiss, K., Hellmich, F. & Reiss, M. (2002). Reasoning and proof in geometry: Prerequisites of knowledge acquisition in secondary school students. In A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4 (S. 113-120). Norwich, UK: University.

Reiss, K.; Hellmich, F. & Thomas, J. (2002). Individuelle und schulische Bedingungsfaktoren für Argumentationen und Beweise im Mathematikunterricht. In M. Prenzel & J. Doll (Hrsg.), 45. Beiheft zur *Zeitschrift für Pädagogik* (S. 51-64). Weinheim: Beltz.

Sherin, M. G., & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(1), 20–37.

Sherin, M., Jacobs, V., Philipp, R. (2011). *Mathematics teacher noticing. Seeing through teachers' eyes*. New York: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4–14.

Törner, G. (2002). Mathematical beliefs – A search for a common ground. In G. Leder, E. Pehkonen, & G. Törner (Eds.). *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 73–94). Dordrecht: Kluwer.

## Contacto

Para más información sobre el curso,  
contacte con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Tratar con prerrequisitos de aprendizaje

heterogéneos / diversidad

en el aula de matemáticas



## un concepto de curso para

Tratar con prerequisites de aprendizaje heterogéneos

/ diversidad en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (5º y 6º curso) y Educación  
Secundaria (1º a 4º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Los estudiantes para maestro/profesor aprenden sobre los objetivos de un aula de matemáticas relacionados con el ser consciente de los prerequisites de aprendizaje heterogéneos:

- Un aula que conecte con los conocimientos previos y los puntos de vista/concepciones individuales
- Un aula que evite crear obstáculos para los alumnos más débiles
- Un aula que permita tareas desafiantes y consideraciones de profundización para los alumnos de mayor rendimiento
- Un aula que se adapte a los estímulos y al apoyo del aprendizaje
- Un aula que ofrezca múltiples oportunidades de aprendizaje
- Un aula que ofrezca un espacio para los procesos de aprendizaje individual y colaborativo

Se apoya a los estudiantes para maestro/profesor en el desarrollo de competencias relacionadas con el análisis:

- Análisis del pensamiento de los alumnos, de los prerequisites previos de aprendizaje y de las dificultades
- Análisis de las tareas y contenidos relacionados con las posibilidades de ofrecer oportunidades de aprendizaje y apoyo al aprendizaje en varios niveles de complejidad

- Análisis relacionado con el tratamiento de los prerrequisitos y las necesidades de aprendizaje de forma adaptative

Además, se ayuda a los estudiantes para maestro/profesor a construir un conocimiento profesional, diferentes perspectivas/puntos de vista y “el ser consciente de”.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Las teorías de apoyo al aprendizaje individual (por ejemplo, Krammer, 2009; Schnebel, 2013) y los contenidos de educación matemática relacionados son la base para la competencia mirar profesionalmente que abarca un conjunto de criterios diferentes: en Kuntze et al. (2021) se ha presentado el constructo “multi-criterion noticing” necesario para contextos en los que hay que tener en cuenta prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos. El análisis de los profesores relacionado con esta mirada profesional multicriterio se centra en las características de la tarea, en la capacidad de los profesores para abordar las necesidades individuales de aprendizaje, de reaccionar de forma flexible y adaptativa, según las formas de pensar de los estudiantes, entre otras.

Como herramienta de análisis para diagnosticar las necesidades individuales de aprendizaje, también se hace referencia a las formas de abordar las representaciones de los objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006, véase también el concepto del curso "Abordar las representaciones de los objetos matemáticos), por lo que la competencia de los profesores para analizar el uso de las representaciones por parte de los alumnos y en las tareas también está en primer plano (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016); El marco teórico de fondo también se basa de forma más general en el conocimiento profesional, el ser consciente de y el análisis de los profesores (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012).

Las consideraciones sobre cuestiones relacionadas con las competencias lingüísticas de los alumnos se basan en Reinhold, Oppelt y Reiss (2018), así como en Prediger (2017).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:** Un semestre con sesiones de seminario semanales de 90 minutos



**Estructura:** El curso comienza con una prueba inicial (basada en viñetas). Los contenidos del curso se dividen en capítulos sobre

- Introducción a los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos / diversidad
- Análisis de los prerrequisitos de aprendizaje y de los procesos de aprendizaje de los alumnos
- Prerrequisitos de aprendizaje - análisis de un vídeo: ejemplo de análisis de una viñeta de vídeo con un ejemplo de resolución
- Prerrequisitos de aprendizaje - una viñeta
- Prerrequisitos de aprendizaje - cuestiones de lenguaje
- Prerrequisitos de aprendizaje - una mirada crítica a las formas de diagnóstico actualmente institucionalizadas (por la administración escolar y en el material de los libros de texto): Trabajo basado en viñetas con material de viñetas
- El papel de las tareas
- Tareas abiertas, tareas abiertas a enfoques con diferentes niveles de complejidad

Una prueba final basada de nuevo en viñetas, se recogen las opiniones de los profesores, la retroalimentación y una autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato del curso**? (organización de las sesiones, online/fuera de línea/híbrido, duración, ...)

Son posibles los formatos online (como consecuencia de la situación de la pandemia) y no online (Véase también la descripción de la estructura del curso más arriba)

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Las viñetas de situaciones en el aula están en su mayoría en formato de texto y/o dibujos animados, también hay una viñeta de vídeo (recurso público con pregunta de análisis específica del curso) implementada en el curso

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Las viñetas mencionadas anteriormente se han diseñado específicamente en función de los objetivos de los capítulos específicos del seminario, con el fin de proporcionar material específico para conectar la teoría y la práctica, estimulando la reflexión y el debate relacionados con la práctica

¿Existe material de texto complementario para los participantes del curso?

Véase más arriba en la sección "teoría relacionada", hay un documento de texto que acompaña al curso online y sus tareas de reflexión



Otros comentarios /  
recomendaciones

El desarrollo de la llamada mirada profesional multicriterio (multi-criterion noticing) de los participantes se ha documentado empíricamente (Kuntze et al., 2021). Sin embargo, frente a la evidencia de la dificultad de algunos estudiantes para profesor, debería ponerse a disposición de aquellos estudiantes para profesor que tienen dificultades con la mirada profesional multicriterio, una (auto)evaluación intermedia durante el curso del seminario que podría aportar un valor añadido adicional.

### **Descripción del curso y cronograma que muestra el uso de viñetas en el curso**

El curso comienza con una prueba inicial basada en una viñeta y un cuestionario relacionado con las opiniones de los profesores sobre el tratamiento de los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos. El instrumento de prueba permite evaluar el progreso de los participantes, también a través de su autoevaluación.

El curso está dividido en ocho partes/capítulos, que contienen trabajos basados en casos, apoyados por viñetas y reflexiones más generales y contenidos teóricos. Los puntos de vista de los profesores están siempre en primer plano también, ya que los profesores tienen que enfrentarse a una serie de dilemas pedagógicos al tratar con prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos en el aula - los puntos de vista pueden jugar un papel clave en este complejo contexto de toma de decisiones profesionales.

La experiencia en este ámbito también significa que los profesores de matemáticas tienen que ser capaces de enfrentarse a estas situaciones dilemáticas en el sentido de que tienen que argumentar y sopesar críticamente los argumentos relacionados con las decisiones en el aula.

Las ocho partes/capítulos son los siguientes

- (1) Introducción a los prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos / diversidad
- (2) Análisis de los prerrequisitos de aprendizaje y de los procesos de aprendizaje de los alumnos
- (3) Prerrequisitos de aprendizaje - análisis de un vídeo: Ejemplo de análisis de una viñeta de vídeo con una resolución de ejemplo
- (4) Prerrequisitos de aprendizaje - una viñeta
- (5) Prerrequisitos de aprendizaje - cuestiones de lenguaje



- (6) xPrerrequisitos de aprendizaje - una mirada crítica a las formas de diagnóstico actualmente institucionalizadas (por la administración escolar y en el material de los libros de texto): Trabajo basado en viñetas con viñetas de material
- (7) El papel de las tareas
- (8) Tareas abiertas, tareas abiertas a enfoques con diferentes niveles de complejidad

Así, se abordan varias áreas de interés significativas: Después de una orientación en marcos teóricos en la introducción, un conjunto de aspectos relacionados con el diagnóstico y el tratamiento de los prerrequisitos de aprendizaje que juegan un papel importante, incluyendo el aspecto importante de las competencias lingüísticas. Un enfoque en el material de la tarea complementa el enfoque en los alumnos y sus necesidades, representando el lado de las oportunidades de aprendizaje y su diseño.

Después de completar una prueba final (basada en viñetas), se invita a los participantes a dar su opinión, y sobre la base de sus respuestas a las pruebas previas y posteriores, se les pide que autoevalúen sus progresos y resultados de aprendizaje.

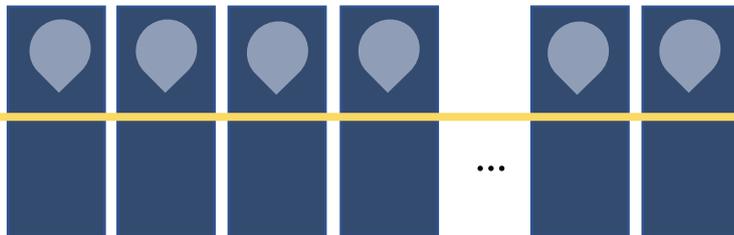
### Línea de tiempo que muestra el uso

### de viñetas en el curso:

Prueba  
previa  
basada en  
viñetas

8 unidades temáticas / partes del curso con trabajo basado en viñetas aplicado en las unidades temáticas

Prueba  
posterior  
basada  
en  
viñetas



Elementos clave del proceso de trabajo: Aprendizaje de elementos de conocimiento relacionados con la teoría y los criterios de tratamiento de prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos, análisis de viñetas en base a criterios, reflexión colaborativa



## Referencias

Krammer, K. (2009). Individuelle Lernunterstützung in Schülerarbeitsphasen. Eine videobasierte Analyse des Unterstützungsverhaltens von Lehrpersonen im Mathematikunterricht. [Individual learning support during student work. A video-based analysis of support by teachers in mathematics classrooms]. Münster: Waxmann.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9* (pp. 3213–3219). Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPM* (Vol. 3, pp. 139–146). Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPM* (Vol. 3, pp. 275–282). Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S., Friesen, M., Krummenauer, J., Skilling, K., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Samková, L. & Healy, L. (2021). Multi-criterion noticing: Pre-service teachers' difficulties in analysing classroom vignettes. In Inprasitha, M., Changsri, N., Boonsena (Eds.). *Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 173-183). Khon Kaen, Thailand: PME.

Prediger, S. (2017). Auf sprachliche Heterogenität im Mathematikunterricht vorbereiten – Fokussierte Problemdiagnose und Förderansätze. In J. Leuders et al. (Hrsg.), *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen, Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik* (S. 29-39). Wiesbaden: Springer. doi 10.1007/978-3-658-16903-9\_3.

Reinhold, F., Oppelt, S., Reiss, K. (2018). DaZ-Methoden im Fachunterricht Mathematik. *MNU-Journal*, (5), 297-302.

Schnebel, S. (2013). Lernberatung, Lernbegleitung, Lerncoaching – neue Handlungsformen in der Allgemeinen Didaktik? *Jahrbuch für Allgemeine Didaktik*, 3, 278-296.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)

**Marita Friesen**, [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Reflexionar sobre cómo se trabajan las**

**representaciones de los objetos**

**matemáticos**



una viñeta para

Reflexionar sobre cómo se trabajan las

representaciones de los objetos matemáticos

## “Diagrama de árbol”

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de Educación Primaria y Secundaria (cursos 1-4 y 5-12/13); Esta viñeta se centra en Educación Secundaria

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso:  
**Tratar con prerrequisitos de aprendizaje heterogéneos / diversidad en el aula de matemáticas**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Esta viñeta es una de las más de 20 viñetas en las que pueden trabajar los estudiantes para maestro/profesor (ver curso)

What are the **aims** and the **learning goals** related to the vignette?

Desarrollar y mejorar la competencia de los estudiantes para maestro/profesor para analizar el uso de las representaciones en el aula de matemáticas, con un análisis flexible con focos en:

- Análisis de tareas (materiales y páginas de libros de texto).
- Análisis de la interacción/diálogos en el aula
- Análisis de las dificultades de los alumnos

Desarrollar conocimientos, puntos de vista y conciencia profesionales relacionados.

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

Viñetas que combinan material y situaciones de aula. Representación del material y de la situación de aula relacionada con el trabajo con el material;

**Formato:** texto y/o dibujos animados; también son posibles las viñetas de video

¿**Cuánto tiempo** duraría la situación en el aula?

Situación en el aula que forma parte de la viñeta:  
Unos 5-10 min.



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Esta viñeta ha sido diseñada específicamente para ofrecer reflexiones ricas y debate que favorezcan una mejora

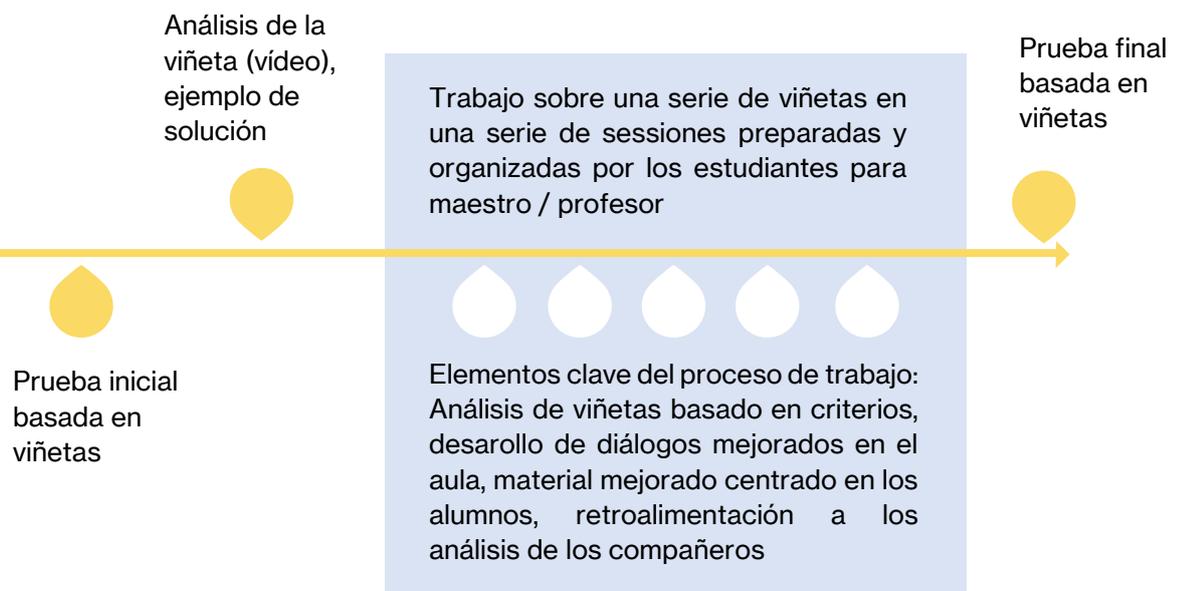
¿Hay **material de texto** complementario para los participantes en el curso?

Ver el curso "**Trabajar con diferentes representaciones en el aula de matemáticas**"

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Representaciones de objetos matemáticos (Duval, 2006, 2017; Ainsworth, 2006); competencia de los docentes para analizar el uso de representaciones en el aula de matemáticas (Kuntze & Friesen, 2016; Friesen & Kuntze, 2016; Friesen, Mesiti & Kuntze, 2018); conocimiento profesional, ser consciente de y análisis de los docentes (Kuntze & Friesen, 2016, 2018, Kuntze, Dreher & Friesen, 2015; Kuntze, 2012)

### Línea de tiempo que muestra el uso de viñetas en el curso:



## Viñeta – “Diagrama de árbol”

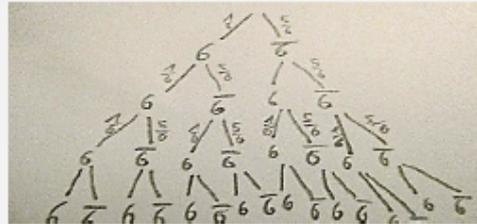
El tema es cómo utilizar diagramas de árbol para calcular probabilidades. A continuación, hay una página de un libro de texto que introduce ese tema y un ejercicio en el que los alumnos deben trabajar en un entorno de aprendizaje a distancia. Los alumnos tienen la posibilidad de contactar con el profesor en línea.

[El material (ficticio) del libro de texto que aparece a continuación está inspirado en una sección auténtica de un libro de texto alemán, véase Brandt, D. et al. (2006). *Lambacher Schweizer 4. Mathematik für Gymnasien. BW. Stuttgart: Klett. pp. 162-163*].

### Cómo usar correctamente los diagramas de árbol

Max tiene que encontrar la probabilidad de sacar al menos una vez 6 entre 5 intentos. Ha empezado a dibujar un diagrama de árbol.

Nadja examina el dibujo de Max y dice “Nunca vas a terminar con todas estas ramas.”

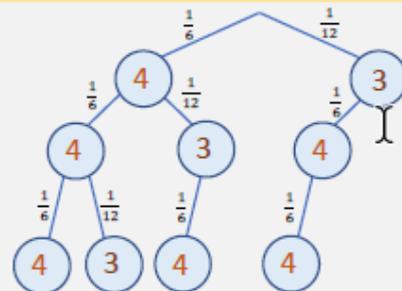


A veces, los diagramas de árbol son demasiado grandes. Puedes ahorrar tiempo si dibujas solo la parte del árbol que es necesaria para calcular la probabilidad que te piden.



Gira tres veces la ruleta que se muestra aquí. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea al menos 11? El diagrama de árbol solo muestra las ramas que conducen a sumas superiores a 10. Según las reglas de cálculo en los diagramas de árbol la probabilidad es

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{432} \approx 1\%$$



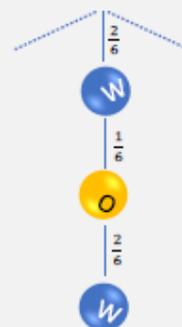
Para determinar las probabilidades en los experimentos aleatorios de varios niveles, solo se utiliza la parte del diagrama de árbol que contiene los caminos necesarios.



#### Ejemplo 1: Elección de una ruta

Una urna contiene bolas con letras. Se extrae tres veces una bola al azar, se anota la letra y se vuelve a introducir la bola en la urna. ¿Con qué probabilidad los experimentos dan la palabra WOW?

Solución: La probabilidad de la palabra WOW es  $\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{54}$  (camino en la figura de la derecha)



Uno de los ejercicios después de esta sección de introducción del libro de texto es:

La policía ha identificado a nueve sospechosos, entre ellos cuatro ladrones que la policía ha estado buscando durante mucho tiempo. La superintendente Anna R. los interroga, arresta a tres de estos sospechosos y todos resultan ser ladrones. ¿Con qué probabilidad la superintendente Anna habría obtenido un resultado tan bueno, seleccionando a los tres por casualidad?

Los alumnos trabajan individualmente en casa como consecuencia de la situación del covid-19. Una alumna está en contacto con su profesor en una videoconferencia y le hace una pregunta

Nosotros teníamos que resolver las tareas de la introducción de la página 162, incluyendo la tarea 5. Pero no entiendo esta tarea.

¿Qué es lo que no entiendes?

La superintendente ha interrogado a nueve personas. Así, se ha dado cuenta de que cuatro de ellos son ladrones. Y ella arresta a tres de ellos.

Humm, que los tres son realmente los ladrones que habían estado buscando solo se sabe después, dice "y todos ellos resultan ser ladrones". Pero en cualquier caso se tiene que dibujar un árbol aquí

Sí, eso es lo que he intentado, pero me he atascado. Hay 9 ramas, y luego siempre 8, por lo que se obtiene muchos de ellos.

Eso está claro... Bueno, mi árbol solo tiene dos ramas en el primer nivel y luego solo he seguido una de ellas, de nuevo con dos ramas. He considerado los resultados "ladrón" y "no ladrón", denotados por la  $E$  y  $E^c$ . También puedes imaginarte que tienes una urna con dos tipos de bolas dentro..

Un momento, voy a dibujar los dos primeros pasos de mi árbol y ponerlo ante la cámara.

Ahora te toca añadir el tercer paso a ti misma y calcular el resultado. ¿Lo conseguirás?



## Referencias

Ainsworth, S. E. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 103–131.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. New York: Springer.

Friesen, M., & Kuntze, S. (2016). Teacher Students Analyse Texts, Comics and Video-Based Classroom Vignettes Regarding the Use of Representations - Does Format Matter? In Csíkos et al. (Eds.), *Proc. 40th Conf. of the IGPME (Vol. 2, pp. 259–266)*. Szeged: PME.

Friesen, M., Mesiti, C., & Kuntze, S. (2018). What vocabulary do teachers use when analysing the use of representations in classroom situations? In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 435-442)*. Umeå, Sweden: PME.

Kuntze, S. (2012). Pedagogical content beliefs: global, content domain-related and situation-specific components. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 273-292. [DOI: 10.1007/s10649-011-9347-9].

Kuntze, S., Dreher, A., & Friesen, M. (2015). Teachers' resources in analysing mathematical content and classroom situations – The case of using multiple representations. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), *Proc. of CERME 9 (pp. 3213–3219)*. Prague: ERME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2016). Quality of critical analysis as predictor of teachers' views on cognitive activation in videotaped classroom situations. In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proc. of the 40th Conf. IGPME (Vol. 3, pp. 139–146)*. Szeged: PME.

Kuntze, S., & Friesen, M. (2018). Teachers' criterion awareness and their analysis of classroom situations. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proc. of the 42nd Conf. of the IGPME (Vol. 3, pp. 275–282)*. Umeå, Sweden: PME

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Sebastian Kuntze**, [kuntze@ph-ludwigsburg.de](mailto:kuntze@ph-ludwigsburg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Promover el debate sobre temas relacionados con

la práctica escolar en matemáticas elementales

- resolver y evaluar tareas abiertas



## un concepto de curso para

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar

en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

El curso consiste en un conjunto de 10 viñetas (Concept Cartoons) relacionadas con diversos temas de educación matemática elemental. El objetivo de este conjunto es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas:

- múltiples formas correctas de resolución,
- múltiples resultados correctos,
- múltiples interpretaciones de la tarea,
- múltiples interpretaciones de los resultados,
- formas correctas e incorrectas de resolución,
- procedimientos de resolución de múltiples pasos,
- evaluación de las respuestas de los alumnos (evaluación de los resultados frente a la evaluación de los pasos individuales del procedimiento), etc.

El conjunto de viñetas pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir

- conocimiento de las tareas (varias formas de resolverlas)
- conocimiento de los estudiantes (diversas ideas de solución),
- conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), enfoque abierto (Nohda, Becker y Shimada), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).



¿Cuál es la **estructura**  
del curso?

### **Introducción**

- La estructura de los Concept Cartoons.
- El conjunto de preguntas orientativas.

### **El trabajo con las viñetas**

- Trabajo escrito individual: para cada una de las viñetas, los encuestados responden individualmente a las preguntas orientativas.
- Análisis intermedio: [si procede, opcional] el responsable del curso analiza las respuestas, para poder organizar mejor el debate posterior.
- Discusión en grupo.

### **Conclusión**

- Tareas abiertas.
- Resolución de las tareas abiertas.
- Evaluación de las soluciones de las tareas abiertas.

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños se equivocan?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

¿Cómo es el **formato** del  
curso?

**Duración:** 6 sesiones de 45 minutos

1ª sesión: Introducción

2ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 1 a 5)

3ª sesión: Debate (viñetas nº 1 a 5)

4ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 6 a 10)

5ª sesión: Discusión (viñetas nº 6 a 10)

6ª sesión: Conclusión

**Formato** presencial -  
versión lenta o rápida:

- 3 weeks, 2 units per week
- 6 weeks, 1 unit per week

Ajuste del **formato online:**

- Sesiones de trabajo individual como deberes
- Sesiones de introducción, debate y conclusión como lección en línea.



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Situaciones en el aula
- Múltiples formas de interpretar y resolver una tarea determinada

Formato:

Un conjunto de dibujos animados independientes (Concept Cartoons)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

10 viñetas

Nº 1 - Cubos en una caja

Nº 2 - Área del triángulo

Nº 3 - Dígitos que faltan

Nº 4 - Pastillas

Nº 5 - Escuela Millgate

Nº 6 - Pesando limones

Nº 7 - Balancines

Nº 8 - Carrera

Nº 9 - Temperatura de la ciudad

Nº 10 - Manzanas

¿Son las viñetas **auténticas**, o **adaptadas**?

Encontradas (nº 1, 2, 8, 9)

Adaptadas (nº 3, 4, 5, 10)

Escritas (nº 6, 7)

Cronograma que muestra

El uso de viñetas en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/professor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/professor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.



## Referencias

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Becker, J. P. & Shimada, S. (1997). Open-ended approach. Reston: NCTM.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.c**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Cubos en una caja“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Cubos en una caja”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 1**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del volumen de un cubo. El objetivo es promover el debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar (por ejemplo, el significado de los conceptos matemáticos esenciales).

La viñeta pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (conceptos matemáticos importantes que subyacen a las tareas), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas, conceptos erróneos más o menos habituales de los alumnos) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (*video, texto, comic o combinación*)?

**Formato:**

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (*video, texto, comic o combinación*)?

Se representan:

- Una situación del aula
- Una tarea sobre el concepto de volumen (comparación del volumen de dos cubos)
- Una solución correcta de la tarea dada
- Tres conceptos erróneos de los alumnos sobre el concepto de volumen

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

- Encontrado, adaptado gráficamente.
- Fuente: (Roubíček, 2014).
- Elementos gráficos: DIVER.

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

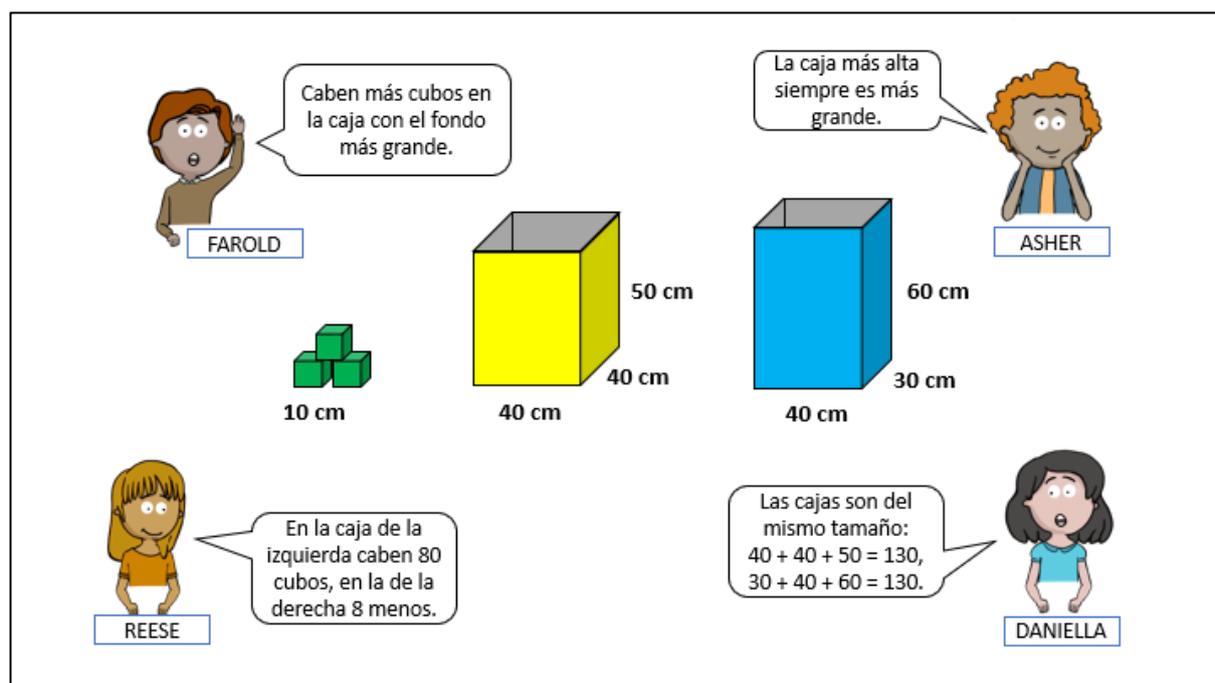
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Cubos en una caja”



Fuente de la tarea y del contenido de los bocadillos: Roubíček (2014); elementos gráficos: DIVER

### Referencias

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Área del triángulo“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Área del triángulo”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 2**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del área del triángulo. El objetivo es promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, que tienen múltiples formas correctas de resolución).

La viñeta también tiene por objetivo aumentar los conocimientos pedagógicos de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolverlas), su conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas, conceptos erróneos más o menos habituales de los alumnos) y su conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

**Comentarios** adicionales

**Se representan:**

- Una situación de aula
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de solución posibles
- Tres procedimientos de solución correctos diferentes
- Dos conceptos erróneos diferentes de los alumnos
- Encontrado, adaptado gráficamente.
- Fuente: (Roubíček, 2014).
- Elementos gráficos: DIVER.

No es necesario un texto complementario.

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

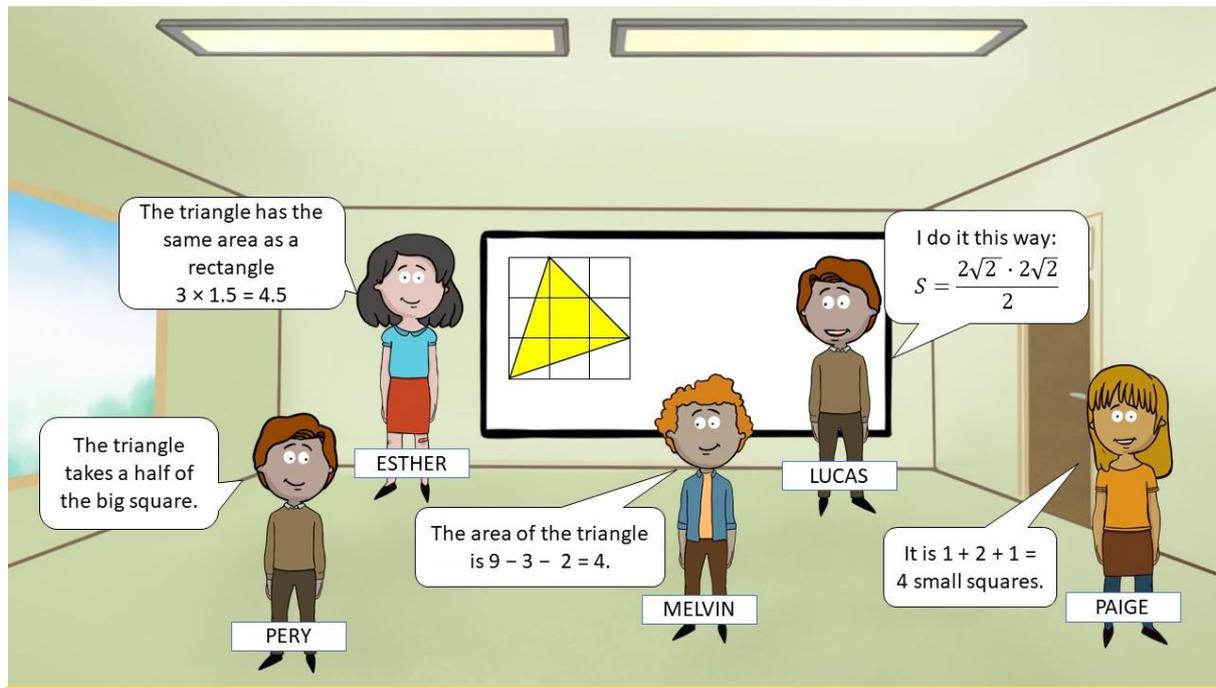
Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.



## Viñeta – “Área del triángulo”



Fuente de la tarea y del contenido del bocadillo: Roubíček (2014); elementos gráficos: DIVER

### Referencias

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Roubíček, F. (2014) The set of four geometric Concept Cartoons for assessing future primary school teacher's knowledge, [Internal material, unpublished].

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**

El apoyo de la Comisión Europea para la producción de esta publicación no constituye una aprobación del contenido, el cual refleja únicamente las opiniones de los autores, y la Comisión no se hace responsable del uso que pueda hacerse de la información contenida en la misma.



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Dígitos perdidos“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Dígitos perdidos”

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 3**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema del algoritmo de la resta. El objetivo es promover una discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tienen múltiples resultados correctos, múltiples notaciones correctas de un resultado determinado).

La viñeta también pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples resultados correctos y su búsqueda sistemática), el conocimiento de los alumnos (varias ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de aula
- Una tarea con dos soluciones (resultados) diferentes, cada resultado consta de tres números que pueden ordenarse de forma diferente (por tamaño, por el orden en el esquema final, por el orden de aparición durante el proceso de resolución)
- Uno de los resultados correctos, en dos ordenaciones diferentes
- Dos resultados incorrectos diferentes
- Un mensaje de la posibilidad de la existencia de otro resultado correcto

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 2\_10). Se ha adaptado: la tarea, el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

## Posición de la viñeta

### en el curso

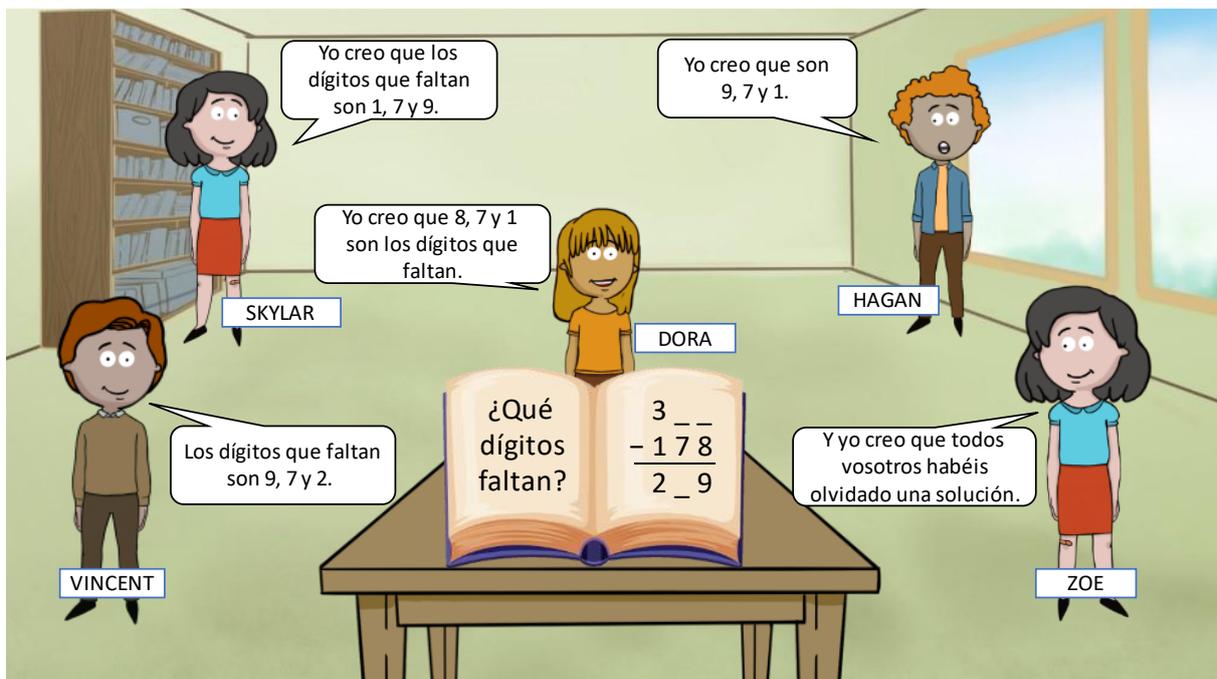
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Dígitos perdidos”



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de las burbujas en (Dabell et al., 2008: 2\_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022)

## Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022). *Opened book with empty pages*. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages\\_21302874.htm](https://www.freepik.com/free-vector/opened-book-with-empty-pages_21302874.htm) [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 9(2), 37–44.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Pastillas“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Pastillas”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 4**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de problemas de estructura multiplicativa. El objetivo es promover el debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, que tienen múltiples interpretaciones del resultado).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (resultados exactos vs. aproximados), el conocimiento de los alumnos (varias interpretaciones posibles correctas e incorrectas de los resultados) y el conocimiento de la instrucción (evaluación). La tarea de aplicación que se encuentra detrás del Concept Cartoon también tiene múltiples formas correctas de resolución, aunque no se muestra ningún procedimiento de solución en los bocadillos.

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de aplicación cotidiana
- Una tarea con una solución (resultado) y múltiples interpretaciones del resultado (al menos tres interpretaciones diferentes - la duración se expresa de manera exacta en días, semanas, y aproximadamente en meses).
- Tres interpretaciones diferentes del resultado correcto
- Dos resultados incorrectos diferentes

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptado. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3\_12). Se ha adaptado: la tarea, el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

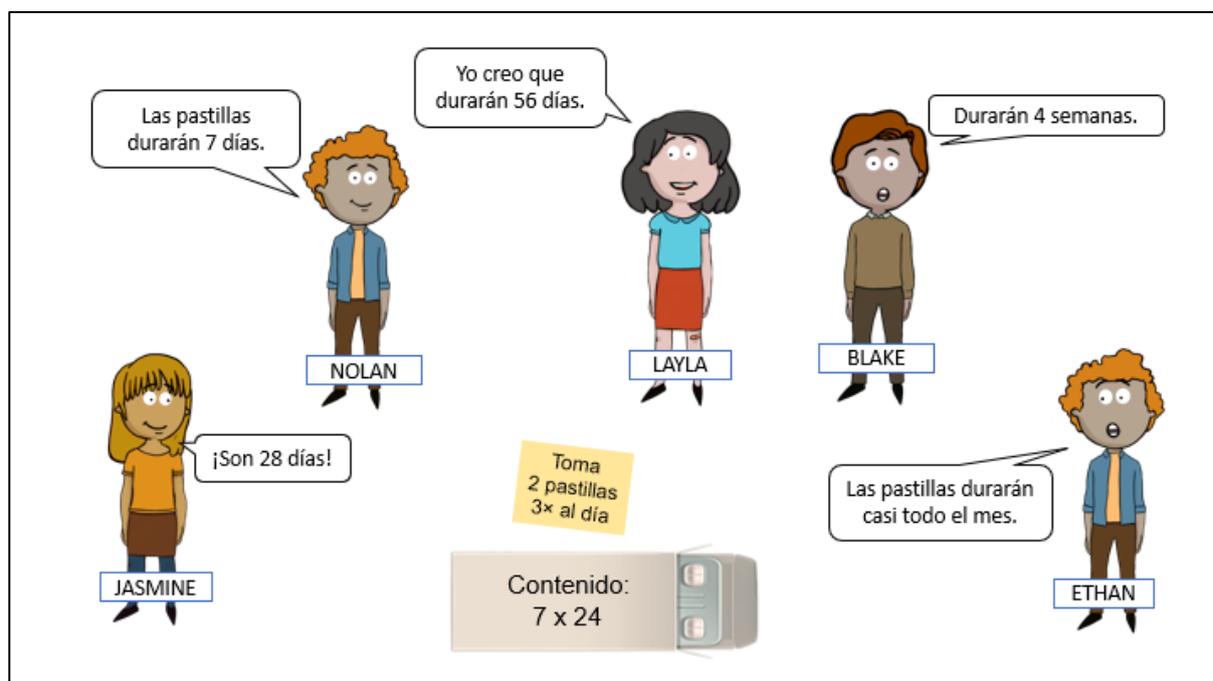
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Pastillas”



Creado por una adaptación de los gráficos y el contenido de los bocadillos en (Dabell et al., 2008: 3\_12); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

### Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Blisters. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules\\_7437909.htm#page=1&query=pills%20blister&position=3&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/realistic-set-opened-paper-packaging-with-blisters-medicine-pills-capsules_7437909.htm#page=1&query=pills%20blister&position=3&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1)* (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2016). On the way to develop open approach to mathematics in future primary school teachers. Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science, 9(2), 37–44.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Escuela Millgate“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Escuela Millgate”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 5**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de problemas de partición no equitativa. El objetivo es promover un debate entre los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de problemas que parecen ser difíciles para los alumnos.

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (problemas de partición no equitativa y su solución, verificación de los resultados de dichos problemas), el conocimiento de los alumnos (varias soluciones incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación). La tarea que está detrás del Concept Cartoon tiene múltiples procedimientos de resolución, sin embargo, no se muestra ningún procedimiento de resolución en los bocadillos.

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con una solución (resultado) y múltiples procesos de resolución.
- Un resultado correcto.
- Cuatro resultados incorrectos diferentes basados en los cuatro conceptos erróneos más comunes.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptado. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 1\_14). Se ha adaptado: el contenido de los bocadillos y los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), problemas de partición desigual (MacGregor & Stacey, 1998; Samková & Tichá, 2015), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de **preguntas indicativas:**

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Escuela Millgate”



Creado por una adaptación de los gráficos y el contenido de los bocadillos en (Dabell et al., 2008: 1\_14); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022a, 2022b, 2022c)

### References

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2022a). Bush game template gui kit. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit\\_17628784.htm](https://www.freepik.com/free-vector/bush-game-template-gui-kit_17628784.htm) [29 August 2022].

Freepik (2022b). Cartoon clouds collection. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection\\_15783479.htm](https://www.freepik.com/free-vector/cartoon-clouds-collection_15783479.htm) [29 August 2022].

Freepik (2022c). School building educational institution, college. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college\\_7101629.htm](https://www.freepik.com/free-vector/school-building-educational-institution-college_7101629.htm) [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

MacGregor, M. & Stacey, K. (1998). Cognitive models underlying algebraic and non-algebraic solutions to unequal partition problems. *Mathematics Education Research Journal*, 10, 46-60.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2015). Investigating future primary teachers' grasping of situations related to unequal partition word problems. In *Proceedings CIEAEM 67* (295–303), Palermo, Italy: G.R.I.M.

Información de contacto

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Pesando limones“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Escuela Millgate”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 6**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la introducción al tema de las ecuaciones y al tema de las razones. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tener múltiples interpretaciones correctas de la tarea, múltiples procedimientos correctos).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples interpretaciones correctas de la tarea, múltiples procedimientos correctos de solución), el conocimiento de los alumnos (varios conceptos erróneos posibles) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con dos interpretaciones diferentes de la tarea y múltiples procedimientos de resolución correcta
- Tres afirmaciones correctas sobre la situación ilustrada (dos afirmaciones relacionadas con la interpretación más común, una con la interpretación menos común)
- Una afirmación incorrecta (en la que se afirma que la tarea no se puede resolver)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/professor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/professor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Pesando limones”



Creación nueva; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022a, 2022b)

### Referencias

Freepik (2021a). Empty Supermarket. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket\\_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32](http://www.freepik.com/free-vector/vector-background-empty-supermarket_4015161.htm#page=1&query=shop%20window&position=32) [21 November 2021].

Freepik (2021b). Empty Balance Scales. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background\\_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/set-empty-balance-scales-isolated-white-background_12321162.htm#page=1&query=equal%20scales&position=17&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2021c). Lemon Pieces. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set\\_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/different-lemon-pieces-flat-item-set_11235342.htm#page=1&query=lemon&position=19&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022a). Raw organic eggplant food vector. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector\\_3229571.htm](https://www.freepik.com/free-vector/raw-organic-eggplant-food-vector_3229571.htm) [29 August 2022].

Freepik (2022b). Various banana fruits flat icon set. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection\\_10173996.htm](https://www.freepik.com/free-vector/various-banana-fruits-flat-icon-set-cartoon-exotic-natural-dessert-isolated-vector-illustration-collection_10173996.htm) [29 August 2022].



Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In *SEMT '19. Proceedings (372-382)*, Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Balancines“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Balancines”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 7**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la introducción al tema de las desigualdades. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que son abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples respuestas correctas), el conocimiento de los alumnos (varios conceptos erróneos posibles) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con dos posibles resultados correctos (dos objetos pueden ser los más ligeros, no es posible decir cuál es realmente)
- Tres afirmaciones correctas sobre la situación representada
- Dos afirmaciones incorrectas, basadas en un error frecuente

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

What is the related  
¿Cuál es la teoría relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

Comentarios adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

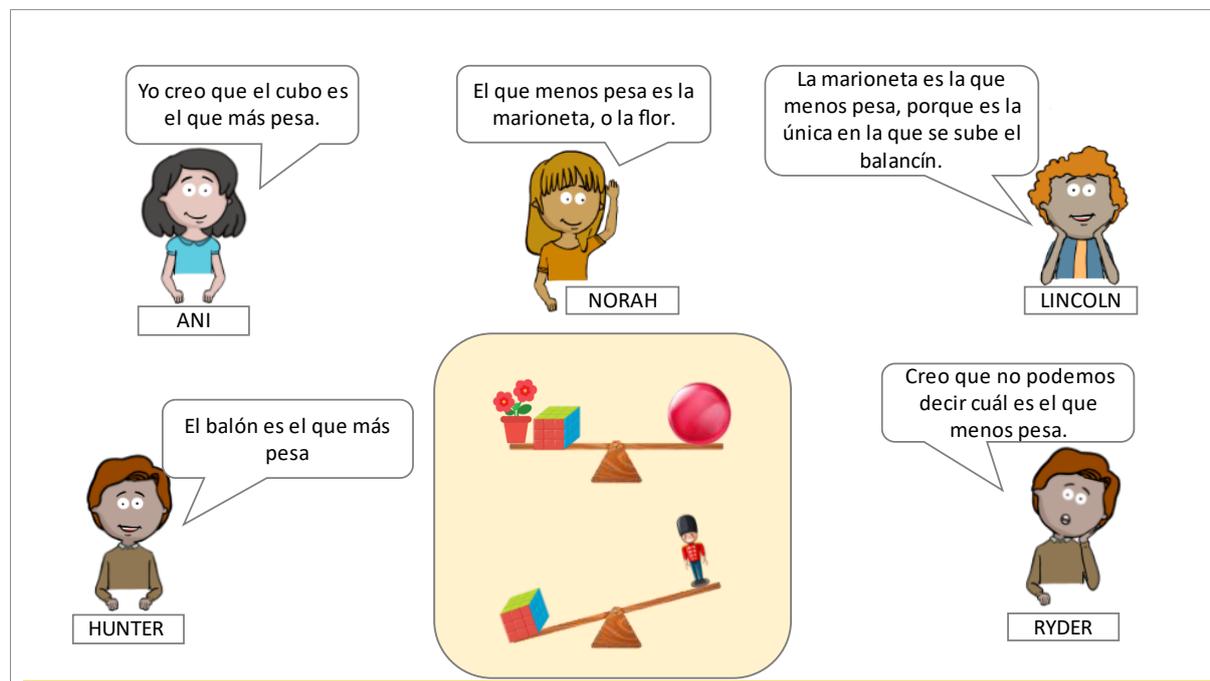
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Balancines”



Creación nueva; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b, 2021c, 2022)

## Referencias

Freepik (2021a). Wooden Seesaw. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e\\_18056395.htm#page=1&query=equal%20scales&position=16&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/wooden-seesaw-kids-swing-board-triangle-circle-stand-vector-cartoon-set-unbalanced-e_18056395.htm#page=1&query=equal%20scales&position=16&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2021b). Colorful flowers. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style\\_2032696.htm#page=1&query=flower%20with%20pot&position=6&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/colorful-flowers-collection-flat-style_2032696.htm#page=1&query=flower%20with%20pot&position=6&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2021c). Children Toys. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys\\_4382512.htm#page=1&query=toy%20doll&position=0&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/set-children-toys_4382512.htm#page=1&query=toy%20doll&position=0&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Isolated rubics cube. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube\\_4950488.htm](https://www.freepik.com/free-vector/isolated-rubics-cube_4950488.htm) [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.



Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53). Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019a). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in educatione, 10(2), 62–79.

Samková, L., (2019b). Preparing future teachers for formative assessment: the case of Concept Cartoons. In SEMT '19. Proceedings (372-382), Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Carrera“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Carrera”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 8**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de los números decimales y sus aplicaciones cotidianas. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar (por ejemplo, significado de los conceptos matemáticos, sus aplicaciones).

La viñeta pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, el conocimiento de las tareas (capacidad para resolver el problema), el conocimiento de los alumnos (conceptos erróneos sobre el orden de los números decimales, sobre la matematización de la tarea) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en **qué formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea de aplicación basada en el orden de los números decimales
- Una solución correcta de la tarea dada
- Un error común de los alumnos sobre el orden de los números decimales
- Un error común de los alumnos sobre la matematización de la tarea de aplicación

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Encontrada, adaptada gráficamente. Fuente: (Dabell et al., 2008: 1\_6). Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

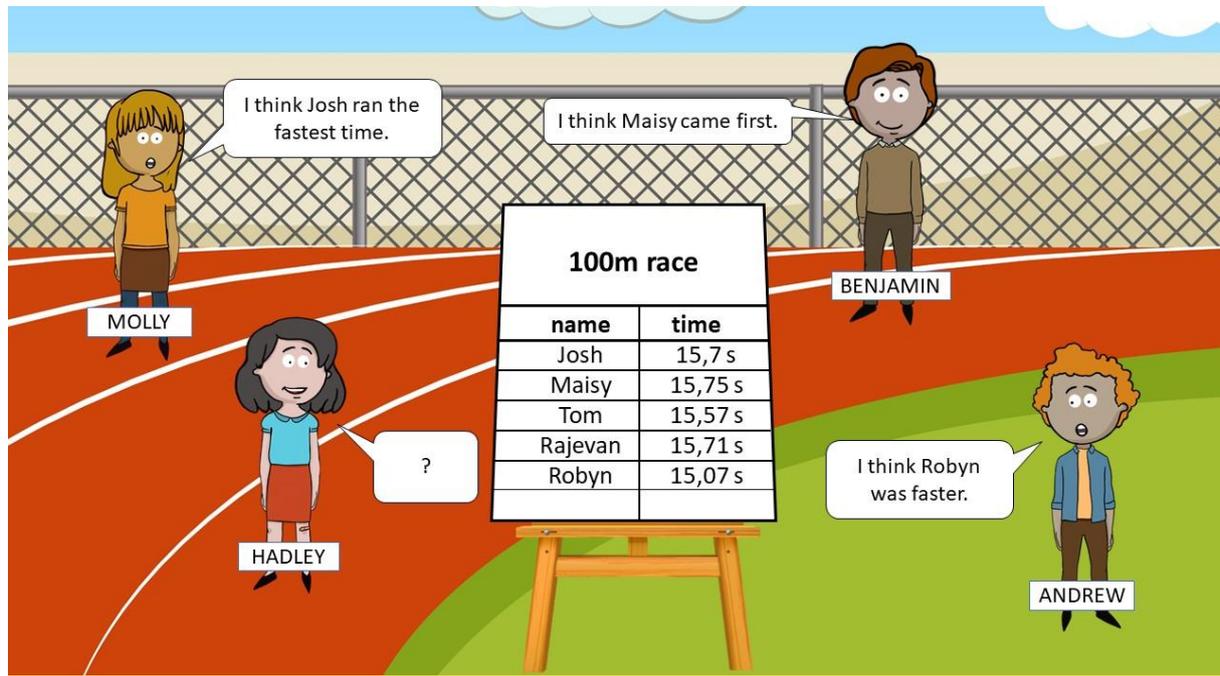
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Carrera”



Creado a partir de (Dabell et al., 2008: 1\_6); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021a, 2021b)

## Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021a). Running Track. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field\\_7103596.htm#page=1&query=run %20track&position=12](http://www.freepik.com/free-vector/scene-with-running-track-green-field_7103596.htm#page=1&query=run%20track&position=12) [21 November 2021].

Freepik (2021b). Wooden Easel. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view\\_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23](http://www.freepik.com/free-vector/wooden-easel-with-white-canvas-front-angle-view_10547494.htm#page=1&query=easel&position=23) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.



Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de contacto

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**  
**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

Desafiar el conocimiento de los

estudiantes para maestro/profesor

„Temperatura de la ciudad“



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Temperatura de la ciudad”

¿**A quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 9**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de la diferencia entre números enteros y el trabajo con tablas. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (múltiples resultados correctos y su búsqueda sistemática), el conocimiento de los alumnos (va varias ideas de respuesta correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



What is **represented** and in which **format** (*video, text, cartoon or combination*)?

**Se representan:**

- Una situación de aula.
- Una tarea con cuatro soluciones diferentes (resultados)
- Uno de los resultados correctos
- Dos resultados incorrectos diferentes

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Encontrada, adaptada gráficamente. Fuente: (Dabell et al., 2008: 2\_6). Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021).

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

No es necesario un texto complementario.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

**Comentarios** adicionales

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

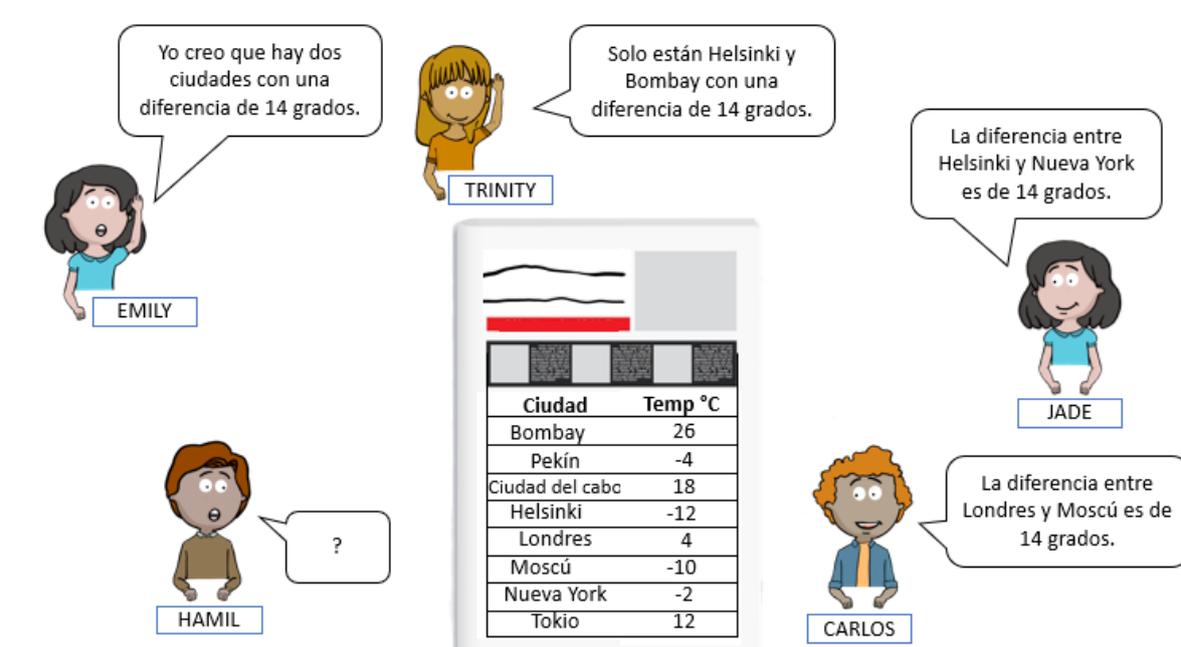
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Temperatura de la ciudad”



Creado a partir de (Dabell et al., 2008: 2\_6); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

## Referencias

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2021). *Newspaper Realistic*. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set\\_5972436.htm#page=1&query=newspapers&position=11&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/newspaper-realistic-set_5972436.htm#page=1&query=newspapers&position=11&from_view=search) [21 November 2021].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**

**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

En formación de maestros

**una viñeta para**

**Desafiar el conocimiento de los**

**estudiantes para maestro/profesor**

**„Manzanas“**



una viñeta para

Desafiar el conocimiento de los estudiantes

para maestro/profesor

## “Manzanas”

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-5)  
Nivel Educación Secundaria (grados 6-9)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Promover el debate sobre temas relacionados con la práctica escolar en matemáticas elementales - resolver y evaluar tareas abiertas: como la **viñeta nº 10**

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual / Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el objetivo y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con el tema de fracciones. El objetivo es promover un debate de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas abiertas (por ejemplo, tener múltiples respuestas correctas).

La viñeta también tiene como objetivo construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (varias formas de resolverla), el conocimiento de los alumnos (varias ideas de respuestas correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Formato:** Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

¿Hay **material** de texto **complementario** para los participantes en el curso?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

**Comentarios** adicionales

**Se representan:**

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución posibles
- Tres procedimientos de solución correctos diferentes
- Dos conceptos erróneos diferentes de los alumnos

Adaptada. Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3\_10). Se ha adaptado: el número de manzanas, el contenido de los bocadillos, los gráficos. Elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021, 2022).

No es necesario un texto complementario.

Resolución de problemas (Polya), tareas abiertas (Nohda), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.).

La lista de preguntas indicativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Cuáles están equivocados?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).

Posición de la viñeta

en el curso

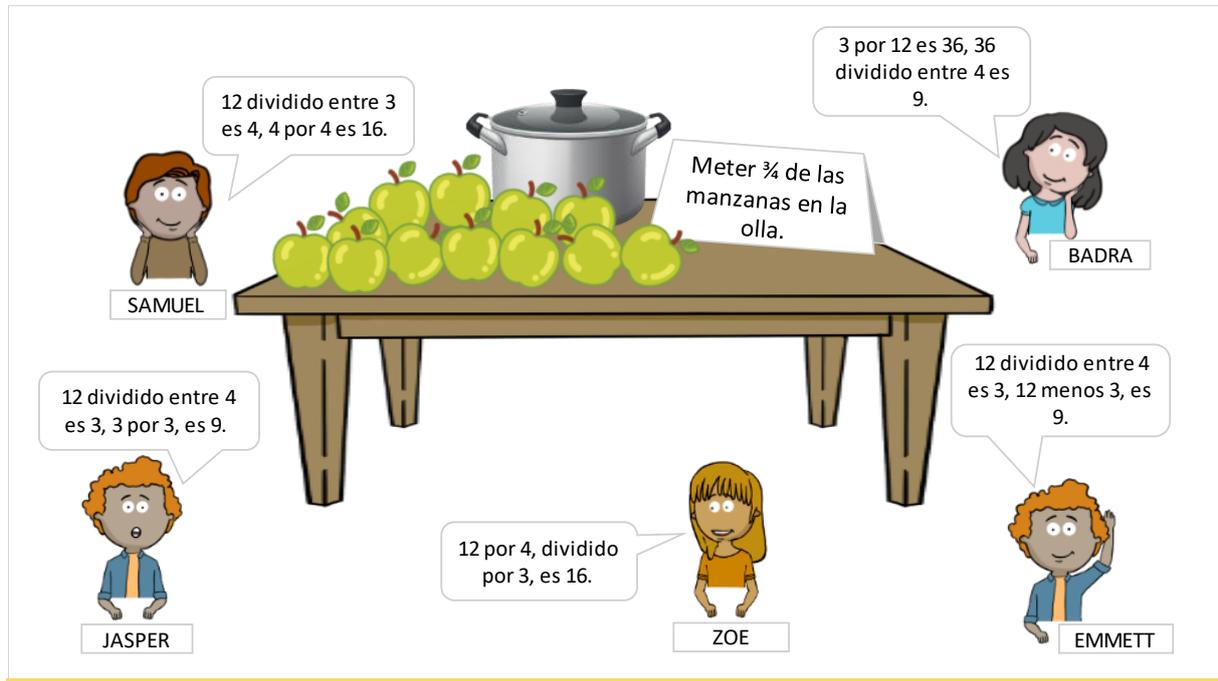
Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor.

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor.

Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas.

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas.

## Viñeta – “Manzanas”



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de los bocadillos de (Dabell et al., 2008: 3\_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021, 2022)

### Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl\\_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits\\_1118148.htm](https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm) [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.



Pólya, G. (1945). How to solve it. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). Jak to řešit? Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. Scientia in education, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**

**lsamkova@pf.jcu.cz**



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Promover la discusión sobre temas relacionados

con la práctica escolar en matemáticas elementales

- Comprender las fracciones



## un concepto de curso para

Promover la discusión sobre temas relacionados con la práctica

escolar en matemáticas elementales - Comprender las fracciones

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)  
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

El curso consiste en un conjunto de 4 viñetas (Concept Cartoons) relacionadas con el tema de las fracciones, desde la perspectiva de la educación matemática elemental. El objetivo de este conjunto es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. Se aborda la fracción con el significado parte todo, comparaciones de fracciones en contextos discretos y continuos y descuentos. Las tareas representadas en las viñetas son todas abiertas: tienen múltiples procedimientos de resolución, múltiples formas de presentar los resultados. El conjunto de viñetas pretende construir el conocimiento del contenido pedagógico de los participantes en el curso, es decir

- el conocimiento de las tareas (varias formas de resolverlas),
- el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de resolución),
- el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas (Polya), enfoque abierto (Nohda, Becker y Shimada), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

¿Cuál es la **estructura** del curso?

### Introducción

- La estructura de los Concept Cartoons.
- El conjunto de preguntas orientativas.



### El trabajo con las viñetas

- Trabajo escrito individual: para cada una de las viñetas, los participantes responden individualmente a las preguntas orientativas.
- Análisis intermedio: [si procede, opcional] el responsable del curso analiza las respuestas, para poder organizar mejor el debate posterior.
- Discusión en grupo.

### Conclusión

- Tareas que incluyen fracciones en su resolución.
- Resolución de tareas con fracciones.
- Evaluación de las soluciones de las tareas abiertas.
- Tareas abiertas.

### El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

¿Cómo es el **formato del curso**?

**Duración:** 4 sesiones de 45 minutos

1ª sesión: Introducción

2ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 1 a 2)

3ª sesión: Discusión (viñetas nº 1 a 2)

4ª sesión: Trabajo individual (viñetas nº 3 a 4)

5ª sesión: Discusión (viñetas nº 3 a 4)

6ª sesión: Conclusión

Formato **presencial** - versión lenta o rápida:

- 2 semanas, 2 sesiones por semana
- 4 semanas, 1 sesión por semana

Ajuste del formato **online**:

- Sesiones de trabajo individual como deberes
- Sesiones de introducción, debate y conclusión como lección en línea.



¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Se representan:

- Situaciones de aula
- Múltiples formas de interpretar y resolver una tarea determinada

Formato:

Un conjunto de dibujos animados independientes (Concept Cartoons)

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

4 viñetas

- Nº 1 - Manzanas
- Nº 2 - Caramelos
- Nº 3 – Comparación de rectángulos
- Nº 4 – Descuento de la sartén
- 

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Adaptadas (Nº 1, 2, 3)

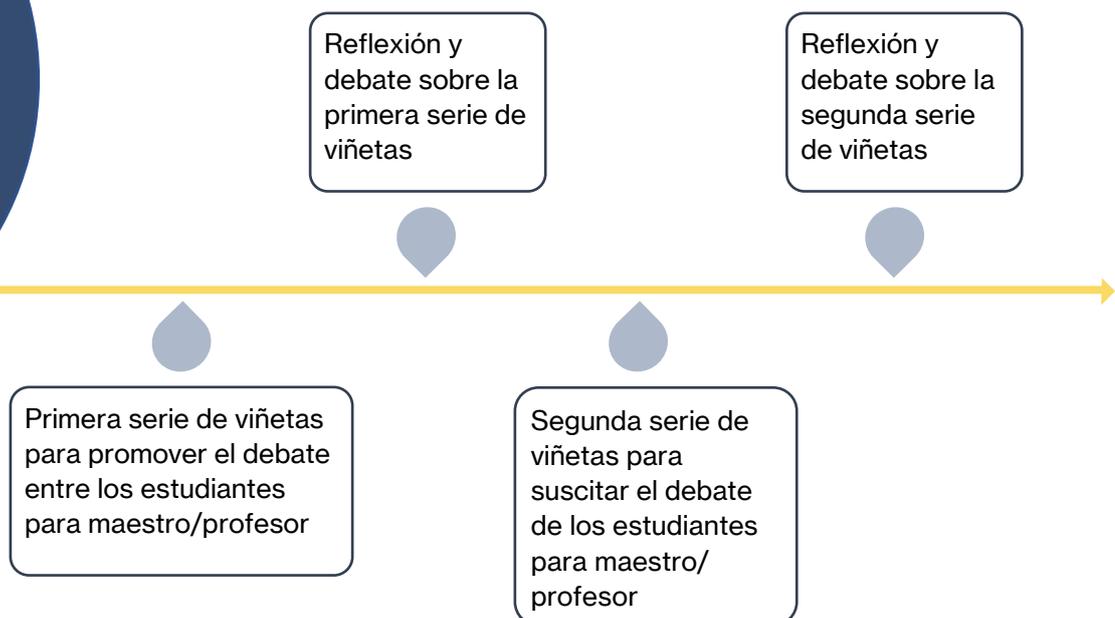
Escritas (Nº 4)

**Otros comentarios / recomendaciones**

El análisis de las respuestas antes del debate es opcional pero muy recomendable.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



## Referencias

Dabell, J., Keogh, B. and Naylor, S. (2008) Concept Cartoons in Mathematics Education (CD-ROM), Sandbach: Millgate House Education.

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics classroom. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.) *Proceedings of PME 24 (Vol. 1) (39–53)*. Hiroshima: Hiroshima University.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice (71–93)*. Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**, [lsamkova@pf.jcu.cz](mailto:lsamkova@pf.jcu.cz)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Comprender las fracciones**



una viñeta para

## Comprender las fracciones

### “Manzanas”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)  
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

**Comprender las fracciones:** como la viñeta nº 1

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual  
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el objetivo y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

**Formato:**

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.

Fuente de la versión antes de la adaptación: (Dabell et al., 2008: 3\_10).

Qué se adaptó: el número de manzanas, el contenido de las burbujas, los gráficos.

Elementos gráficos: DIVER, ( Freepik, 2021, 2022)

Fuente: (Roubíček, 2014).

Elementos gráficos: DIVER.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

**Comentarios** adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

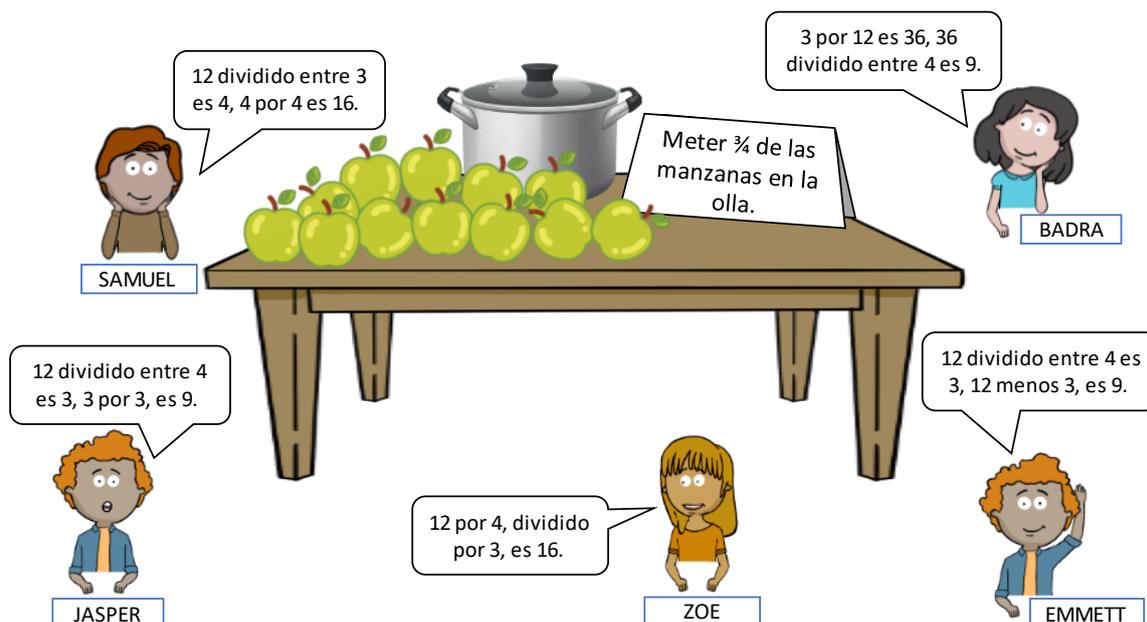
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/ profesor

## Manzanas



Creado por una adaptación de los gráficos, la tarea y el contenido de los bocadillos de (Dabell et al., 2008: 3\_10); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021,2022)

## Referencias

Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). Concept Cartoons in Mathematics Education. Sandbach: Millgate House Education.

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl\\_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Freepik (2022). Delicious summer fruits. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits\\_1118148.htm](https://www.freepik.com/free-vector/delicious-summer-fruits_1118148.htm) [29 August 2022].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.



Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). *Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice*. Praha: JČMF.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**, [lsamkova@pf.jcu.cz](mailto:lsamkova@pf.jcu.cz)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Comprender las fracciones**



una viñeta para

## Comprender las fracciones

### “Caramelos”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)  
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

**Comprender las fracciones:** como la viñeta **nº 2**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual  
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

**Formato:**

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.  
Fuente de la versión antes de adaptarla: (Samková & Tichá, 2017: 97).  
Qué fue adaptado: los textos, los gráficos.  
Elementos gráficos: DIVER (Freepik, 2022)

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

**Comentarios** adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

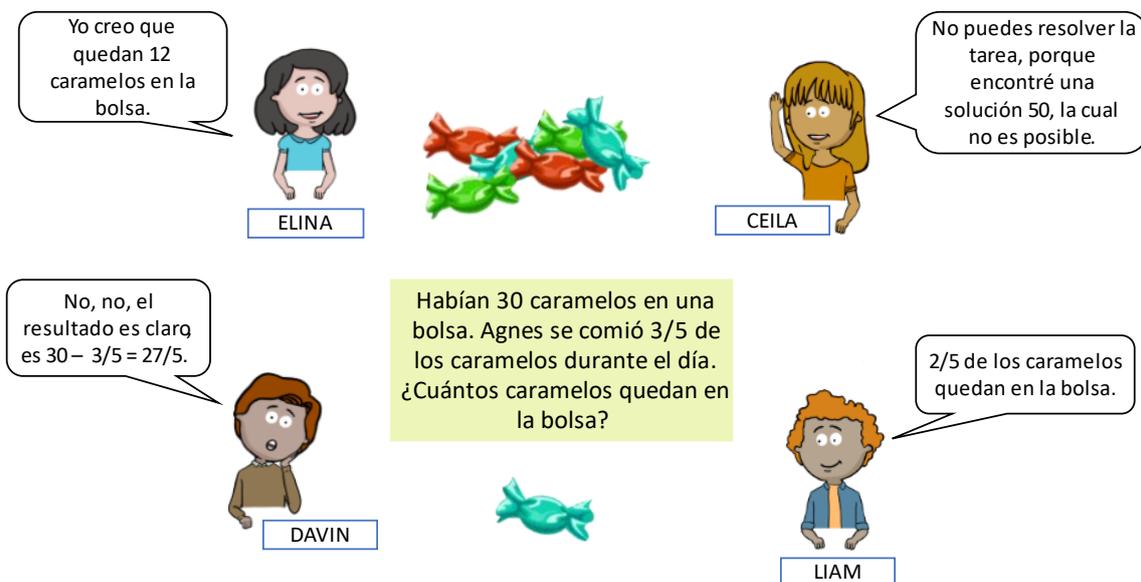
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/ profesor

## Caramelos



*Creado por una adaptación de los dibujos y textos (Samková & Tichá, 2017: 97); elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2022).*

## Referencias

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Freepik (2022). Sweet candy icon composition. [Online]. Available: [https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition\\_10154691.htm](https://www.freepik.com/free-vector/sweet-candy-icon-composition_10154691.htm) [29 August 2022].
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.



Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.

Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Tichá, M. & Macháčková, J. (2006). Rozvoj pojmu zlomek ve vyučování matematice. Praha: JČMF.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**, [lsamkova@pf.jcu.cz](mailto:lsamkova@pf.jcu.cz)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Comprender las fracciones**



una viñeta para

## Comprender las fracciones

### “Comparación de rectángulos”

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)  
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

**Comprender las fracciones:** como la viñeta **nº 3**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual  
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación cotidiana
- Una tarea sobre una fracción de una cantidad
- Una tarea con un resultado, pero con más procedimientos de resolución
- Tres procedimientos de resolución diferentes correctos
- Dos errores conceptuales de los estudiantes

**Formato:**

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)



¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Adaptada.  
Fuente de la versión antes de adaptarla: (Samková & Tichá, 2017: 97).  
Qué fue adaptado: los textos, los dibujos.  
Elementos gráficos: DIVER.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

**Comentarios** adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

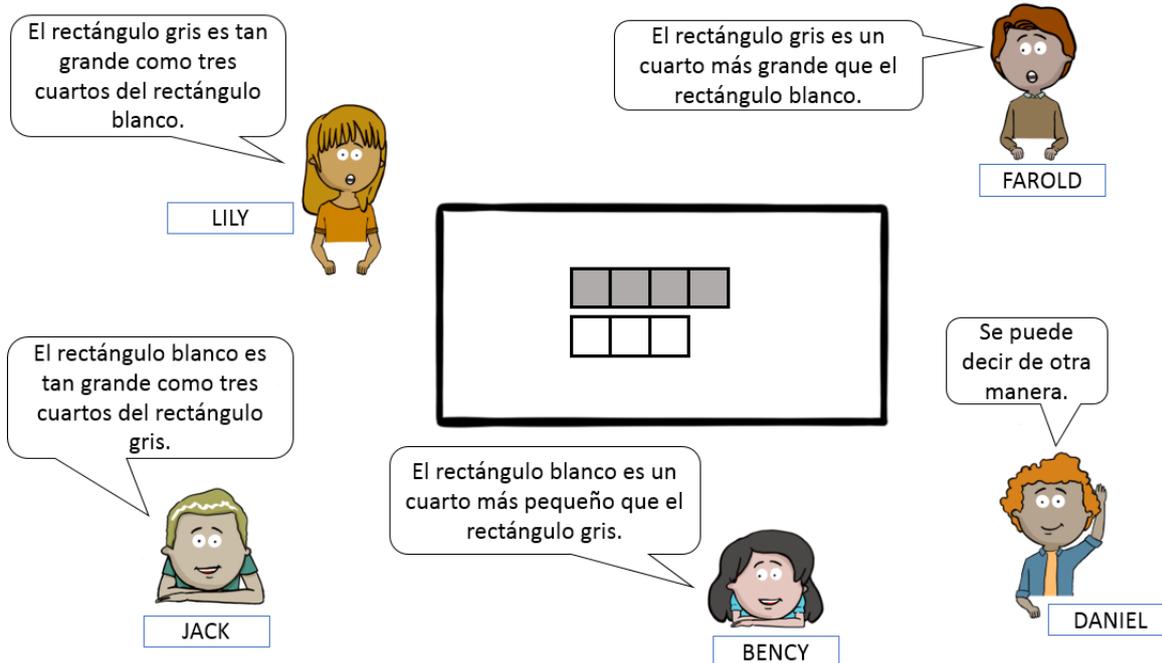
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor

## Comparación de rectángulos



*Creado por una adaptación de los dibujos y textos (Samková & Tichá, 2017: 97); elementos gráficos: DIVER*

## Referencias

- Dabell, J., Keogh, B. & Naylor, S. (2008). *Concept Cartoons in Mathematics Education*. Sandbach: Millgate House Education.
- Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.
- Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.
- Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.
- Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.
- Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.
- Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.
- Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.



Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Comprender las fracciones**



una viñeta para

## Comprender las fracciones

### “Descuento de la sartén”

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (grados 1-6)  
Nivel Educación Secundaria (1º-3º ESO)

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

**Comprender las fracciones:** como la viñeta **nº 4**

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Trabajo individual  
Es el foco de una discusión reflexiva

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

La viñeta es un Concept Cartoon relacionado con la educación matemática elemental, con el tema de las fracciones. El objetivo es promover la discusión de los estudiantes para maestro/profesor sobre aspectos importantes de la práctica escolar, concretamente sobre aspectos relacionados con el proceso de resolución y evaluación de tareas que incluyen fracciones. La viñeta también pretende construir el conocimiento pedagógico del contenido de los participantes en el curso, es decir, su conocimiento de las tareas (diversas formas de resolución), el conocimiento de los alumnos (diversas ideas de solución correctas e incorrectas) y el conocimiento de la instrucción (evaluación).

¿**Qué se representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

**Se representan:**

- Una situación de la vida cotidiana
- Una tarea sobre un descuento doble dado por dos fracciones diferentes
- Una tarea con muchas formas correctas diferentes de presentar el resultado, muchos procedimientos diferentes de resolución correctos
- Dos formas diferentes del resultado correcto (resultado como fracción, resultado como porcentaje), dos procedimientos diferentes de resolución correcta (relacionados con el orden en que se aplican los descuentos), dos



formas diferentes de presentar la solución (instrucciones de cómo proceder sin el resultado final, resultado final sin instrucciones)

- Un error común (resultado incorrecto)

**Formato:**

Una viñeta independiente (Concept Cartoon)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Escrita.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas (Polya), conocimiento del contenido pedagógico (Kleickmann et al.), fracciones (Lamon).

**Comentarios** adicionales

El conjunto de preguntas orientativas:

- ¿Qué niños tienen razón?
- ¿Qué niños cometen errores?
- ¿Por qué? (Justifica tus decisiones).
- ¿Cuál puede haber sido la causa de los errores?
- ¿Cómo ayudarías a los niños que han cometido los errores?
- ¿Qué importancia consideras que tienen los errores?

Posición de la viñeta

en el curso:

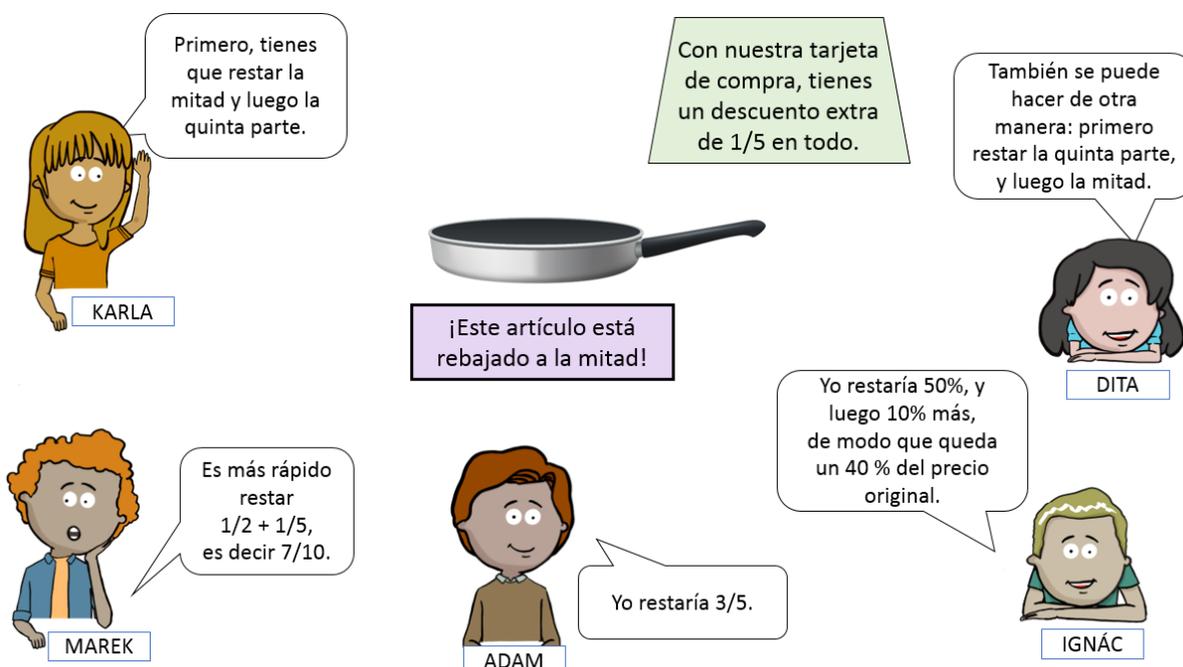
Reflexión y debate sobre la primera serie de viñetas

Reflexión y debate sobre la segunda serie de viñetas

Primera serie de viñetas para promover el debate entre los estudiantes para maestro/profesor

Segunda serie de viñetas para suscitar el debate de los estudiantes para maestro/profesor

## Descuento de la sartén



De nueva creación; elementos gráficos: DIVER, (Freepik, 2021)

## Referencias

Freepik (2021). Pans and Pots. [Online]. Available: [http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl\\_2873566.htm#page=1&query=cooking %20pot&position=13&from\\_view=search](http://www.freepik.com/free-vector/pans-pots-realistic-set-with-frying-pan-saucepan-bowl_2873566.htm#page=1&query=cooking%20pot&position=13&from_view=search) [21 November 2021].

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsnér, J., Besser, M., Krauss, S. & Baumert, J. (2013). Teachers' content and pedagogical content knowledge: the role of structural differences in teacher education. *Journal of Teacher Education*, 64, 90–106.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah: LEA.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. New Jersey: Princeton University Press.

Pólya, G. (2016). *Jak to řešit?* Praha: MatfyzPress.

Samková, L. (2018). Concept Cartoons as a representation of practice. In O. Buchbinder & S. Kuntze (Eds.) *Mathematics Teachers Engaging with Representations of Practice* (71–93). Cham: Springer.

Samková, L. (2019). Investigating subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in mathematics with the Concept Cartoons method. *Scientia in education*, 10(2), 62–79.

Samková, L. (2020). *Metoda Concept Cartoons*. České Budějovice: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta.



Samková, L. & Tichá, M. (2017). On the way to observe how future primary school teachers reason about fractions. *ERIES Journal*, 10(4), 93–100.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Libuše Samková**, lsamkova@pf.jcu.cz



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes

sobre las fracciones



## un concepto de curso para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes sobre las fracciones

¿A quién va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión sobre el concepto de fracción de los estudiantes (usando el conocimiento proporcionado en una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) sobre el concepto de fracción).
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes identificada.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

THA del concepto de fracción: objetivo de aprendizaje, niveles de progresión en la comprensión del concepto de fracción y ejemplos de tareas que ayudan a los estudiantes a progresar en los niveles de comprensión (Battista, 2012)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:** 4 sesiones de 2 horas (Total: 8 horas)  
El curso consta de un documento teórico (con la THA del concepto de fracción) y 3 viñetas.

¿Cómo es el **formato del curso**?

**Sesión 1** (2 horas): Introducción del documento teórico (THA)  
**Sesión 2** (2 horas): Viñeta 1 relacionada con la identificación y representación de fracciones  
**Sesión 3** (2 horas): Viñeta 2 relacionada con la comparación de fracciones  
**Sesión 4** (2 horas): Viñeta 3 relacionada con la reconstrucción de la unidad

Cada viñeta es trabajada en pequeños grupos y después se discute en gran grupo.



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Cada viñeta (en formato texto y comic) incluye:

- Una situación de aula: interacción de un maestro/a con varios estudiantes o parejas de estudiantes resolviendo una actividad sobre fracciones. Cada estudiante o pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre la situación de aula proporcionada.

Los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico (THA sobre el concepto de fracción) para contestar las preguntas guía proporcionadas en la viñeta.

- Un espacio de interacción social es creado para la discusión de las viñetas. Este espacio puede ser en el aula o a través de debates virtuales.

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

Un conjunto de 3 viñetas, tal y como se ha mencionado anteriormente.

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

El conjunto de viñetas se ha diseñado específicamente para incentivar una rica discusión con los estudiantes para maestro y mejorar su competencia de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Un documento teórico con la THA sobre el concepto de fracción (este documento se ha diseñado adaptando la investigación de Battista, 2012).



## Línea de tiempo que muestra el uso

### de viñetas en el curso:

#### **Introducción**

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

#### **Discusión de la viñeta 2:**

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones

#### **Discusión de la viñeta 1:**

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

#### **Discusión de la viñeta 3:**

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

## Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary

Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dr. Pere Ivars.** Universidad de Alicante (España)  
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Geneida Fernández y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

identificar y representar fracciones



## una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

### “Viñeta 1”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:  
**Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

**Contenido matemático:** identificar y representar fracciones (significado de parte-todo del concepto de fracción)

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres parejas de estudiantes de primaria resolviendo una actividad de identificar y representar fracciones propias ( $f < 1$ ). Cada pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)



## Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

### Posición de la viñeta

#### en el curso:

#### Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

#### Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones

#### Introducción

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

#### Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

## Viñeta 1

<div style="text-align: right;"> </div> <p style="text-align: center;"><b>PRACTICE 1- IDENTIFYING- REPRESENTING FRACTIONS</b></p> <p>Description of a classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Content:</b> Identifying different representations of a fraction</li> <li>• <b>Objective:</b> Understand that the parts into which the whole is partitioned must be of equal size and that a part can be divided into other parts.</li> </ul>	<p>es profesora de 3º de primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 alumnos.</p> <p>clases predomina el trabajo en grupo y trata de promover el desarrollo de las ideas de sus alumnos a través de las sesiones y el intercambio de ideas que surgen con las tareas propuestas.</p> <p>primera lección se centra en la identificación de fracciones adecuadas entre varias representaciones.</p>
--	--

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Vais a resolver este problema por parejas. Voy a pasar por las mesas y, en 5 minutos, compartiremos las respuestas.

¿Cuál es vuestra respuesta, Xavi y Víctor?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Mmmm, bueno nosotros creemos que la figura A, B, C y D representan tres cuartos.

Xavi, ¿tú estás de acuerdo con Víctor?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Sí, creo que sí porque A, B, C y D son 3 partes de 4 sombreadas, es decir tres cuartos.

¿Estáis todos de acuerdo?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Nosotros no, seño.

¿Que pensáis vosotros, Joan y Tere?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Nosotros creemos que la figura B y D son tres cuartos porque están divididas en cuatro partes y tres sombreadas. Las figuras A y C tienen 3 partes de 4 sombreadas, pero las partes no son iguales...

¿Y la figura E?  
¿Qué pensáis de la figura E?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

La figura E no son tres cuartos porque si te fijas están divididos en 24 partes iguales y hay pintadas 18.

Eso es, no son tres cuartos.

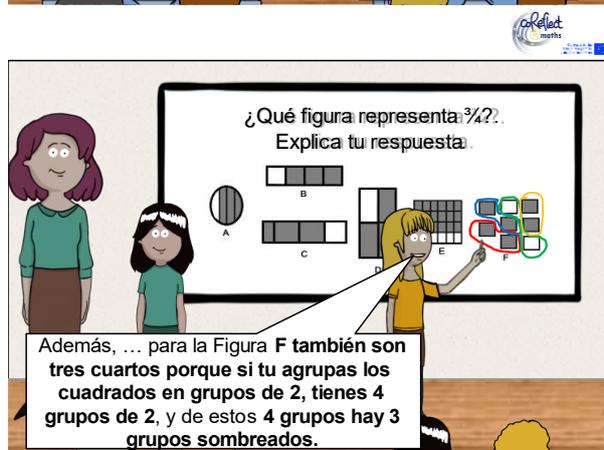
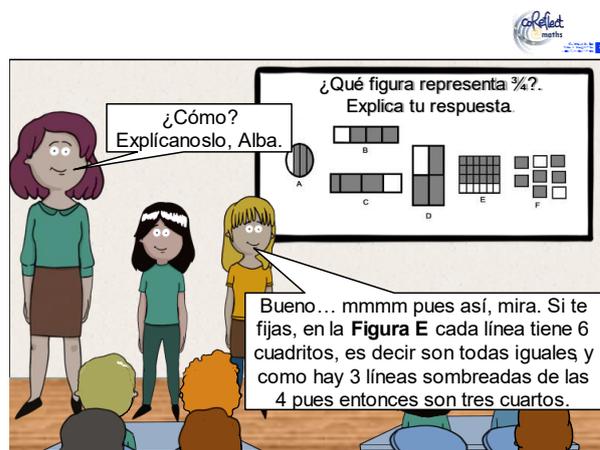
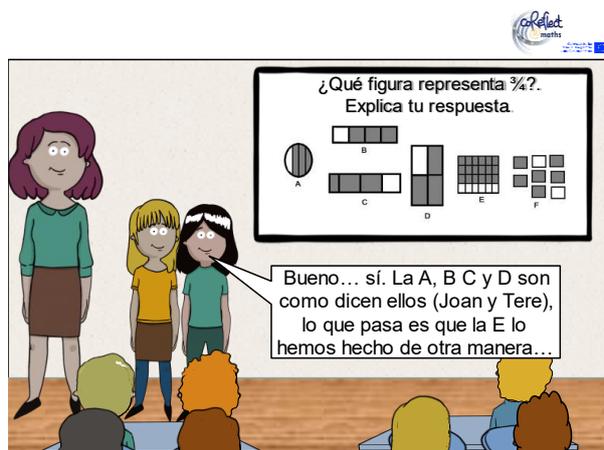
Entonces la F...

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.

Tampoco, eso son 6 cuadrados sombreados.

¿Estáis todos de acuerdo con la respuesta de Joan y Tere? ¿Hay alguien que lo haya pensado de manera diferente? ¿Carmen y Alba qué habéis hecho?

¿Qué figura representa  $\frac{3}{4}$ ?  
Explica tu respuesta.



- C1-** Describe la actividad que se está resolviendo en el aula teniendo en cuenta el objetivo de aprendizaje previsto: ¿cuáles son los elementos matemáticos que el alumno debe conocer para resolverla?
- C2-** Describe cómo cada pareja de alumnos ha resuelto la actividad identificando cómo han utilizado los elementos matemáticos implicados y sus dificultades con ellos
- C3-** ¿En qué nivel de la Trayectoria de Aprendizaje situarías cada pareja? Justifica tu respuesta..
- C4-** Considerando el nivel en el que has situado a cada pareja de alumnos, define un objetivo de aprendizaje y propón una actividad (o modifica la dada inicialmente por Júlia) para ayudar a los alumnos a progresar en su comprensión de las fracciones según la Trayectoria de Aprendizaje prevista

## Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning*. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. *Int J of Sci and Math Educ* 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>



## Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dr. Pere Ivars.** Universidad de Alicante (España)  
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

comparar fracciones



## una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: comparar fracciones

### “Viñeta 2”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:  
**Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar en la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

**Contenido matemático:** Comparación de fracciones.

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres parejas de estudiantes de primaria resolviendo una actividad de comparar fracciones. Cada pareja de estudiantes muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

## Posición de la viñeta

### en el curso:

#### Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

#### Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones

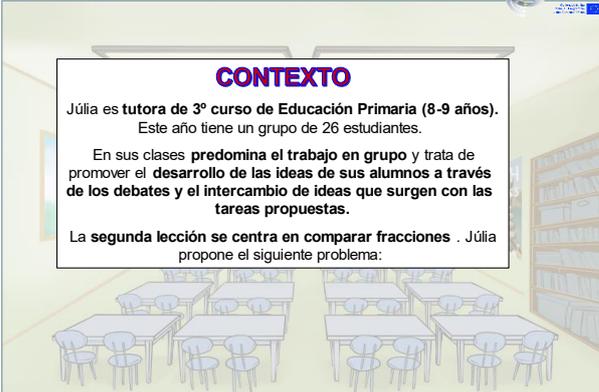
#### Introducción

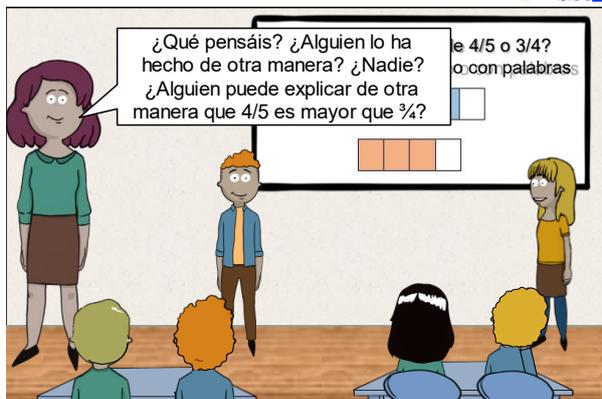
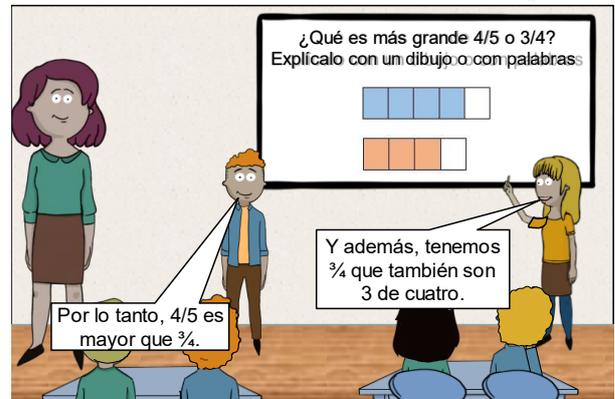
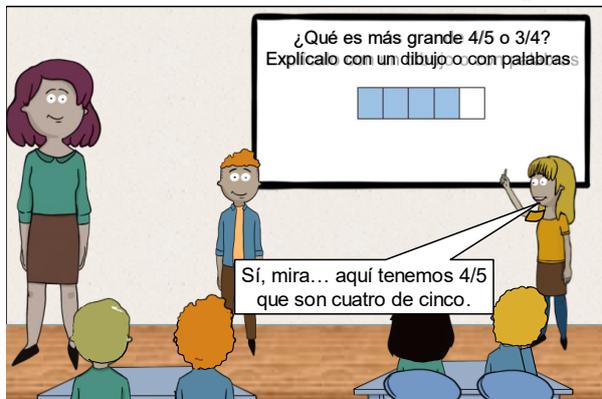
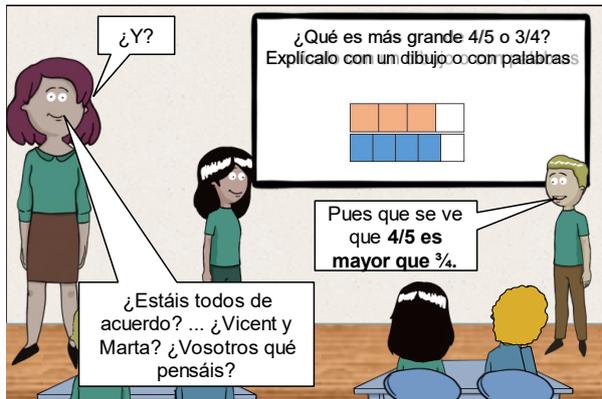
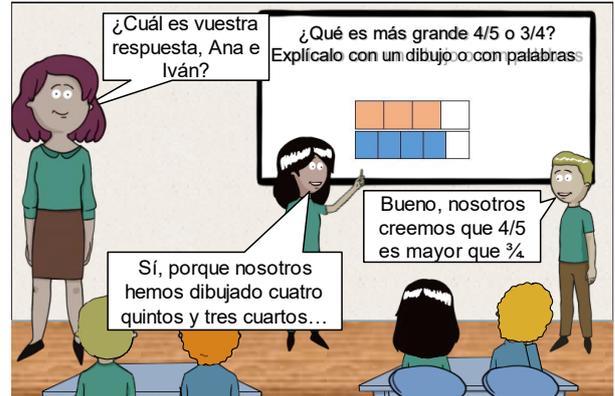
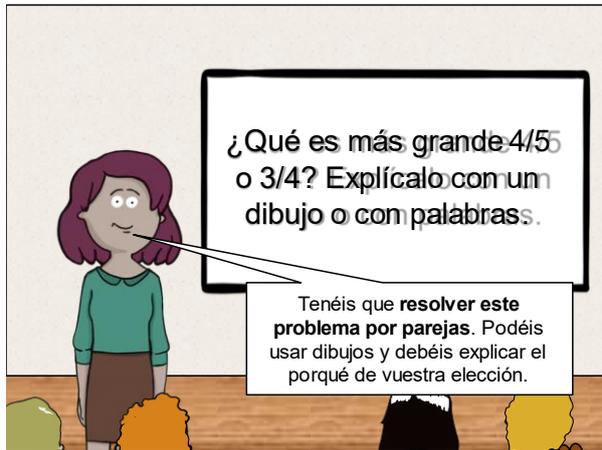
del documento teórico (THA del concepto de fracción)

#### Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

## Viñeta 2

 <p style="text-align: center;"><b>PRACTICE 2- COMPARING FRACTIONS</b></p> <p>Description of the classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Content:</b> Comparing fractions</li><li>• <b>Objective:</b> Understanding that:<ul style="list-style-type: none"><li>• the wholes must be the same to compare, and</li><li>• the inverse relationship between the number of the parts and the size of each part</li></ul></li></ul>	  <p style="text-align: center;"><b>CONTEXTO</b></p> <p>Júlia es tutora de 3º curso de Educación Primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 estudiantes.</p> <p>En sus clases <b>predomina el trabajo en grupo</b> y trata de promover el <b>desarrollo de las ideas de sus alumnos a través de los debates y el intercambio de ideas que surgen con las tareas propuestas.</b></p> <p>La <b>segunda lección se centra en comparar fracciones</b>. Júlia propone el siguiente problema:</p>
--	--





- Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- Q2-** Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used the mathematical elements involved and their difficulties with them.
- Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each pair? Justify your answer.
- Q4-** Considering the level at which you have placed each pair of students, define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help them progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory

## Referencias

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dr. Pere Ivars.** Universidad de Alicante (España)  
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

Mejorar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento matemático de los estudiantes:

reconstruir el todo



## una viñeta para

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

### “Viñeta 3”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 3º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso:  
**Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes sobre las fracciones**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar en la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

**Contenido matemático:** Identificar fracciones y reconstruir la el todo

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

La viñeta tiene el formato de texto/cómic y consta de:

- Las respuestas de tres estudiantes de primaria resolviendo dos actividades: una sobre identificar una fracción propia y la otra sobre la reconstrucción del todo. Cada estudiante muestra diferentes características de la comprensión del concepto de fracción (diferentes niveles de comprensión).
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA del concepto de fracción basada en Battista (2012)

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.



## Posición de la viñeta

en el curso:

### Discusión de la viñeta 1:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar y representar fracciones

### Discusión de la viñeta 2:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: comparar fracciones

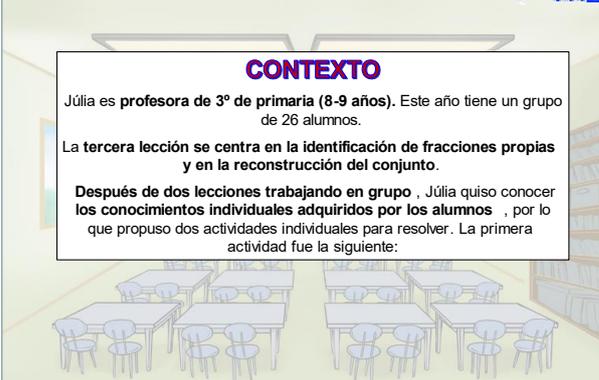
### Introducción

del documento teórico (THA del concepto de fracción)

### Discusión de la viñeta 3:

Mejorar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes: reconstruir el todo

## Viñeta 3

<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">PRACTICE 3</h3> <h3 style="text-align: center;">IDENTIFYING PROPER FRACTIONS AND RECONSTRUCTING THE WHOLE</h3> <p>Description of the classroom situation:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Content:</b> Identify different representations of a proper fractions and use of a part to reconstruct the whole</li> <li>• <b>Objective:</b> Understanding; that             <ul style="list-style-type: none"> <li>• The parts into which the whole is partitioned must be of equal size</li> <li>• A part could be divided into other parts, and</li> <li>• Use a part (unit fraction) as an iterative unit, to reconstruct the whole</li> </ul> </li> </ul>	<p style="text-align: right;"></p> <h3 style="text-align: center;">CONTEXTO</h3> <p>Júlia es profesora de 3º de primaria (8-9 años). Este año tiene un grupo de 26 alumnos.</p> <p>La tercera lección se centra en la identificación de fracciones propias y en la reconstrucción del conjunto.</p> <p>Después de dos lecciones trabajando en grupo, Júlia quiso conocer los conocimientos individuales adquiridos por los alumnos, por lo que propuso dos actividades individuales para resolver. La primera actividad fue la siguiente:</p> 
---	---

¿Qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

A) B) C) D) E) F) F)

Vais a resolver este problema de forma individual. Recordad que tenéis que justificar vuestra respuesta.

David, ¿podrías decirnos qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

¿Qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

A) B) C) D) E) F) F)

Claro. Las figuras que representan  $\frac{3}{8}$  son la "A", "B" y "F" porque hay tres partes de 8 pintadas.

Mmm... ¿Qué opináis? ¿Alguien tiene una respuesta diferente? Por ejemplo, Anna...

¿Qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

A) B) C) D) E) F) F)

Sí. Yo lo he resuelto de otra manera. Creo que sólo la "F" representa  $\frac{3}{8}$  porque la "A" y "B" no son  $\frac{3}{8}$  porque las partes no son iguales. En la "C" son 3 puntos pintados, la "E" son 6 puntos pintados y la "D" son  $\frac{6}{16}$ .

¿Qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

A) B) C) D) E) F) F)

Muy bien. Gracias por compartir tu respuesta, Anna. ¿Alguien lo ha resuelto de otra manera? ¿Cómo lo has resuelto, Joan?

¿Qué figuras representan  $\frac{3}{8}$ ?

A) B) C) D) E) F) F)

Bueno, yo creo que la "A" y "B" no tienen partes iguales y no son  $\frac{3}{8}$ . La "C", "D", "E" y "F" representan  $\frac{3}{8}$ .

¡Vale! Gracias por tu respuesta.

Esta figura representa  $\frac{5}{3}$  de la unidad. Representa la unidad.

Ahora, vais a resolver otro problema de forma individual. Como siempre, recordad que tenéis que justificar vuestra respuesta

David, ¿podrías explicarnos cómo has representado la unidad?

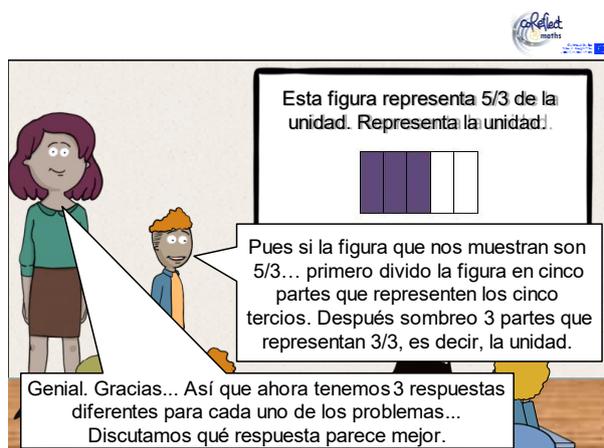
Claro. Uno, dos y tres. Esto son 3 partes.

Vale... gracias por compartir tu respuesta. Vamos a ver cómo ha resuelto Anna la actividad. ¿Te importaría explicarlo, Anna?

Esta figura representa  $\frac{5}{3}$  de la unidad. Representa la unidad.

Sí, Júlia. Yo lo he hecho de otra manera. Divido lo que me han dado en 3 partes iguales y luego cojo cinco partes como las que he pintado.

Gracias, Anna. Y Joan, ¿cómo lo has resuelto?



- Q1-** Describe the activity being solved in the classroom considering the intended learning objective: what are the mathematical elements that the student needs to know to solve it?
- Q2-** Describe how each pair of students has solved the activity identifying how they have used the mathematical elements involved and their difficulties with them.
- Q3-** At which level of the Learning Trajectory would you place each pair? Justify your answer.
- Q4-** Considering the level at which you have placed each pair of students, define a learning objective and propose an activity (or modify the one initially offered by Júlia) to help them progress in their understanding of fractions according to the expected Learning Trajectory

## Referencias

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Fractions. Building on Students' Reasoning. Heinemann: Portsmouth, NH.

Ivars, P., Fernández, C. & Llinares, S. (2020). A Learning Trajectory as a Scaffold for Pre-service Teachers' Noticing of Students' Mathematical Understanding. Int J of Sci and Math Educ 18, 529–548. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09973-4>

Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing Noticing: Using a Hypothetical Learning Trajectory to Improve Pre-service Primary Teachers' Professional Discourse. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(11), em1599. <https://doi.org/10.29333/ejmste/93421>

## Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dr. Pere Ivars.** Universidad de Alicante (España)  
pere.ivars@ua.es

El curso ha sido diseñado por: **Pere Ivars, Ceneida Fernández y Salvador Llinares..** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente

el pensamiento de los estudiantes sobre

el límite de función en un punto



## un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento

de los estudiantes sobre el límite de función en un punto

¿A **quién** va dirigido el curso?

Futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato (curso 1º Bachillerato, 16-17 años)

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Identificar elementos matemáticos y modos de representación vinculados al límite de una función en un punto en diferentes actividades de libros de texto.
- Anticipar respuestas de estudiantes con diferente comprensión del concepto de límite de una función en un punto.
- Analizar respuestas de estudiantes a diferentes actividades de límite de una función en un punto para interpretar su comprensión.
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes identificada.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Elementos matemáticos y modos de representación en el concepto de límite de una función en un punto (concepción dinámica de límite) (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls y Llinares, 2012).  
Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) del concepto de límite una función en un punto (Pons, 2014)

¿Cómo está **estructurado** y **organizado** el curso?  
(duración, organización de las sesiones, modalidad: online / presencial...)

**Duración:** 5 sesiones de 2 horas (Total: 10 horas)

El curso consta de dos documentos teóricos: un documento con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de una función en un punto y los diferentes modos de representación y otro documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de



una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto).

Además, consta de 4 viñetas: una viñeta donde los futuros profesores tienen que analizar diferentes actividades de un libro de texto, una viñeta de anticipar respuestas de estudiantes con diferente nivel de comprensión del concepto, y dos viñetas donde los futuros profesores tienen que analizar respuestas de estudiantes para interpretar su comprensión y proponer actividades que ayuden a progresar a los estudiantes en su comprensión.

¿Cómo es el **formato** del curso?

### **Sesión 1** (2 horas)

Viñeta 1 formada por tres actividades (procedentes de libros de texto) sobre el concepto de límite de función en un punto. Los futuros profesores deben resolver las actividades e identificar los elementos matemáticos del concepto implicados, así como los modos de representación. Para ello cuentan con el documento teórico con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de función en un punto y los diferentes modos de representación.

### **Sesión 2** (2 horas)

Viñeta 2 formada por las mismas tres actividades de la viñeta 1 pero ahora las preguntas que deben responder los futuros profesores están centradas en la anticipación de respuestas de estudiantes para discutir posibles niveles de comprensión del concepto de límite de una función en un punto. Para ello cuentan con el mismo documento teórico que en la viñeta 1.

### **Sesiones 3 y 4** (4 horas)

Viñeta 3 formada por las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a tres actividades sobre el concepto de límite de una función en un punto. Los futuros profesores deben de identificar características de la comprensión en los diferentes estudiantes y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente. Para ello cuentan con un documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto).

### **Sesión 5** (2 horas)

Viñeta 4 (viñeta de evaluación) formada por las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a seis actividades sobre el concepto de límite de una



función en un punto. Los futuros profesores tienen que identificar características de la comprensión en los diferentes estudiantes y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente. Para ello cuentan con el mismo documento teórico que en la viñeta 3.

Cada viñeta es trabajada en pequeños grupos y después se discute en gran grupo. A excepción de la viñeta 4 que, al ser una viñeta de evaluación, es trabajada individualmente.

**¿Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Cada viñeta (en formato texto o comic) incluye:

- Páginas de libros de texto o una situación de aula en la que un profesor/a propone varias actividades a estudiantes de Bachillerato (16-17 años) y se muestran diferentes respuestas reales de estos estudiantes. Cada estudiante muestra diferentes características de la comprensión del concepto de límite de función en un punto.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los futuros profesores sobre la situación proporcionada: identificar elementos matemáticos implicados en las actividades, anticipar respuestas de estudiantes, analizar respuestas de estudiantes para interpretar su comprensión y proponer actividades para ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión.

Los futuros profesores tienen que usar la información proporcionada en los dos documentos teóricos.

Un espacio de interacción social es creado para la discusión de las viñetas. Este espacio puede ser en el aula o a través de debates virtuales.

**¿Cuántas viñetas** forman parte del curso?

Un conjunto de 4 viñetas, tal y como se ha mencionado anteriormente.

**¿Son las viñetas** encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

El conjunto de viñetas es auténtico (viñetas construidas usando respuestas reales de estudiantes) o adaptadas y se ha diseñado específicamente para incentivar una rica discusión con los futuros profesores y desarrollar su competencia de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.



¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Dos documentos teóricos:

(i) un documento con información sobre los elementos matemáticos implicados en el concepto de límite de una función en un punto y los diferentes modos de representación (Cottrill et al., 1996; Pons, Valls y Llinares, 2012)

(ii) un documento teórico con información sobre una THA del concepto de límite de una función en un punto (diferentes niveles de comprensión del concepto) (Pons, 2014).

Línea de tiempo que muestra el uso de viñetas en el curso:

**Viñeta 1**  
Resolver actividades sobre el concepto de límite de función en un punto e identificar elementos matemáticos y modos de representación implicados

**Viñeta 2**  
Anticipar respuestas de estudiantes a diferentes actividades sobre el concepto de límite de función en un punto que muestren diferente nivel de comprensión

**Viñeta 3**  
Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

**Viñeta 4 (Evaluación)**  
Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

## Referencias

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingendorf, K., Thomas, K. y Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 167–192.



Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante. Alicante. España.

Pons, J., Valls, J. y Llinares, S. (2012). La comprensión de la aproximación a un número en el acceso al significado de límite de una función en un punto. En A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.) Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 435–445). Jaén: SEIEM.

#### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dra. Ceneida Fernández**, [Ceneida.fernandez@ua.es](mailto:Ceneida.fernandez@ua.es)  
Universidad de Alicante (España)

El curso ha sido diseñado por:

**Ceneida Fernández, M. Mar Moreno y Julia Valls**  
Universidad de Alicante (España)

**Gloria Sánchez-Matamoros**  
Universidad de Sevilla (España)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Interpretar la comprensión de estudiantes sobre

el concepto de límite de función en un punto

y decidir cómo continuar con la instrucción



## una viñeta para

Interpretar la comprensión de estudiantes sobre el concepto de límite

de función en un punto y decidir cómo continuar con la instrucción

### “Viñeta 3”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Futuros profesores de Educación Secundaria y Bachillerato (curso 1º Bachillerato, 16-17 años)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: “**Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento de los estudiantes sobre el límite de función en un punto**”

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes:

- Interpretar la comprensión de los estudiantes
- Decidir cómo continuar con la instrucción en base a la comprensión de los estudiantes.

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**La viñeta tiene el formato de cómic y consta de:**

- Las respuestas de tres estudiantes de bachillerato a tres actividades sobre el concepto de límite de una función en un punto (en diferentes modos e representación: analítico, numérico y gráfico). Cada estudiante muestra diferentes características (nivel) de la comprensión del concepto.
- Cuestiones guía para centrar la mirada de los futuros profesores sobre el pensamiento matemático de los estudiantes: identificar, interpretar y decidir.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Para contestar a las preguntas guía los estudiantes para maestro deben usar la información proporcionada en el documento teórico como parte del curso:

- THA (niveles de comprensión) del concepto de límite de función en un punto (Pons, 2014).

Comentarios adicionales

La viñeta está disponible en español, inglés, alemán y checo.



Línea de tiempo que muestra el uso de viñetas en el curso:

#### Viñeta 4 (Evaluación)

Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

#### Viñeta 1

Resolver actividades sobre el concepto de límite de función en un punto e identificar elementos matemáticos y modos de representación implicados

#### Viñeta 2

Anticipar respuestas de estudiantes a diferentes actividades sobre el concepto de límite de función en un punto que muestren diferente nivel de comprensión

#### Viñeta 3

Identificar características de la comprensión (analizando respuestas de estudiantes) y decidir cómo continuar con la instrucción para que los estudiantes progresen conceptualmente

### Viñeta 3

 <p><b>VIÑETA 3. Interpretar la comprensión de estudiantes sobre el concepto de límite de función en un punto y decidir cómo continuar con la instrucción</b></p>	<p><b>Contexto:</b></p> <p>Carlos, es un profesor de secundaria que está impartiendo clase a un grupo de 1º de Bachillerato. Como práctica de clase, propone las siguientes tres actividades sobre el concepto de límite de función en un punto. Se muestran las resoluciones de tres estudiantes a las tres actividades.</p>
--	---

La práctica de hoy consiste en que resolváis las siguientes tres actividades individualmente.

**Problema 1**  
Sea la función  

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 4 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$
 Calcule el límite de  $f(x)$  cuando:  
 a)  $x$  tiende a 1  
 b)  $x$  tiende a 2

**Problema 3**  
Relaciona las siguientes gráficas con las afirmaciones a, b y c. Jt

a) El límite de la función es 2 en  $x=2$   
 b) El límite de la función es 5 en  $x=2$   
 c) No existe el límite de la función en  $x=2$

**Problema**  
Sean las t

**Sara: Resolución problema 1**

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x + 1 = 3$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} 4 = 4$

**Sara: Resolución problema 2**

a) 1.  $x_1$  por la i.d.g. se acerca a  $\frac{1}{2}$   
 $x_2$  por la d.g. se acerca a  $\frac{1}{2}$   
 $x_3$  por la i.d.g. se acerca a  $\frac{1}{2}$   
 $x_4$  por la d.g. se acerca a  $\frac{1}{2}$   
 $f(x_1) = \frac{1}{2}$   
 $f(x_2) = \frac{1}{2}$   
 $f(x_3) = \frac{1}{2}$   
 $f(x_4) = \frac{1}{2}$   
 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{1}{2}$   
 2.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$   
 3.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2$

b) 1.  $x_1^- = 0$   $x_2^+ = 2$   
 $f(x_1^-) = 1$   $f(x_2^+) = 2$   
 2.  $x_1^- = 0$   $x_2^+ = 2$   
 $f(x_1^-) = 0$   $f(x_2^+) = 2$   
 coinciden.

**Sara: Resolución problema 3**

3. a) El límite de la función es 2 en  $x=2$  porque existe el límite por la i.d.g. y por la d.g. y es 2.  
 b) El límite de la función es 5 en  $x=2$  porque existe el límite por la i.d.g. y por la d.g. y es 5.  
 c) No existe el límite en  $x=2$  porque por la i.d.g. tiende a 2 y por la d.g. a 5.

**Luis: Resolución problema 1**

1. a) No tiene límite porque  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$   
 $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

**Luis: Resolución problema 2**

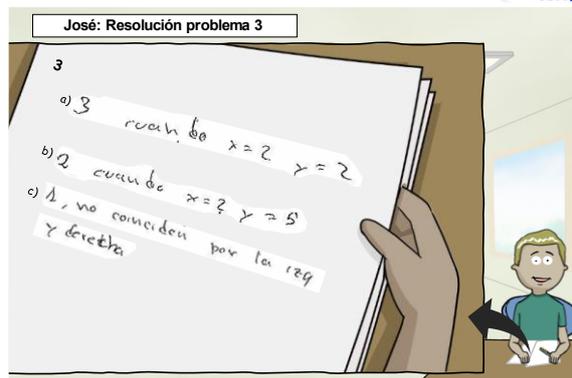
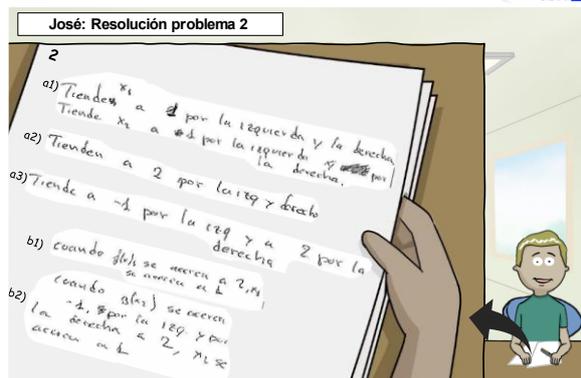
2. a) ¿A qué valor se acercan?  
 1.  $x_1$  y  $x_2$  por la derecha y por la izquierda  
 2. las imágenes de  $f(x_1)$  por la derecha y por la izquierda  
 3. las imágenes de  $f(x_2)$  por la derecha y por la izquierda?  
 b) ¿A qué valor se acercan?  
 2. las imágenes de  $f(x_1)$  en relación al valor que se acerca  $x_1$ . Se acercan a 2 y 4.  
 Justifica tus respuestas. En los gráficos se iguala  $y_1 = 2$  y se acerca a 1. La relación es que  $y_1$  es el doble que  $y_2$ .  
 c) ¿A qué valor se acercan?  
 2. las imágenes de  $f(x_1)$  en relación al valor que se acerca  $x_1$ . Se acercan a 2 y 4.  
 Justifica tus respuestas. En los gráficos se iguala  $y_1 = 2$  y se acerca a 1. La relación es que  $y_1$  es el doble que  $y_2$ .  
 c) ¿A qué valor se acercan?  
 2. las imágenes de  $f(x_1)$  en relación al valor que se acerca  $x_1$ . Se acercan a 2 y 4.  
 Justifica tus respuestas. En los gráficos se iguala  $y_1 = 2$  y se acerca a 1. La relación es que  $y_1$  es el doble que  $y_2$ .

**Luis: Resolución problema 3**

3. a) La 3 ya que se acerca por los dos lados  
 b) La 2 ya que se acerca por los dos lados.  
 c) La 1 ya que como por 2+ y por 2- dan diferente por lo tanto no existe límite.

**José: Resolución problema 1**

1. a) 3 ya que el 1 se aproxima en la  $f(x)$   $2x+1$  porque  $x=1$  equivale a 3  
 b) 4 ya que el 2 se aproxima en la  $f(x)$  4 porque  $1 < x \leq 2$  equivale a 4



## CUESTIONES

1. Describe en cada una de las actividades qué elementos matemáticos de la concepción dinámica de límite ha usado **cada estudiante** (Sara/Luís/José) para resolverlas e indica si han tenido dificultades y por qué.
2. A partir de las descripciones de cómo **cada estudiante** ha realizado las tres actividades ¿es posible identificar alguna característica de cómo **cada estudiante** comprende el concepto de límite de una función en un punto? Justifica tu respuesta a partir de los elementos y los modos de representación.
3. Considerando la comprensión de límite de una función en un punto de **cada estudiante** mostrada en la resolución de las tres actividades, diseña una nueva actividad para mejorar su comprensión. Justifica tu respuesta.

## Referencias

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. Tesis Doctoral. Universidad de Alicante. Alicante. España.

### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dra. Ceneida Fernández**, [Ceneida.fernandez@ua.es](mailto:Ceneida.fernandez@ua.es)  
Universidad de Alicante (España)

El curso ha sido diseñado por:

**Ceneida Fernández, M. Mar Moreno y Julia Valls**  
Universidad de Alicante (España)

**Gloria Sánchez-Matamoros**

Universidad de Sevilla (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## **Un concepto de curso para**

Desarrollar la competencia mirar

profesionalmente las situaciones de enseñanza

de la geometría en Educación Primaria



## un concepto de curso para

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones

de enseñanza de la geometría en Educación Primaria

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la geometría, con foco en:

- El pensamiento geométrico de los estudiantes (identificar los elementos matemáticos relevantes, interpretar la comprensión, decidir cómo continuar)
- Análisis de tareas desde libros de texto (y actividades interactivas)
- Análisis de la interacción estudiantes-maestro (lenguaje en el aula)
- El diseño de tareas instruccionales (plan de lecciones) para promover el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Battista, M. (2012). Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning. Heinemann.

Bernabeu, M. y Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. UNO. Revista de Didáctica de la Matemática, 85, 60-65.

¿Cuál es la **estructura** del curso?

**Duración:**

- 5 sesiones de 2 horas (total: 10 horas)

**Estructura:**

- **Introducción a la teoría** sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes de educación primaria (niveles de sofisticación/ desarrollo) y tipos de tareas. Usando viñetas/narrativas para ilustrar la teoría



- **En cada sesión:**
  - Análisis colaborativo de una viñeta (en pequeño grupo). El foco en cada viñeta es: analizar respuestas de estudiantes a actividades geométricas, analizar secuencia de actividades en libros de textos, anticipar respuestas de los estudiantes, analizar interacciones/diálogos en el aula
  - Los estudiantes para maestro recogen las respuestas de sus compañeros y les proporcionan feedback en relación con la enseñanza de la geometría (considerando el pensamiento geométrico de los estudiantes),
  - Discusión/Reflexión colectiva en gran grupo
- **Resolución individual** de tarea basada en viñeta. feedback y autoevaluación del progreso

¿Cómo es el **formato del curso**?

Texto y/o comics: video-viñetas también son posibles  
Cada viñeta (en formato texto y comic) incluye:

- **Descripción del Contexto:**
- **Una representación de la práctica.**  
Por ejemplo,
  - Un conjunto de respuestas de estudiantes a un problema
  - Interacción de un maestro/a con varios estudiantes/o resolviendo una actividad
  - Dialogo entre varios maestros/as sobre una situación de aula
  - Ejemplos de actividades y lecciones de libros de texto
- **Cuestiones guía** para centrar la mirada de los estudiantes para maestro sobre los elementos relevantes de la situación para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

¿ **Cuántas viñetas** forman parte del curso?

El curso está formado por 5 viñetas a ser resueltas de manera colaborativa

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

- **Viñeta 1:** Pensamiento geométrico de los estudiantes: Reconocer y razonar con los atributos de las figuras (reconocer, interpretar, tomar decisiones)
- **Viñeta 2:** actividades/paginas desde los libros de texto y recursos interactivos (atender a, interpretar, rediseñar/tomar decisiones)



- **Viñeta 3:** Anticipar respuestas de los estudiantes (relaciones inclusivas entre figuras y/o cuerpos geométricos) (planificación lección, interpretar)  
3A – Figuras Geométricas  
3B – Cuerpos geométricos
- **Viñeta 4:** Diálogos/interacción en el aula (atender a, interpretar y tomar decisiones)

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Algunas viñetas son adaptadas desde situaciones reales y otras son reales. El conjunto de viñetas se ha diseñado para incentivar una rica discusión con los estudiantes para maestro y mejorar su competencia docente

¿Cómo se desarrolla el curso? (organización de las sesiones, online/offline/híbrido, ...)

Tres tipos de formatos:

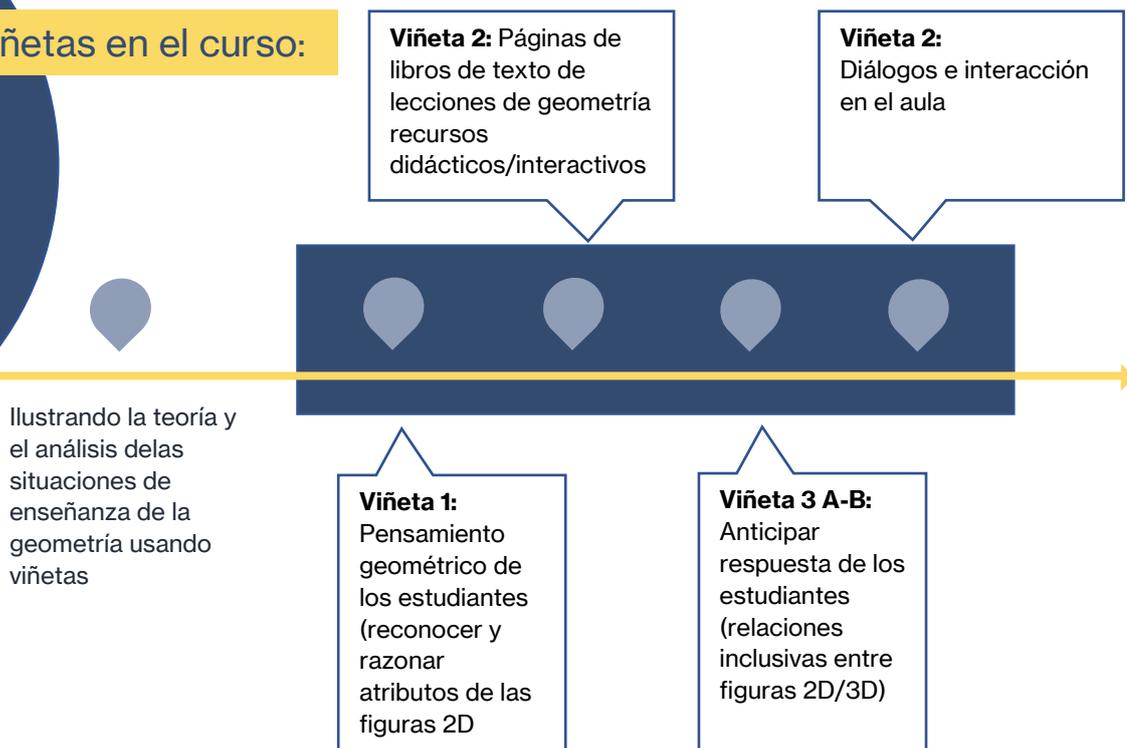
- Online
- Híbrido, y
- Presencial

¿Existe **material complementario** para los participantes del curso?

Un documento teórico con las características del desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de educación primaria (Battista, 2012).

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:



## Referencias

Battista, M. (2012). *Cognition-Based Assessment & Teaching of Geometric Shapes. Building on students' reasoning*. Heinemann.

Battista, M. (2007) The development of Geometric and Spatial Thinking. In F. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 843–869). NCTM-IAP.

Bernabeu, M. y Moreno, M. (2019). Comprensión de los tipos de triángulos apoyados en el uso del mecano. *UNO. Revista de Didáctica de la Matemática*, 85, 60-65.

Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Education Studies in Mathematics*, 106, 251-270.

Bernabeu, M. y Llinares, S. (2017). How do six to nine years-old children understand geometrical shapes. *Educación Matemática*, 29(2), 9–35.

Bernabeu, M., Llinares, S. y Moreno, M. (2021). Levels of Sophistication in elementary Students' understanding of Polygon concept and Polygons Classess. *Mathematics*, 9, 1966. <https://doi.org/10.3390/math9161966>

Clements, D. y Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. Lester (ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*; (p. 461-455). Information Age Publishing.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Springer.

Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60–72.

Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher & Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70-95). Cambridge University Press.

Levenson, S., Tirosh, D. y Tsamir, P. (2011). *Preschool Geometry. Theory, Research and Practical Perspectives*. Sense Publishers.

### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dra. Melania Bernabeu**. Universidad de Alicante  
(España) [Melania.bernabeu@ua.es](mailto:Melania.bernabeu@ua.es)

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu,**  
**Mar Moreno y Salvador Llinares**. Universidad de  
Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Reconocer y razonar con los**

**los atributos de las figuras 2D**



una viñeta para

Reconocer y razonar con los

los atributos de las figuras 2D

## “Viñeta 1”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes

- Analizar cómo los estudiantes de educación primaria reconocen y razonan con los atributos de las figuras geométricas
- Reconocer e interpretar la comprensión de los estudiantes (usando la información teórica sobre el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes)
- Aprender a tomar decisiones instruccionales sobre la base de la comprensión de los estudiantes

¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

**Lo que es representado:** respuestas de estudiantes de educación primaria a tareas geométricas

**Formato:** texto y comic;

- Tareas instruccionales: agrupar tarjetas con ejemplos y no-ejemplos de polígonos
- Respuesta de un estudiante
- Características de la respuesta del estudiante: la respuesta muestra ciertas características de la comprensión del concepto de polígono (en este caso, el estudiante razona con los atributos del concepto de polígono)
- Cuestiones guía: identificar, interpretar, decidir



¿Cuánto dura la resolución?

Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'  
Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'  
Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

La viñeta es adaptada de respuestas reales de estudiantes de educación primaria

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

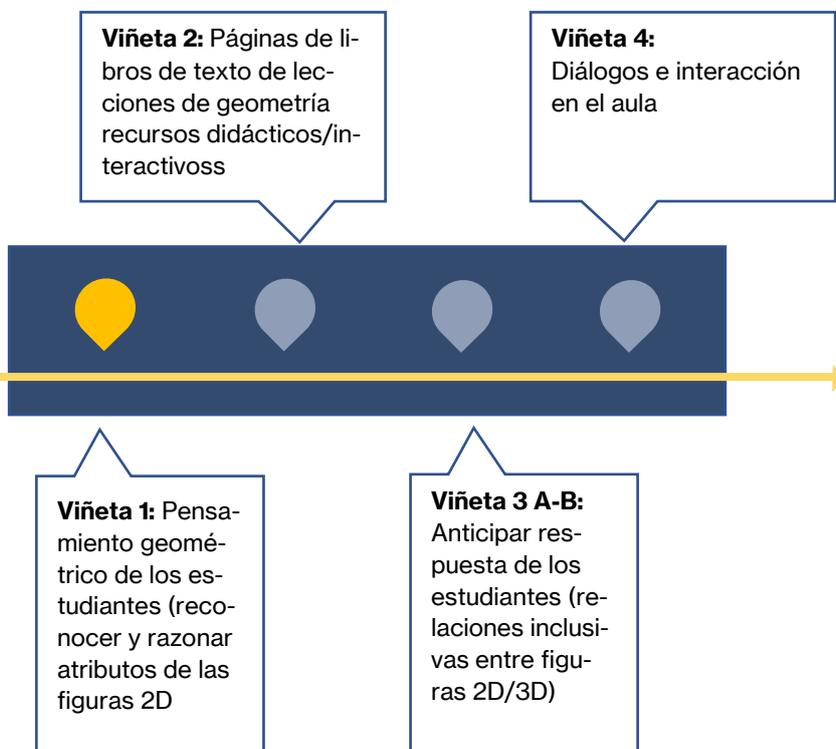
**Referencias**

Las mismas que el curso

Posición de la viñeta

en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas



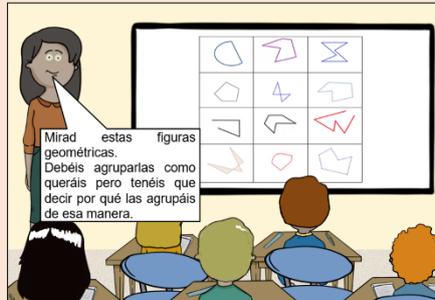
## Viñeta 1

Ana es maestra de 2º de Educación Primaria.

Ha planificado una lección para hoy con el objetivo de saber **cómo sus alumnos reconocen y razonan con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono**.

Ana ha decidido buscar diferentes momentos para realizar entrevistas clínicas a sus alumnos.

En la entrevista les propone la siguiente tarea.



### Estudiante 1

**Grupos de la estudiante 1**



Vale, explícame, ¿cómo has agrupado?

Pues estos porque tienen algún lado curvo (1).

Estos porque se cruzan (2).

Estos porque están abiertos (3).

Y estos porque sus lados son rectos y no están abiertos, están cerrados (4).

### Estudiante 2

**Grupos del estudiante 2**



Vale, explícame, ¿por qué has agrupado así?

Vale, me has agrupado poniendo seis fichas en un lado y seis fichas en otro.

Sí.

Aquí hay seis (1) y aquí hay otras seis (2).

**Estudiante 3**

Grupos de la estudiante 3

1 2

Explicame, ¿por qué has agrupado así?

Todas estas son polígonos (1) y estas no (2).

¿Todos estos son polígonos (1)?

Si, ya que un polígono es una figura plana, no cruzada y con todos los lados rectos. Y estas lo son (1), pero estos no (2).

### CUESTIONES

- **C1-** Describe **la tarea** en función del objetivo de aprendizaje: ¿cuáles son los elementos y procesos geométricos que el resolutor debe usar para resolverla?
  - Identifica las características de los ejemplos de las figuras usadas por la maestra y justifica su uso desde lo que la tarea exige a los estudiantes.
- **C2-** Describe **cómo cada estudiante ha resuelto la tarea**, identificando:
  - Cómo ha utilizado los *elementos* y *procesos geométricos*, y las dificultades que ha tenido con ellos;
  - ¿En qué nivel del desarrollo del pensamiento geométrico lo situarías? Justifica tu respuesta.
- **C3-** Teniendo en cuenta el nivel en el que has situado a los niños, define un objetivo de aprendizaje para la lección siguiente y propón una actividad (o modifica la propuesta inicialmente por Ana) para ayudar a que sus alumnos progresen en el desarrollo del pensamiento geométrico.

### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Dra. Melania Bernabeu.** Universidad de Alicante (España) [Melania.bernabeu@ua.es](mailto:Melania.bernabeu@ua.es)

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Anticipar respuestas de los estudiantes:

Proceso de definir y relaciones inclusivas entre

figuras geométricas (3A) y cuerpos geométricos (3B)



## una viñeta para

Anticipar respuestas de los estudiantes: Proceso de definir y relaciones

inclusivas entre figuras geométricas (3A) y cuerpos geométricos (3B)

### “Viñeta 3A y 3B”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes

- Aprender a anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria con diferente nivel de comprensión  
Foco: relaciones inclusivas entre figuras geométricas
- Aprender a tomar decisiones instruccionales sobre la base de la comprensión de los estudiantes

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Lo que es representado: situación en un curso de formación de maestros. Se presenta la resolución de estudiantes para maestro a una tarea de anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria sobre la relación entre definición y las relaciones de inclusión entre figuras geométricas (3A) y entre cuerpos geométricos (3B)

Formato: texto y cómic.

Cuestiones guía: identificar, interpretar, y planificar

¿Cuánto dura la resolución?

#### **Viñeta 3A**

- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'



### Viñeta 3B

- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

Viñeta es adaptada

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso + Documento sobre procesos de definir y clasificar

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La misma del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

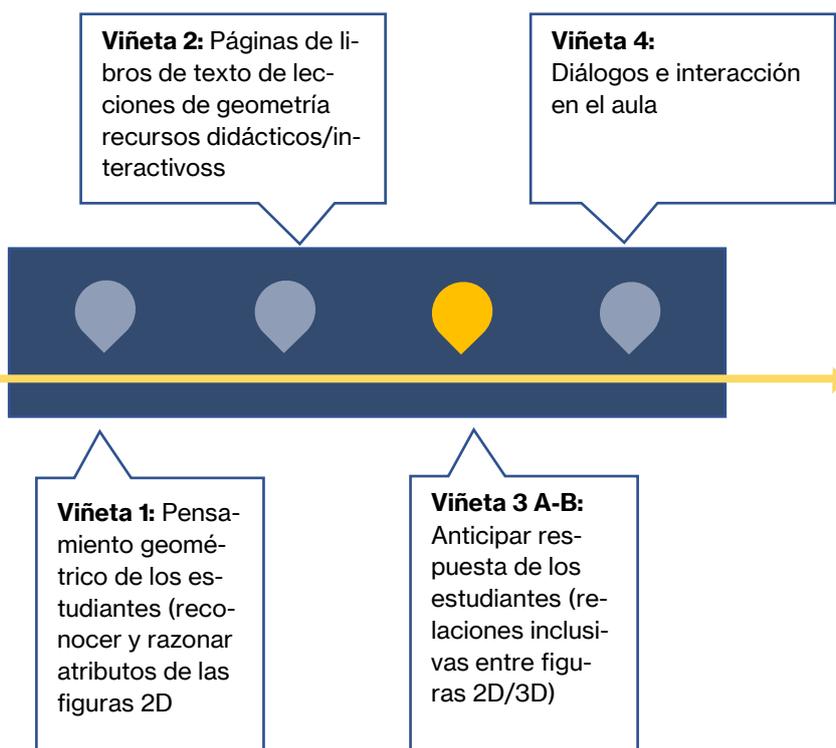
### Referencias

Las mismas que el curso

## Posición de la viñeta

### en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas



## Viñeta 3A

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Las líneas que unen las etiquetas significan de abajo hacia arriba: "es un ejemplo de ..."

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Por ejemplo... **Carla**, ¿cómo definirías el estudiante estas figuras geométricas?

Pues...

**Romboide** como figura de cuatro lados que no forman ángulos rectos, de los cuales son iguales los opuestos y desiguales los contiguos.

**Rombo** como figura geométrica de cuatro lados iguales que no forman ángulos rectos.

**Cuadrado** como figura que tiene cuatro lados iguales que forman cuatro ángulos rectos.

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Gracias Carla. **Alicia**, ¿definirías igual que Carla o de otra manera?

Yo creo que un estudiante definiría distinto, Héctor, pero no sé si está bien... Diría que...

El **romboide** es un paralelogramo con ángulos y lados iguales 2 a 2.

El **rombo** es un romboide con 4 lados iguales.

El **cuadrado** es un rombo con 4 ángulos rectos.

A un alumno de educación primaria que se encuentra en el nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico se le presenta la siguiente clasificación y se le pide que defina las figuras geométricas. Anticipa una posible respuesta correcta.

```

    ROMBOIDE
    |
    ROMBO
    |
    CUADRADO
    
```

Vale, es otra opción. **Iker**, ¿cómo definirías tu estas figuras geométricas si fueras el estudiante?

El alumno diría que todos son cuadriláteros porque tienen 4 aristas y 4 vértices, pero que

el **romboide** tiene los lados iguales 2 a 2 y los ángulos iguales 2 a 2, que

el **rombo** tiene los 4 lados iguales pero los ángulos diferentes 2 a 2 y que

el **cuadrado** tiene todos los lados y todos los ángulos iguales.

### CUESTIONES

- **C1- IDENTIFICAR E INTERPRETAR.** Teniendo en cuenta las respuestas de Carla, Alicia e Iker.
  - ¿Quién crees que ha dado las definiciones correctas y por qué? **Justifica** tu respuesta Indicando en qué medida las respuestas dadas reflejan o no la especialización de la definición y la transición de las relaciones de inclusión.
- **C2- PLANIFICAR** (decidir) - En aquellos casos en los que la respuesta no refleje las dos características, **especialización de la definición y/o transitividad de la relación de inclusión**, propón una actividad dirigida a que los estudiantes de educación primaria puedan comprender y usar estas características en las tareas de definir diferentes polígonos.

## Viñeta 3B

Héctor es formador de maestros.

El contenido de la lección de hoy es estudiar las características del pensamiento geométrico de estudiantes de educación primaria (en el contexto de definir figuras geométricas considerando relaciones de inclusión)

La lección de hoy tiene como **Objetivo**:

- **Anticipar respuestas de estudiantes en un determinado nivel de desarrollo del pensamiento geométrico** (definir objetos geométricos considerando relaciones de inclusión).
- **Diseñar tareas** para que estudiantes de educación primaria aprendan a definir figuras geométricas teniendo en cuenta relaciones de inclusión

Para ello propone el siguiente problema



### CUESTIONES

- **C1- IDENTIFICAR E INTERPRETAR.** Teniendo en cuenta las respuestas de Carla, Alicia e Iker.
  - ¿Quién crees que ha dado las definiciones correctas y por qué? **Justifica** tu respuesta indicando en qué medida las respuestas dadas reflejan o no la especialización de la definición y la transición de las relaciones de inclusión.
- **C2- PLANIFICAR** (decidir) - En aquellos casos en los que la respuesta no refleje las dos características, **especialización de la definición y/o transitividad de la relación de inclusión**, propón una actividad dirigida a que los estudiantes de educación primaria puedan comprender y usar estas características en las tareas de definir diferentes polígonos.

### Información de contacto

Para más información contactad con:

**Dra. Melania Bernabeu.** Universidad de Alicante (España) [Melania.bernabeu@ua.es](mailto:Melania.bernabeu@ua.es)

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Linares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

**Una viñeta para**

**Reflexionar sobre diálogos**

**e interacción en el aula**

**Lenguaje matemático del maestro.**



una viñeta para

Reflexionar sobre diálogos e interacción en el aula

Lenguaje matemático del maestro.

## “Viñeta 4”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro de Educación Primaria (cursos 1º - 6º)

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Es parte del curso: **Desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza de la geometría en Educación Primaria**

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

Desarrollar la mirada profesional de los estudiantes para maestro/a sobre el lenguaje matemático del maestro en el aula. Foco en vocabulario, explicaciones y ejemplos

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Lo que es representado: Situación de enseñanza de la geometría en 2º de Educación primaria. Objetivo de aprendizaje de la clase: Desarrollar los procesos de reconocer y razonar con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono  
Formato: texto y cómic.  
Cuestiones guía: Identificar características del lenguaje de la maestra (vocabulario, explicaciones, ejemplos)

¿Cuánto dura la resolución?

- Presentación 10'
- Análisis de la viñeta en pequeño grupo: 30'
- Discusión en gran grupo. Los comentarios de los estudiantes para maestro/a a las respuestas de sus compañeros: 60'

Total: 90'

¿La viñeta es auténtica, adaptada o construida?

Adaptada de una situación real



¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Teoría para los estudiantes para maestro para analizar el contenido de la viñeta: La del curso + Documento sobre lenguaje matemáticos/ discurso del maestro (comunicación matemática en el aula)

Teoría para los formadores de maestros para analizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a (adaptando perspectivas social-cultural, cognitiva o instrumentalización): La misma del curso

Comentarios adicionales

La viñeta está en español, inglés, alemán y checo.

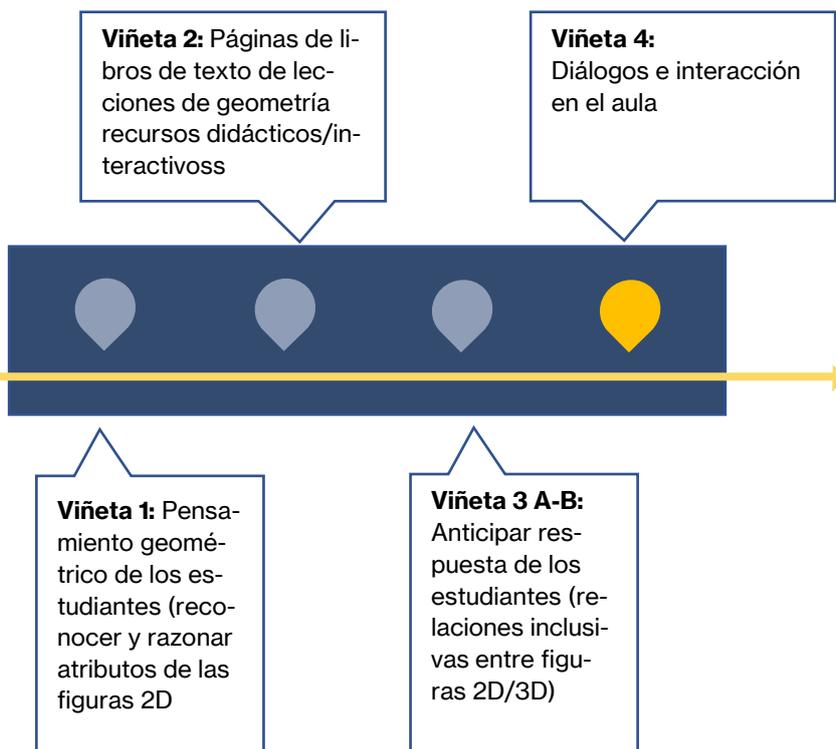
**Referencias**

Las mismas que el curso

Posición de la viñeta

en el curso:

Ilustrando la teoría y el análisis de las situaciones de enseñanza de la geometría usando viñetas



## Viñeta 4

Alicia es maestra de 2º de Educación Primaria. Ha planificado una lección para hoy con el objetivo de saber cómo sus alumnos reconocen y razonan con los atributos de las figuras para construir el concepto de polígono. Ana ha decidido realizar tres tareas diferentes para ver cómo razonan sus estudiantes con los atributos de los polígonos.

**Tarea 1**

En esta tarea tenemos que clasificar las figuras en polígono o no-polígonos y justificar nuestra respuesta.

La figura 4, aquí los lados están rectos y está cerrada, entonces es un polígono.

¿Por qué?  
Porque se cruzan las líneas.

Muy bien. Vamos con la siguiente, la figura 5... es muy rara, es un no-polígono.

No.

¿No? ¿Por qué?  
Porque tiene lados rectos y es cerrada.

Ahh, entonces la figura 4 va en polígonos...  
No, porque se cruzan.

Entonces, ¿por qué la figura 5 es un polígono?  
Porque está cerrada, no se cruza y los lados son rectos.

**Tarea 2**

Alguien puede decirme ¿qué es un cuadrilátero?

Son las figuras que tienen cuatro lados, no están curvas, están cerradas y están planas.

Vale... y si cambiamos todo eso...

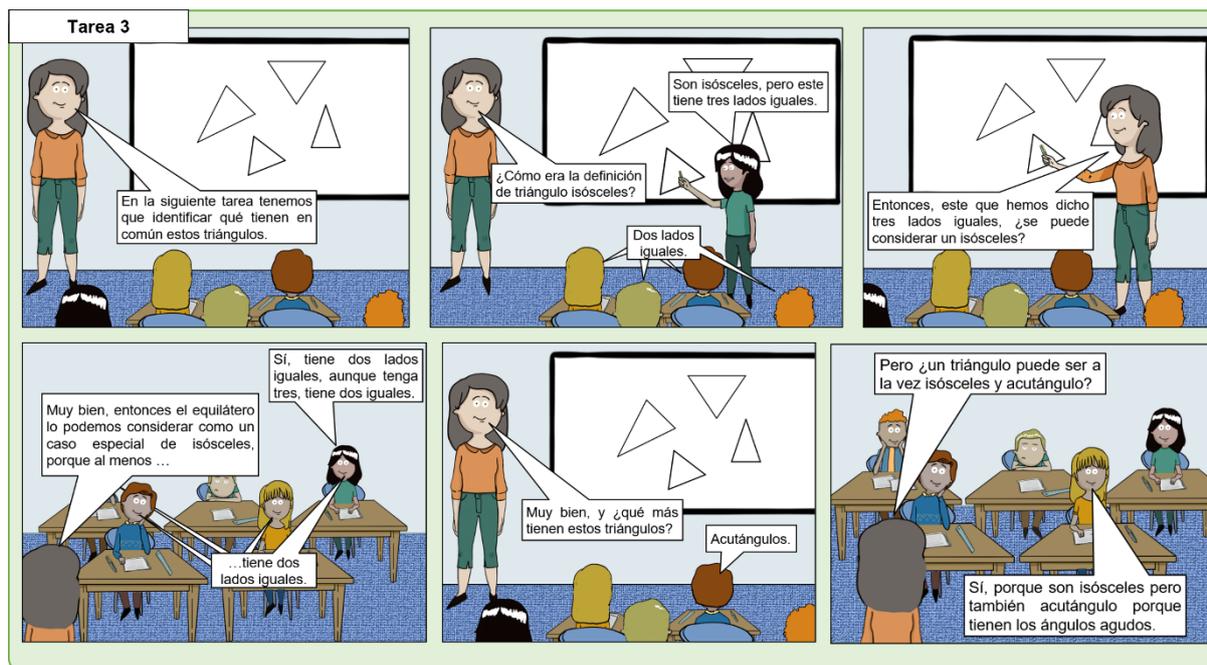
...por solamente... que son polígonos de cuatro lados.

Muy bien, porque un polígono, ¿qué era?

Una figura con lados rectos, que no se cruzan y están cerradas y son planas.

Muy bien, entonces si cambiamos todo esto por polígono, un cuadrilátero es...

...un polígono de cuatro lados.



### CUESTIONES

**C1-** Identifica vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en el discurso de Alicia en cada una de la gestión de las tres actividades mostradas en la viñeta.

**C2-** (1) Con el vocabulario identificado, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

(2) Con las explicaciones identificadas ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

(3) Con los ejemplos identificados, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar la maestra?

**C3-** Según tus respuestas en C1 y C2,

(1) ¿realizarías cambios en algunos de los tres aspectos del discurso de la maestra?

(2) En caso afirmativo ¿qué intervención en el diálogo modificarías, y por qué así se podría ayudar a los alumnos a superar sus dificultades?

### Información de contacto

Para más información contactad con:

**Dra. Melania Bernabeu.** Universidad de Alicante (España) [Melania.bernabeu@ua.es](mailto:Melania.bernabeu@ua.es)

El curso ha sido diseñado por: **Melania Bernabeu, Mar Moreno y Salvador Llinares.** Universidad de Alicante (España)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de

la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por

parte de los estudiantes en estudiantes para maestro



## un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas

verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Cuáles son los **objetivos** y los objetivos de aprendizaje del curso?

Desarrollar el conocimiento profesional y analizar la resolución de problemas verbales no-rutinarios por parte de los estudiantes, en particular:

- ¿Cómo está integrada la resolución de problemas en el currículum?
- ¿Qué es la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Cuáles son las características de una tarea de resolución de problemas?
- ¿Qué estrategias utilizan los niños en la escuela primaria?
- ¿Qué obstáculos encuentran?
- ¿Cómo se puede apoyar a los alumnos?

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

Resolución de problemas matemáticos (por ejemplo, Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Bruder & Collet, 2001; van den Heuvel-Panhuizen & Kolovou, 2009; Liljedahl et al., 2016; Verschaffel et al., 1999)

¿Cuál es la **estructura** del curso?

Las viñetas que abordan los diferentes aspectos del contenido del curso se utilizan como material de aprendizaje y para la evaluación del curso:

- Prueba inicial basada en viñetas (pre-test)
- material didáctico centrado en viñetas
- Prueba final basada en viñetas (post-test)

¿Cómo es el **formato del curso**?

**Duración:** 4 semanas (es parte de un curso introductorio para estudiantes para maestro de primaria); cada semana se compone de una sesión en directo (90 minutos) + material de autoaprendizaje. Las sesiones pueden impartirse en línea o presencialmente.



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Representación de situaciones de clase sobre la resolución de problemas en educación primaria; Comic con texto + preguntas abiertas adicionales

¿Cuántas viñetas forman parte del curso?

16 viñetas cortas para adquirir conocimientos sobre diferentes estrategias de resolución de problemas  
3 viñetas más complejas para desarrollar la competencia de análisis de situaciones de aula en relación con la resolución de problemas  
2 viñetas para la evaluación del curso

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

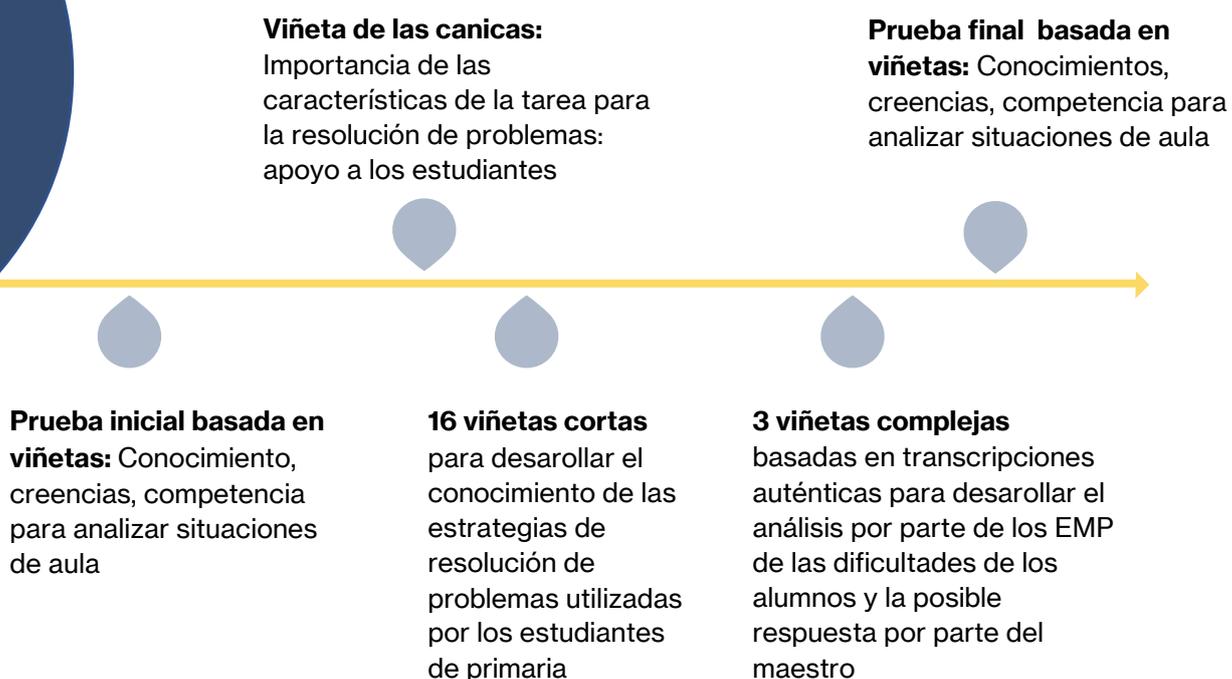
Se basan en la literatura o en transcripciones de lecciones auténticas.

Otros comentarios / recomendaciones

El curso y su evaluación se describen en un documento presentado en el CERME: Friesen, M. y Knox, A. (aceptado). Pre-service teachers learn to analyse students' problem-solving strategies with cartoons. Actas del CERME12.

Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:





## Referencias

Carlson, M., & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 45–75.

Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1992). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM.

Elia, I., van den Heuvel-Panhuizen, M. & Kolovou, A. (2009). Exploring strategy use and strategy flexibility in non-routine problem solving by primary school high achievers in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 41, 605–618.

Friesen, M. & Kuntze, S. (2020). The role of professional knowledge for teachers' analysing of classroom situations regarding the use of multiple representations. *Research in Mathematics Education* 22(2), 117–134.

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. *GS Mathematik* 50, 32–35.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem solving in mathematics education*. Cham: Springer.

Rasch, R. (2016). *Textaufgaben für Grundschul Kinder zum Denken und Knobeln [Word problems for primary school children. Solve mathematical problems - develop strategies.]* Seelze: Klett.

Schoenfeld, A. H. (1983). The wild, wild, wild, wild, wild world of problem solving: A review of sorts. *For the Learning of Mathematics*, 3, 40–47.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Marita Friesen**, [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Identificar las creencias de los estudiantes para

maestro/a en relación con el uso de problemas

verbales no rutinarios en el aula de matemáticas



## una viñeta para

Identificar las creencias de los estudiantes para maestro/a en relación con el uso de problemas verbales no rutinarios en el aula de matemáticas

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como actividad inicial al comienzo del curso para identificar las creencias de los participantes relacionadas con el uso de problemas verbales no rutinarios en el aula de matemáticas.

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

- Hacer visibles y accesibles las creencias para desarrollarlas en el curso de resolución de problemas.
- Hacer que los participantes sean conscientes del hecho de que tienen creencias y que las creencias pueden informar cómo actúan y toman decisiones al enseñar matemáticas.
- Mostrar creencias típicas y también opuestas que tienen los profesores de matemáticas sobre el uso de problemas verbales no rutinarios (basado en la literatura).
- Facilitar la discusión sobre creencias típicas que representan posibilidades y desafíos cuando se trabaja con problemas verbales no rutinarios en clase.
- Superar puntos de vista limitados/desequilibrados relacionados con el uso de problemas verbales no rutinarios.
- Fomentar y preparar el uso de problemas verbales no rutinarios como parte esencial de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la propia enseñanza de los futuros maestros.



¿Qué se representa y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Siete personajes (estudiantes para maestro/a) que representan diferentes creencias (típicas) de los maestros sobre el uso de un problema verbal no rutinario dado en clase.

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Las creencias representadas en los siete bocadillos se derivan de la literatura (Anderson, 2004).

¿Hay material de texto complementario para los participantes en el curso?

Los vínculos entre el uso de enfoques de enseñanza de resolución de problemas en las aulas de matemáticas de primaria y las creencias de los docentes sobre el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas (e.g., Anderson, 2004; Thompson, 1992; Schoenfeld, 1999; Raymond, 1997)

¿Cuál es la teoría relacionada?

La viñeta que incluye el cuestionario se puede realizar en línea.

## Posición de la viñeta

### en el curso:

#### **Viñeta de las canicas:**

Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

#### **Prueba final basada en viñetas:**

Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**Prueba inicial basada en viñetas:** Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**16 viñetas cortas** para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

**3 viñetas complejas** basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro



## La viñeta (incluido el cuestionario) tal como se utiliza en el curso

Observa la viñeta que muestra comentarios sobre la resolución de problemas por parte de varios maestros en formación (A-G). Indica en qué medida estás de acuerdo o en desacuerdo con cada uno de sus comentarios y proporciona una explicación sobre las creencias que guían tu decisión. Luego, haz un comentario basado en tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas.

Las lecciones de matemáticas deberían enfocarse en problemas como este, en lugar de solo practicar algoritmos.

Resolver problemas como este es una buena manera de desafiar a los estudiantes de alto rendimiento.

Resolver problemas como este requiere mucho tiempo de clase.

Puede ser bastante desafiante planificar y organizar lecciones con estos problemas.

Los estudiantes pueden probar sus propias estrategias de resolución, antes de ser guiados por el profesor.

Los estudiantes pueden aprovechar sus conocimientos matemáticos para resolver problemas de este tipo.

Es mejor dejar problemas como este para el final del tema de matemáticas.

¿Tú qué crees?

Tú

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

Estudiantes para maestro/a (A-G)						Proporciona una explicación sobre las creencias que guían cada una de tus respuestas. <i>Use tanto espacio como sea necesario para cada una de las explicaciones.</i>
	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Parcialmente de acuerdo	De acuerdo	Totalmente de acuerdo	
A	<input type="checkbox"/>					
B	<input type="checkbox"/>					
C	<input type="checkbox"/>					
D	<input type="checkbox"/>					
E	<input type="checkbox"/>					
F	<input type="checkbox"/>					
G	<input type="checkbox"/>					
<p>¿Tú qué crees?</p> <p>Tú</p>						<p><i>Por favor, haz un comentario sobre tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas. Usa tanto espacio como sea necesario.</i></p>



## Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., White, P. (2004). The Influence Of Perceived Constraints On Teachers' Problem-Solving Beliefs and Practices. *Mathematics Education for the Third Millennium: Towards 2010*.

Schoenfeld, A.H. (1999). Models of the teaching process. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(3), 243-261.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws

(Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). New York.

Raymond, A. (1997). Inconsistency between a beginning elementary school teacher's mathematics beliefs and teaching practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 550-76.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Marita Friesen & Karen Skilling:**

- [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)
- [karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Desarrollar el conocimiento de los estudiantes para

maestro/a relacionado con las estrategias de los estudiantes

de primaria en la resolución de problemas verbales



## una viñeta para

Desarrollar el conocimiento de los estudiantes para maestro/a relacionado con las estrategias de los estudiantes de primaria en la resolución de problemas verbales

¿A **quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se usa como material de aprendizaje para ilustrar el "trabajar hacia atrás" como una estrategia para resolver problemas.

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

desarrollar conocimientos profesionales sobre una variedad de estrategias de resolución de problemas que ya utilizan los niños de primaria (aquí: viñeta de ejemplo para la estrategia "trabajar hacia atrás").

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Escenario de clase muy corto con un maestro (estableciendo la tarea) y un estudiante (resolviendo la tarea usando una estrategia particular; aquí: trabajar hacia atrás)

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está guionizada en base a la literatura (estrategias para la resolución de problemas utilizadas por niños de primaria) (basado en Häring, 2016).

¿Hay material de texto complementario para los participantes en el curso?

Sí, dado que esta viñeta es parte del concepto del curso "Desarrollo del conocimiento profesional de los futuros maestros y análisis de la resolución de problemas verbales (no rutinarios) por parte de los estudiantes", hay artículos de revistas y capítulos de libros de texto relacionados en el curso.



¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en el nivel de primaria: Problemas verbales no rutinarios y qué estrategias utilizan los niños de primaria para resolverlos (por ejemplo, Häring, 2016)

Otros comentarios

A lo largo del curso, se usaron 16 de estas breves viñetas para ilustrar la variedad de estrategias de resolución de problemas que ya utilizan los niños de primaria (por ejemplo, hacer una mesa, hacer un dibujo o buscar un patrón, etc.)

Posición de la viñeta

en el curso:

**Viñeta de las canicas:**

Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

**Prueba final basada en**

**viñetas:** Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

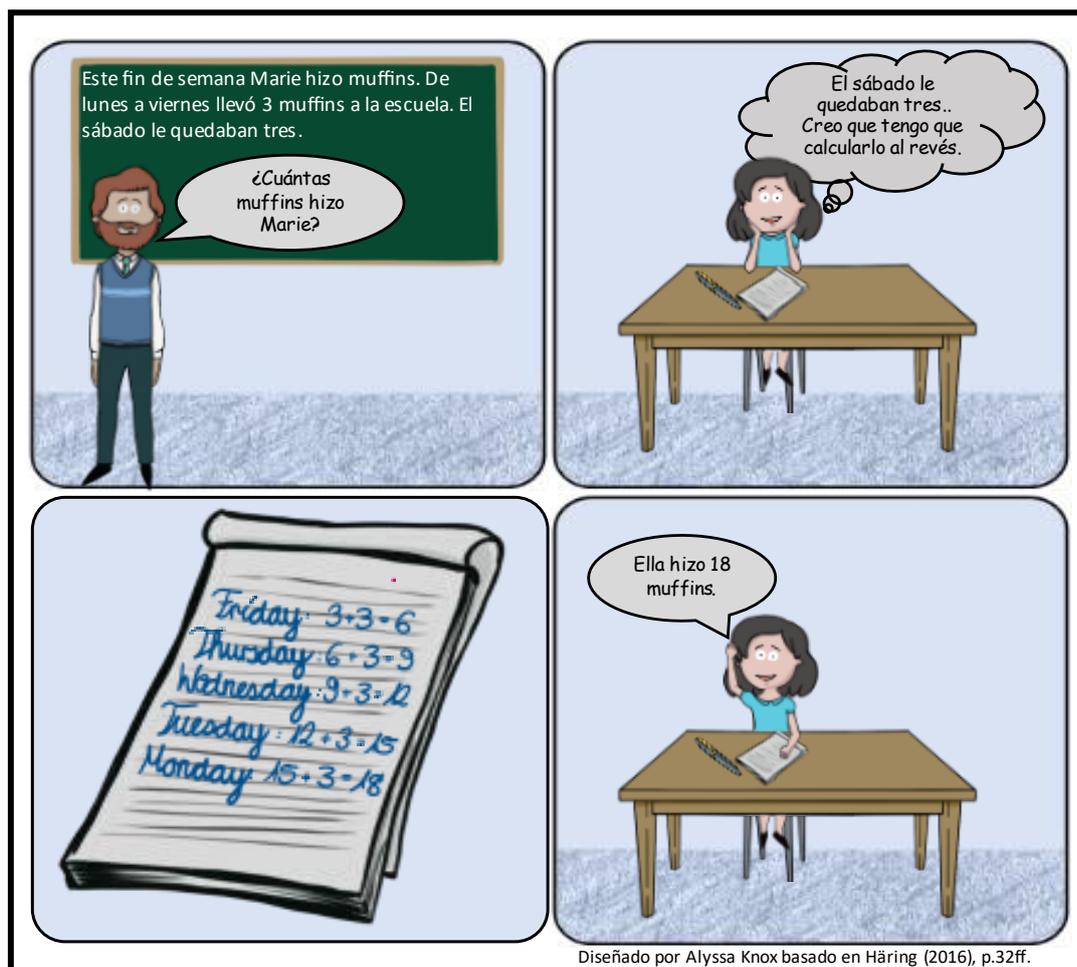
**Prueba inicial basada en viñetas:** Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**16 viñetas cortas** para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

**3 viñetas complejas** basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro



## La viñeta (incluido el cuestionario) tal como se utiliza en el curso



## Referencias

Häring, G. (2016). Problemlösen lernen [Learning to solve problems]. GS Mathematik 50, 32–35..

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Marita Friesen**  
friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento, el análisis y la toma de decisiones de

los estudiantes para maestro en relación con las dificultades de

los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales



## una viñeta para

Evaluar el conocimiento, el análisis y la toma de decisiones de los estudiantes para maestro en relación con las dificultades de los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales

### “Viñeta de las canicas”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el contexto en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como revisión y evaluación del progreso de aprendizaje de los estudiantes para maestro en relación con las características de las tareas de problemas. También es el punto de partida para los debates sobre los diversos enfoques de las dificultades de comprensión de los estudiantes.

¿Cuáles son los objetivos y los objetivos de aprendizaje de la viñeta?

- revisar el conocimiento sobre las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas y las características típicas de las tareas no rutinarias
- discutir diferentes enfoques para apoyar a los alumnos de primaria en la resolución de problemas verbales
- desarrollar la competencia de analizar situaciones de clase sobre la resolución de problemas (analizar las soluciones de los alumnos, razonar sobre las posibles razones de las dificultades o los errores, etc.)
- desarrollar y reflexionar sobre diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, en particular sobre las formas de apoyar a los alumnos de primaria en el uso de diferentes estrategias



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Breve situación de clase con dos alumnos y un profesor; los alumnos se enfrentan a un problema verbal determinado; se pide a los estudiantes para maestro que continúen la situación en el papel del profesor y que justifiquen su decisión

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está redactada en base a la literatura (tarea y dificultades de los alumnos) (Stern, 1998; Hasemann y Gasteiger, 2020).

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes en el curso?

Sí, ya que esta viñeta forma parte del curso "Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro"

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en educación primaria:  
Problemas verbales no rutinarios; características de las tareas que hacen que las tareas fáciles parezcan difíciles (Stern, 1998; Hasemann y Gasteiger, 2020)

## Posición de la viñeta

en el curso:

**Viñeta de las canicas:**  
Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

**Prueba final basada en viñetas:** Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**Prueba inicial basada en viñetas:** Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**16 viñetas cortas** para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

**3 viñetas complejas** basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro

## Viñeta de las canicas

<p>1</p> <p>¿Puede comprobar nuestra solución?</p>	<p>2</p> <p>Marie tiene 9 bolas. Tiene 4 canicas más que Nick. ¿Cuántas canicas tiene Nick?</p> $9 + 4 = 13$
<p>3</p> <p>Bueno, deberías volver a mirar el escrito y leerlo con mucha atención...</p>	<p>4</p> <p>¿Entonces nuestra solución es errónea?</p> <p>Pero lo leímos cuidadosamente y subrayamos todas las palabras matemáticas importantes...</p>
<p><b>¿Cómo procederías y por qué?</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Asume el papel de la profesora y escribe un diálogo entre alumno-profesora para mostrar cómo se podría ayudar a los alumnos a resolver el problema verbal en la situación dada.</li> <li>• Razona detalladamente tus decisiones.</li> </ul>	

## Referencias

- Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.
- Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

## Información de **contacto**

Para más información contactad con:  
**Marita Friesen**, [friesen@ph-heidelberg.de](mailto:friesen@ph-heidelberg.de)



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Evaluar el análisis y la toma de decisiones de

los estudiantes para maestro/a en relación con

la resolución de problemas en Educación Primaria



## una viñeta para

Evaluar el análisis y la toma de decisiones de los estudiantes para maestro/a en relación con la resolución de problemas en Educación Primaria

¿**A quién** va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesores de matemáticas; Educación primaria y secundaria: cursos 1-4, 6-10 años.

¿Es esta viñeta **parte de un curso**?

Forma parte del curso "**Desarrollar el conocimiento profesional y el análisis de la resolución de problemas verbales (no-rutinarios) por parte de los estudiantes en estudiantes para maestro**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

La viñeta se utiliza como evaluación posterior (post-test) al progreso de aprendizaje de los estudiantes para maestros con respecto a las estrategias de resolución de problemas en educación primaria, sus dificultades y cómo se les puede apoyar.

¿Cuál es el **objetivo** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

evaluar el análisis y la toma de decisiones de los futuros docentes con respecto a la resolución de problemas verbales no-rutinarios en educación primaria al final de un curso universitario correspondiente.

¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

Escenario de aula basado en cartoons con un estudiante y un maestro: el estudiante tiene dificultades con un problema verbal dado, el maestro trata de apoyarlo; se pide a los futuros docentes que analicen las dificultades y el apoyo de la maestra; se les piden posibles formas alternativas de actuar para facilitar al alumno la resolución del problema verbal no rutinario por su cuenta

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

La situación representada en la viñeta está escrita en base a la literatura (Rasch, 2016: transcripción de una interacción auténtica entre el estudiante y el maestro, incluidos los diálogos, el material y las notas de los estudiantes)

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes en el curso?

Sí, dado que esta viñeta es parte del concepto del curso "Desarrollo del conocimiento profesional de los futuros maestros y análisis de la resolución de problemas verbales (no rutinarios) por parte de los estudiantes", hay artículos de revistas y capítulos de libros de texto relacionados en el curso.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Resolución de problemas matemáticos en el nivel de primaria: Resolución de problemas matemáticos en el nivel primario: Resolución de problemas verbales no rutinarios e interacción alumno-profesor relacionada, dificultades del alumnado y apoyo del profesor/a (Rasch, 2016)

Posición de la viñeta  
en el curso:

**Viñeta de las canicas:**  
Importancia de las características de la tarea para la resolución de problemas: apoyo a los estudiantes

**Prueba final basada en viñetas:** Conocimientos, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

**Prueba inicial basada en viñetas:** Conocimiento, creencias, competencia para analizar situaciones de aula

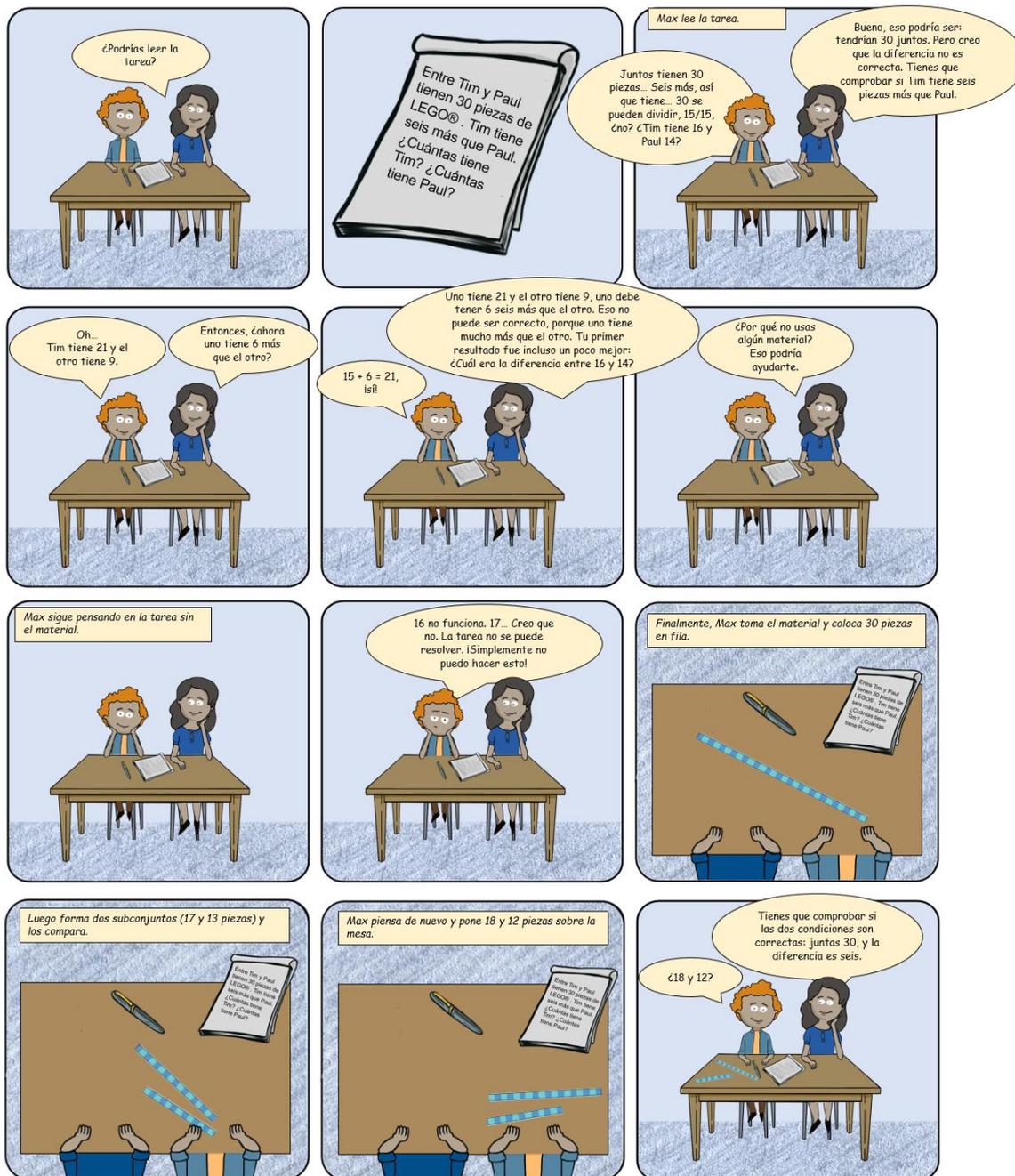
**16 viñetas cortas** para desarrollar el conocimiento de las estrategias de resolución de problemas utilizadas por los estudiantes de primaria

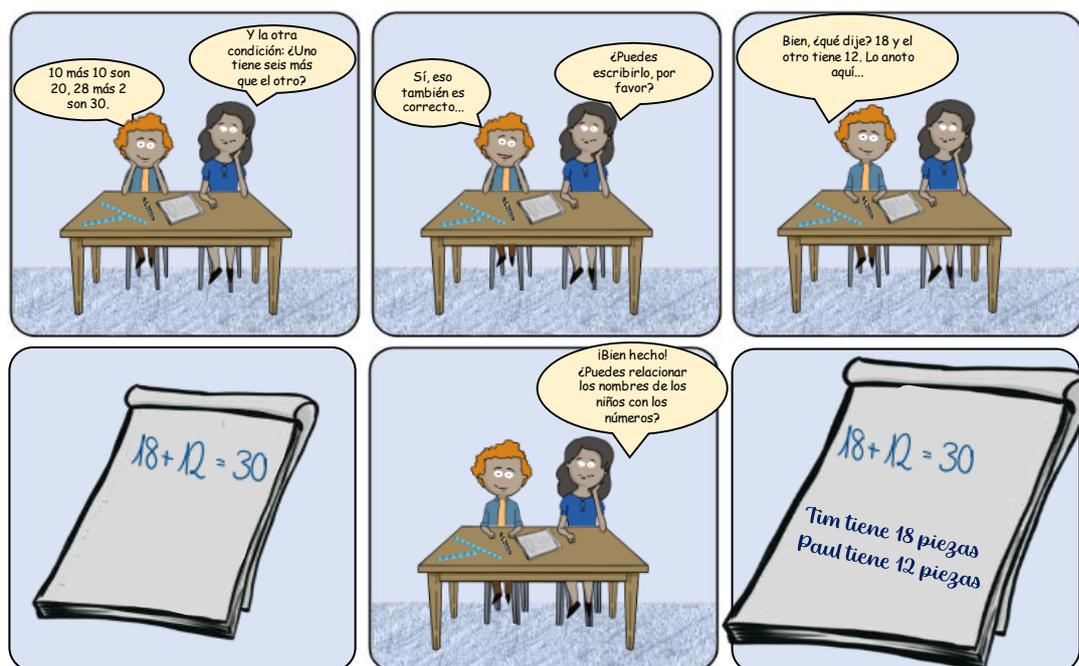
**3 viñetas complejas** basadas en transcripciones auténticas para desarrollar el análisis por parte de los EMP de las dificultades de los alumnos y la posible respuesta por parte del maestro

## La viñeta incluidas las cuestiones (tal como se utiliza en el curso):

En esta situación de aula en una clase de de 2º curso de educación primaria, Max está tratando de encontrar la solución a un problema mientras que la maestra trata de ayudarles. Por favor, lee la situación y responde las siguientes preguntas

- ¿Qué tipo de estrategias de resolución usa Max para resolver el problema?
- ¿Qué otras estrategias de resolución podría haber usado para resolverlo?
- ¿Cómo ayuda la maestra a Max para encontrar la solución?
- Si tú fueras el maestro/a, ¿Qué hubieras hecho? ¿Por qué?
- Prepara una viñeta que presente un finalización alternativa a esta situación de aula





diseñado por Alyssa Knox basado en Rasch, 2016, p. 18; personajes (Cartoons) dibujados por Michael Weninger

## Referencias

Hasemann, K. & Gasteiger, H. (2020). Anfangsunterricht Mathematik. Berlin: Springer.

Stern, E. (1998). Die Entwicklung des mathematischen Verständnisses im Kindesalter. Lengerich: Pabst Publisher.

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Marita Friesen**

friesen@ph-heidelberg.de



Soporte digital para la reflexión colaborativa de los docentes sobre situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y desarrollo profesional docente en servicio

## Un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento del contenido y

la argumentación de los estudiantes para

maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad



## un concepto de curso para

Desarrollar el conocimiento del contenido y la argumentación de

los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad

¿A **quién** va dirigido el curso?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (cursos 1-6), 6-12 años  
Nivel Educación Secundaria (cursos 1º y 2º), 12-13 años

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso?

- Activar y evaluar el conocimiento del contenido matemático
- Desarrollar el conocimiento del contenido de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética (en particular, en tema de la divisibilidad) => desarrollar el conocimiento del contenido relacionado con la escuela como base para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria y primeros cursos de la educación secundaria
- Aprender y reflexionar sobre errores típicos y concepciones erróneas en el propio aprendizaje
- Mejorar la argumentación con los compañeros de clase
- Los Concept Cartoons se utilizan como material de aprendizaje y herramienta de evaluación formativa durante el curso.

¿Cuál es la **teoría** relacionada?

- Desarrollo del conocimiento del contenido matemático por parte del estudiante para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Dreher et al., 2018)
- Manejo de errores / aprendizaje de los errores en el aula de matemáticas (por ejemplo, Heinze, 2005)
- La argumentación en la educación matemática (por ejemplo, Sriraman y Umland, 2014)
- Concept Cartoons como herramientas educativas en la formación de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Samkova, presentado)



¿Cómo está **estructurado** y **organizado** el curso? (duración, organización de las sesiones, modalidad: online / presencial...)

- duración: un semestre (unas 12-14 semanas con una reunión semanal del curso de 90 minutos en línea o presencial)
- las sesiones semanales se complementan con material de autoaprendizaje que incluyen tareas que deben ser entregadas semanalmente y que son calificadas por los estudiantes asistentes (por ejemplo, responder a viñetas relacionadas con el tema en forma de Concept Cartoons o realizar una demostración utilizando diferentes técnicas de demostración fundamental)

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

- Grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas, cada uno de los cuales responde a un enunciado, tarea o pregunta matemática (por ejemplo, ¿Es 1764 divisible por 18?)
- Selección de respuestas típicas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas presentadas en bocadillos proporcionados por diferentes personajes de dibujos animados

¿Cuántas **viñetas** forman parte del curso?

3 Concept Cartoons sobre diferentes temas relacionados con el curso que abordan el conocimiento del contenido matemático sobre la divisibilidad:

- **¿Es 1764 divisible por 18?**
- **256·333·546 ·1113**
- **La última cifra de este número es 0.**
- **¿Cuántos números enteros de dos cifras tienen exactamente cinco divisores?**

¿Son las viñetas encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas?

Los Concept Cartoons se basan principalmente en la literatura y en parte también en la experiencia docente; cada una de ellos aborda las típicas respuestas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas de los estudiantes para que los maestros/profesores de matemáticas aprenden sobre la aritmética.

**Otros comentarios / recomendaciones**

Sugerimos que se utilicen Concept Cartoons relacionados con otros aspectos de la divisibilidad tratados en el curso para evaluar el desarrollo profesional de los estudiantes para maestro/profesor al final del curso y para la evaluación del mismo. Los Concept Cartoons podrían utilizarse en los exámenes escritos y orales del curso.



## Línea de tiempo que muestra el uso

de viñetas en el curso:

Divisibilidad (primer tema del curso de aritmética), **semanas 1-3**  
(3 sesiones presenciales que incluyen tareas)

otros temas del curso:  
**semanas 4-12**

**semana 1**  
Viñeta (1)  
"Divisibilidad por 18": trabajo de seminario; activar y evaluar los pre-conocimientos de educación secundaria; conocer las viñetas

**semana 2**  
Viñeta (2)  
"Último dígito": deberes / evaluación formativa

**semana 3**  
Viñeta (3)  
"Números enteros": deberes / evaluación formativa

**examen escrito**  
(también puede incluir una viñeta)  
  
(también: evaluación del seminario)

## Referencias

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? JMD 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the



45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). Elementare Zahlentheorie. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).

Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_11](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11)

Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Prof. Dr. Marita Friesen**

friesen@ph-heidelberg.de

**Dr. Ralf Erens**

ralf.eren@ph-freiburg.de



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente en servicio

## Una viñeta para

Desarrollar y evaluar el conocimiento del contenido

y la argumentación de los estudiantes para

maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad



## una viñeta para

Desarrollar y evaluar el conocimiento del contenido y la argumentación

de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: Divisibilidad

### “Viñeta 1”

¿A quién va dirigido el viñeta?

Estudiantes para maestro/profesor de matemáticas  
Nivel Educación Primaria (cursos 1-6), 6-12 años  
Nivel Educación Secundaria (cursos 1º y 2º), 12-13 años

¿Es esta viñeta parte de un curso?

Forman parte del curso "**Desarrollar el conocimiento del contenido y la argumentación de los estudiantes para maestro/profesor en aritmética: divisibilidad**"

¿Cuál es el **contexto** en el que la viñeta se usa?

Las viñetas se utilizan como oportunidad de aprendizaje y también para la evaluación formativa; para evaluar y valorar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/profesor en relación con el tema "divisibilidad", un subtema del curso de aritmética.

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** de la viñeta?

- al principio del curso: activar y revisar los conocimientos de contenido sobre la divisibilidad aprendidos en la educación secundaria => adquirir conocimientos previos que se puedan aprovechar en el curso universitario
- evaluar lo que se ha aprendido sobre la divisibilidad durante las semanas que se ha tratado este tema (evaluación formativa)
- conocer los errores típicos y las concepciones erróneas relacionadas con el propio aprendizaje profesional
- cuestionar y reforzar la argumentación relacionada con el tema
- reflexionar sobre el aprendizaje con Concept Cartoons en el aprendizaje profesional de los futuros profesores



¿**Qué se representa** y en qué formato (video, texto, comic o combinación)?

- Grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas, cada uno de los cuales responde a un enunciado, tarea o pregunta matemática (por ejemplo, ¿Es 1764 divisible por 18?)
- Selección de respuestas típicas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas presentadas en bocadillos proporcionados por diferentes personajes de dibujos animados
- Cuatro preguntas abiertas para guiar el análisis y la reflexión de los estudiantes para maestro/profesor

¿La viñeta es encontrada, auténtica, adaptada o escrita?

Las viñetas se basan principalmente en la literatura y en parte también en la experiencia docente; cada una de ellas aborda las típicas respuestas correctas, bien justificadas, mal justificadas, incompletas e incorrectas de los estudiantes para maestro/profesor de matemáticas que aprenden sobre la divisibilidad en un curso de aritmética.

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

- Desarrollo del **conocimiento del contenido matemático** por parte del estudiante para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Dreher et al., 2018)
- Manejo de errores / aprendizaje de los errores en el aula de matemáticas (por ejemplo, Heinze, 2005)
- **La argumentación** en la educación matemática (por ejemplo, Sriraman y Umland, 2014)
- Concept Cartoons como **herramientas educativas** en la formación de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas (por ejemplo, Samkova, presentado)

Comentarios adicionales

La utilización de las viñetas como material de aprendizaje funciona mejor en pequeños grupos (1) para facilitar la discusión sobre los diferentes enfoques representados por los personajes que aparecen en el Concept Cartoon y (2) para mejorar la argumentación de los estudiantes para maestro/profesor en relación con la asignatura durante su intercambio.

Las respuestas a las viñetas para evaluar el progreso del aprendizaje de los estudiantes para maestro/profesor también pueden hacerse por escrito.

Se pueden encontrar ejemplos de respuestas de los estudiantes para maestro/profesor que participan en las Concept Cartoons y su análisis en:

- Samková, L. (submitted). Vzdělávací viňety ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].
- Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Posición de la viñeta

en el curso:

Divisibilidad (primer tema del curso de aritmética), **semanas 1-3**  
(3 sesiones presenciales que incluyen tareas)

otros temas del curso: **semanas 4-12**

**semana 1**

Viñeta (1)  
"Divisibilidad por 18": trabajo de seminario; activar y evaluar los pre-conocimientos de educación secundaria; conocer las viñetas

**semana 2**

Viñeta (2)  
"Último dígito": deberes / evaluación formativa

**semana 3**

Viñeta (3)  
"Números enteros": deberes / evaluación formativa

**examen escrito**

(también puede incluir una viñeta)  
(también: evaluación del seminario)

## Viñeta 1

Este número es divisible por 18, porque la suma de sus dígitos es divisible por 18.

Como  $18 = 3 \cdot 6$ , basta con comprobar si el número es divisible por 3 y por 6.

No, 3 y 6 no es suficiente. Tienes que comprobar la divisibilidad por 9 y por 2.

Este número es  $1800 - 36$ , debe ser divisible por 18.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

**¿Es 1764 divisible por 18?**

?

## Viñeta 2

Sabemos que 2 es un divisor, por lo que el último dígito debe ser par.

Es cierto.  
 $2 \times 3 \times 5 \times 11 = 330$

Podemos meter el número en la calculadora para comprobar el último dígito.

Este número es divisible por 5, por lo que la última cifra es 0 o 5.

ADELE

BEN

CARLA

DAVID

**$2^{56} \cdot 3^{33} \cdot 5^{46} \cdot 11^{13}$**

**El último dígito de este número es el 0.**

?

### Viñeta 3

Creo que el 16 es un ejemplo del que podemos partir.

Podemos utilizar la factorización en primos para averiguar qué números enteros de dos cifras tienen cinco divisores.

Todo número resultante de la potencia cuarta de un número primo tiene exactamente cinco divisores.

Creo que esto solo funciona para los números de un dígito. Los números con dos dígitos suelen tener más divisores.

El 5 es un número primo, lo que significa que solo tenemos que comprobar todos los enteros de dos dígitos menores que  $5^2$ .

¿Cuántos números enteros de dos cifras tienen exactamente cinco divisores?

???

TIM, ANNA, AMER, DARIA, JONA

### Variación

Es apropiado comprobar todos los números menores que  $5^2$ , porque 5 es un número primo

Puedes tomar cualquier número primo  $p$ , entonces  $n = p^4$  tiene exactamente 5 divisores

Solo los números de una cifra tienen potencialmente esta propiedad porque los números de varias cifras tienen muchos más divisores.

Si el número  $n$  tiene más de dos factores primos no es posible. Para dos factores primos, la frecuencia de ocurrencia en  $n = p^n \cdot q^m$  debe ser comprobada:  $n=1$  y  $m \leq 2$

¿Qué números naturales tienen exactamente cinco divisores?

??

NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE, NOMBRE

**PREGUNTAS GUÍA** (para cada una de las viñetas):



Aquí puedes ver a un grupo de estudiantes para maestro/profesor de matemáticas discutiendo el enunciado del recuadro amarillo. Lee sus comentarios y responde a las siguientes preguntas:

- ¿Qué pensamientos podrían estar detrás de los comentarios de los estudiantes para maestro/profesor? Escribe tus ideas para cada uno de los estudiantes para maestro/profesor.
- ¿Cómo podrías ayudar a los estudiantes para maestro/profesor (1) a corregir sus respuestas o (2) a mejorar su argumentación?
- Escribe TU solución en el bocadillo vacío.
- ¿Qué piensas: cómo puede ayudarte el trabajo con las viñetas a mejorar tu aprendizaje relacionado con la divisibilidad?

## Referencias

Büchter, A. & Padberg, F. (2020). *Arithmetik und Zahlentheorie für Primarstufe und Sekundarstufe I*. [Arithmetic and number theory for primary and lower secondary schools]. Springer.

Dreher, A., Lindmeier, A., Heinze, A. & Niemand, C. (2018). What kind of content knowledge do secondary mathematics teachers need? *JMD* 39(2), 319–341. <http://doi.org/10.1007/s13138-018-0127-2>

Heinze, A. (2005). Mistake-Handling Activities in German Mathematics Classroom. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 105-112). Melbourne (Australien): PME

Kuntze, S., Friesen, M., Erens, R., Krummenauer, J., Samková, L., Fernández, C., Ivars, P., Llinares, S., Skilling, K., & Healy, L. (accepted). "Helping learners" – Pre-service Mathematics teachers' conceptions of learning support through the lens of their situated noticing – a vignette-based study. Research Report submitted for Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Padberg, F. & Büchter, A. (2018). *Elementare Zahlentheorie*. [Basic number theory]. Springer.

Samková, L. (accepted). Using Concept Cartoons in primary school teacher training: the case of a mathematics content course. Paper accepted for presentation at the 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12).



Samková, L. (submitted). Vzdělávací viněty ve výuce matematiky [Educational vignettes in teaching and learning mathematics]. Paper submitted to the conference Užití počítačů ve výuce matematiky [Using Computers in Mathematics Teaching and Learning].

Samková, L. & Friesen, M. (accepted). Concept Cartoons in a future mathematics content course: Future teachers' reflections. Paper accepted for presentation. Prague.

Sriraman, B. & Umland, K. (2014). Argumentation in Mathematics Education. In: S. Lerman (ed.) Encyclopedia of Mathematics Education. Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8\\_11](https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_11)

#### Información de **contacto**

Para más información contactad con:

**Marita Friesen**

friesen@ph-heidelberg.de

**Ralf Erens**

ralf.erens@ph-freiburg.de

**Libuse Samkova**

lsamkova@pf.jcu.cz

**Ceneida Fernandez**

ceneida.fernandez@gcloud.ua.es

**Pere Ivars**

pere.ivars@gcloud.ua.es



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas

en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente

## Un curso para

Desarrollar el conocimiento profesional

en futuros docentes e identificar

creencias sobre enfoques para

enseñar tareas no rutinarias



## Un curso para

Desarrollar el conocimiento profesional en futuros docentes e identificar

creencias sobre enfoques para enseñar tareas no rutinarias

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria;  
Grados 7-10, edades 12-15

¿Cuáles son los **objetivos** y los **objetivos de aprendizaje** del curso??

Desarrollar conocimiento profesional (sobre el tema y pedagógico) y enfoques de instrucción para promover el aprendizaje profundo. Incluye:

- ¿Cómo se integran en el currículo la resolución de problemas y las tareas no rutinarias?
- ¿Qué es la resolución de problemas matemáticos?
- ¿Cuáles son las características de la resolución de problemas y las tareas no rutinarias?
- ¿Cómo se pueden modelar y utilizar las estrategias?
- ¿Cómo se puede promover la autorregulación y el proceso metacognitivo?
- ¿Qué obstáculos se prevén? (para la enseñanza y para los estudiantes).
- ¿Cómo pueden los maestros apoyar a los estudiantes en la resolución de problemas y las experiencias de tareas no rutinarias?

¿Cuál es la **teoría relacionada**?

Mathematical problem solving (e.g., Polya, 1985; Schoenfeld 1983, 1992; Stigler, J. W., & Hiebert, J., 1999); Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014); Verschaffel et al., 1999).

¿Cuál es la **estructura** del curso??

Las viñetas que abordan diferentes aspectos del contenido del curso se utilizan como material de aprendizaje y para la evaluación del curso:

- Discusión previa basada en viñetas
- material de aprendizaje basado en viñetas (respuestas individuales)
- Discusión grupal posterior basada en viñetas



¿Cómo es el **formato** del curso?

**Duración:** El curso de Matemáticas PGCE tiene una duración de 10 meses. Un tercio de este tiempo se dedica a asistir a seminarios y clases universitarios y el resto se dedica a las escuelas. Las sesiones universitarias tienen lugar principalmente en los primeros 4 meses del curso y cubren una variedad de material didáctico. Las viñetas se utilizan en algunas de las sesiones de enseñanza para encajar con el tema y los asuntos pedagógicos.

Las sesiones se pueden impartir **en línea o cara a cara (preferido)**

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, comic o combinación)?

Representación de situaciones de aula en torno a la resolución de problemas y tareas no rutinarias;

Cartoon con texto + preguntas abiertas adicionales

¿**Cuántas viñetas** forman parte del curso?

3 a 4 viñetas cortas para construir conocimiento, sacar creencias de los estudiantes para profeor y analizar situaciones de aula

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas??**

Se basan en literatura o en transcripciones de lecciones y experiencias auténticas.

Otros comentarios / recomendaciones:

**Las viñetas están construidas para uso proactivo y con fines de investigación. Esto se guía por el esquema del marco de viñetas en este documento:**

<https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

## Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>



Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems. *Math. Thinking & Learning*, 1(3), 195–229.

### **Información de contacto**

Para más información contactar con:

**Karen Skilling**

**[karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)**



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas  
en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente

## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de

Los futuros docentes y obtener sus sus creencias sobre

los enfoques de la instrucción en el aula de secundaria



## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de los futuros docentes y obtener sus creencias sobre los enfoques de instrucción en el aula de secundaria

### “Viñeta de área y perímetro” (secundaria)

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria; Grados 7-10, edades 12-15

¿Esta viñeta es parte de un curso?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el **contexto** en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de las tareas de tipo no rutinario. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de tareas rutinarias versus no rutinarias.

¿Cuáles son los **objetivos** y las **metas de aprendizaje** relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que lean la conversación de la viñeta.
- Preguntar a los PST qué perciben como demandas cognitivas de los dos tipos diferentes de tareas presentadas.
- Pedir a los PST que comenten sobre la profundidad de pensamiento que los diferentes tipos de tareas pueden provocar para el aprendizaje de los estudiantes
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñetas de dos escenas. Un profesor principiante presenta un conjunto de tareas de "procedimiento" o de tipo rutinario. Otro profesor con más experiencia presenta un conjunto de tareas no rutinarias. Se hacen preguntas a los PST para provocar deliberadamente sus creencias, lo que el estudiante podría pensar, lo que piensan los maestros ficticios..

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas??**

Esta viñeta fue escrita

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??

No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias).).

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Conocimiento profesional del pedagógico y del tema  
Problemas verbales rutinarios y no rutinarios;  
Enfoques de la instrucción creencias del maestro  
Uso de métodos basados en viñetas

### “Viñeta de área y perímetro” (secundaria)

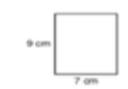
**Viñeta de área y perímetro**



Hola, creo que estas preguntas realmente consolidarán la comprensión de mis alumnos sobre el área y el perímetro. ¿Qué piensas?

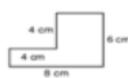
En realidad, Miss Blue tiene razón.

Encuentra el área y el perímetro de cada figura

(1) 

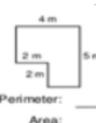
Perímetro: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_

(2) 

Perímetro: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_

(5) 

Perímetro: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_

(6) 

Perímetro: \_\_\_\_\_

Área: \_\_\_\_\_



Hmmm... Creo que practicarán el ejercicio, pero ¿qué te dirá esto sobre lo que entienden?

### Viñeta de área y perímetro



Gracias, no había pensado en esto, pero puedo ver que ofrecen diferentes oportunidades.

#### Prueba estos ejemplos



El área de la figura es de  $32 \text{ m}^2$  y el perímetro del área gris es de  $28 \text{ m}$   
¿Qué ancho tiene la figura?

¿Qué puedes decir sobre esta forma?

¿Cómo puedo calcular el área de este cuadrado inclinado?



Por lo tanto, podrías usarlos como una forma de ver lo que los estudiantes saben y cómo lo conectan

Por favor responda a las siguientes preguntas:

Q1. Explique la manera en la que los dos conjuntos de ejemplos mostrados por los docentes son diferentes.

Q2. Elija un ejemplo del segundo conjunto de tareas y explique cómo podría abordarla el alumnado.

Q3. ¿Qué podría inferir acerca de las creencias de los dos profesores con respecto a la comprensión de los estudiantes dada su discusión?

## Referencias

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. Educational Research, 15(2), 4-14.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, International Journal of Research & Method in Education, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Free Press.

Para más información contactar con:

**Karen Skilling**, [karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas  
en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente

## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de

los futuros docentes y obtener sus creencias sobre

los enfoques de la instrucción en el aula de secundaria



## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento sobre el tema y pedagógico de los futuros docentes y obtener sus creencias sobre los enfoques de instrucción en el aula de secundaria

### “Viñeta de triángulos congruentes” (secundaria)

¿A quién va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria; Grados 8-10, edades 13-15

¿Esta viñeta es parte de un curso?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el contexto en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de las tareas de tipo no rutinario. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de tareas rutinarias versus no rutinarias.

¿Cuáles son los objetivos y las metas de aprendizaje relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que lean la conversación de la viñeta.
- Preguntar a los PST qué perciben como demanda cognitivas de la tarea presentada.
- Pedir a los PST que comenten sobre la profundidad de pensamiento que los diferentes tipos de tareas pueden provocar para el aprendizaje de los estudiantes
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.

¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñeta de una escena. La profesora plantea un problema a los alumnos para que repliquen su triángulo oculto. Los estudiantes discuten entre ellos lo que saben y luego hacen una pregunta aclaratoria. El profesor proporciona más información sobre las condiciones. Se les pide a los PST que respondan a cuatro preguntas desde su perspectiva, los estudiantes y el maestro.

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas??**

Estas viñetas fueron adaptadas de las representaciones de los libros de texto y las experiencias de aula.

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??

No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias) y promueve el aprendizaje profundo.

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Conocimiento profesional pedagógico y del tema  
Aprendizaje profundo; Enfoques de la instrucción  
creencias del maestro  
Uso de métodos basados en viñetas

### “Viñeta de triángulos congruentes” (secundaria)





# Viñeta de triángulos congruentes

(conocimiento del profesor; aprendizaje por indagación y comprensión conceptual)

• Esta viñeta esboza el enfoque de la Sra. Tee para introducir la congruencia en el caso de los triángulos. Por favor, léala y luego responda las siguientes preguntas.

1. ¿Qué información específica podrían necesitar los estudiantes para dibujar el triángulo de la Sra. Tee?
2. ¿Qué condiciones cree que los estudiantes podrían establecer primero... luego segundo y así sucesivamente? Por favor explique por qué piensa esto.
3. ¿Qué condición ambigua podrían identificar los estudiantes y cómo explicaría esto si se mencionara en una lección que estuviera enseñando?
4. En lugar de comenzar la lección estableciendo las condiciones para establecer triángulos congruentes, la Sra. Tee les pidió a los estudiantes que identificaran qué información necesitaban sobre los triángulos y probaran la congruencia. Al adoptar este enfoque, ¿qué tipo de procesos de pensamiento cree que la Sra. Tee pretendía promover y que son importantes en el contexto de la geometría?
5. ¿Cómo podría extender el enfoque de la Sra. Tee a los cuadriláteros? Proporcione un ejemplo.

Skilling 2021

## Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986) Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Erlbaum

Sawyer, R.K. (2014, Eds.). *The Cambridge handbook of the learning sciences*. Cambridge: Cambridge University Press.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: MacMillan.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), 4-14.

Skemp, R.R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243> .

Para más información contactar con: **Karen Skilling**, [karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)



Soporte digital para la reflexión  
colaborativa de los docentes sobre  
situaciones en el aula de matemáticas

Viñetas  
en la formación inicial del profesorado y  
desarrollo profesional docente

## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento y la toma de decisiones

de los futuros docentes sobre la enseñanza de

resolución de problemas en el aula de secundaria



## Una viñeta para

Evaluar el conocimiento y la toma de decisiones de los futuros docentes

sobre la enseñanza de resolución de problemas en el aula de secundaria

### “Viñeta de vendedor de huevos” (secundaria)

¿A **quién** va dirigido el curso?

Futuros profesores de Matemáticas de Secundaria;  
Grados 7-10, edades 12-15

¿Esta viñeta **es parte de un curso**?

Es parte del curso

“Desarrollar el conocimiento profesional (tema y pedagógico) y las creencias de los futuros docentes acerca de abordar la instrucción utilizando tareas/problemas no rutinarios.

¿Cuál es el **contexto** en el que se utiliza la viñeta?

La viñeta se utiliza como estímulo y evaluación del progreso de aprendizaje de los futuros docentes con respecto a las características de la resolución de problemas. También es el punto de partida para debates sobre diversas posibilidades y desafíos para el uso de la resolución de problemas.

¿Cuáles son los **objetivos** y las **metas de aprendizaje** relacionados con la viñeta?

- Solicitar a los futuros docentes (PST, por sus siglas en inglés) que resuelvan el problema e identifiquen las características típicas de las tareas no rutinarias
- Preguntar a los PST sobre el conocimiento de la materia que necesitan para resolver el problema y las estrategias que usaron (demanda cognitiva).
- Preguntar a los PST cómo modelarían la solución de este problema para un grupo específico (considerando un curso específico)
- Pedir a los PST que lean los comentarios de los 7 PST ficticios y respondan a la escala Likert que refleja la fuerza de su acuerdo
- Reflexionar sobre los diferentes enfoques para la toma de decisiones en situaciones específicas del aula, la posibilidad y los desafíos de usar problemas no rutinarios y en formas particulares de ayudar a los estudiantes a persistir y usar diferentes estrategias.



¿Qué se **representa** y en qué **formato** (video, texto, cartoon o combinación)??

Viñetas de una sola escena. El problema redactado se centra en los 7 comentarios ficticios de PST. Los comentarios provocan deliberadamente nociones sobre las creencias en la resolución de problemas ..

¿Son las viñetas **encontradas, auténticas, adaptadas o diseñadas**??

Los comentarios provocan deliberadamente nociones sobre si la resolución de problemas es adecuada para ciertos estudiantes (p. ej., alto rendimiento), cuándo usarla (p. ej., final del tema), probar estrategias y también desafíos (tomarse el tiempo para planificar, organizar y dedicar tiempo a la lección). Estos fueron extraídos de investigaciones previas que (Anderson, Sullivan & White, 2004). También se pidió a los participantes que proporcionaran sus propias creencias.

¿Hay **material de texto complementario** para los participantes del curso??

No, esta viñeta es independiente, pero es parte del desarrollo del conocimiento profesional de los futuros docentes y utiliza diferentes tipos de tareas (rutinarias y no rutinarias).

Cuál es el **marco teórico** relacionado?

Resolución de problemas matemáticos

Problemas verbales no rutinarios; mirada profesional (Noticing); características de la tarea

Uso de métodos basados en viñetas

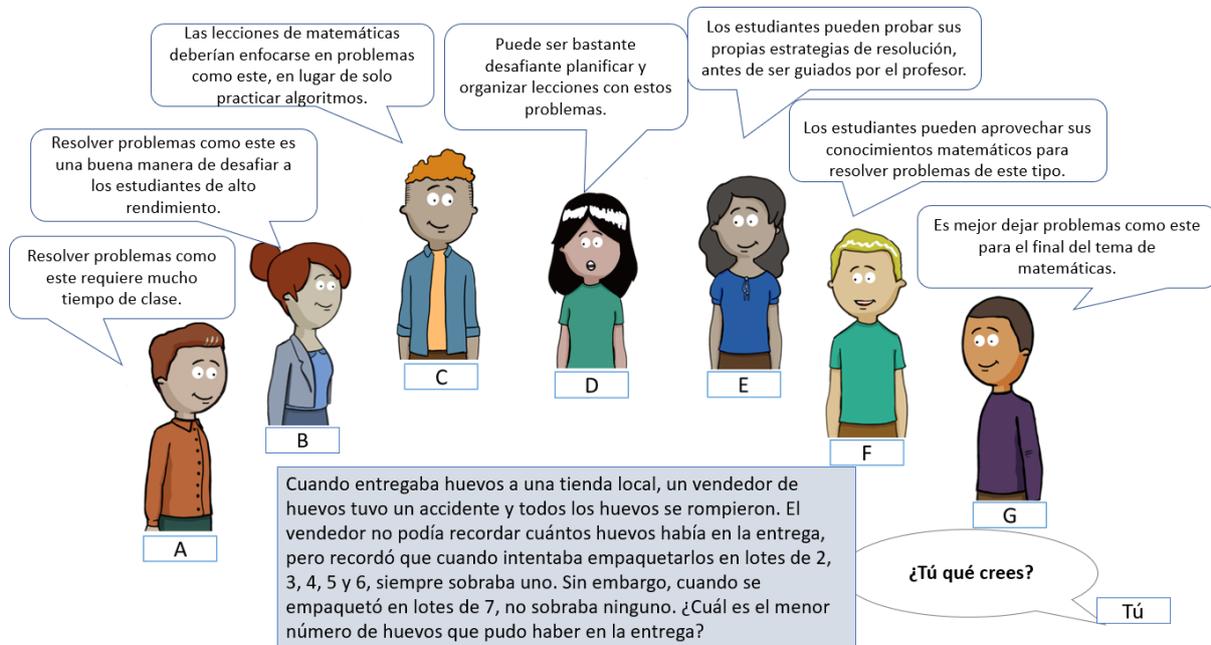
### “Viñeta del vendedor de huevos” (secundaria)

El propósito de las actividades de resolución de problemas se está discutiendo en su curso de formación de profesores. A la luz de esto, ¿puede resolver la siguiente tarea de resolución de problemas y luego responder las siguientes preguntas? **Hay espacio debajo del problema para su resolución, sin embargo, si prefiere puede hacer su trabajo en una hoja de papel separada.**

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

- ¿Qué **conocimientos matemáticos** usaste para resolver el problema?
- ¿Qué **estrategias** utilizaste para resolver el problema?
- Pensando en un curso específico, ¿cómo podrías modelar la solución del problema?

Observa la viñeta que muestra comentarios sobre la resolución de problemas por parte de varios maestros en formación (A-G). Indica en qué medida estás de acuerdo o en desacuerdo con cada uno de sus comentarios y proporciona una explicación sobre las creencias que guían tu decisión. Luego, haz un comentario basado en tus creencias sobre el propósito de la resolución de problemas.



Las lecciones de matemáticas deberían enfocarse en problemas como este, en lugar de solo practicar algoritmos.

Resolviendo problemas como este es una buena manera de desafiar a los estudiantes de alto rendimiento.

Resolviendo problemas como este requiere mucho tiempo de clase.

C

Puede ser bastante desafiante planificar y organizar lecciones con estos problemas.

D

Los estudiantes pueden probar sus propias estrategias de resolución, antes de ser guiados por el profesor.

E

Los estudiantes pueden aprovechar sus conocimientos matemáticos para resolver problemas de este tipo.

F

G

Es mejor dejar problemas como este para el final del tema de matemáticas.

¿Tú qué crees?

Tú

Cuando entregaba huevos a una tienda local, un vendedor de huevos tuvo un accidente y todos los huevos se rompieron. El vendedor no podía recordar cuántos huevos había en la entrega, pero recordó que cuando intentaba empaquetarlos en lotes de 2, 3, 4, 5 y 6, siempre sobraba uno. Sin embargo, cuando se empaquetó en lotes de 7, no sobraba ninguno. ¿Cuál es el menor número de huevos que pudo haber en la entrega?

## Referencias

Anderson, J., Sullivan, P., & White, P. (2004). The influence of perceived constraints on teachers' problem-solving beliefs and practices. In I. Putt, R. Faragher & M. McLean (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27 annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, pp. 39-46). Sydney: MERGA.

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: problem-solving, metacognition and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* pages 334-370. New York: Macmillan publishing Co.

Skilling, K. & Stylianides, G.J. (2020). Using vignettes in educational research: a framework for vignette construction, *International Journal of Research & Method in Education*, 43:5, 541-556. <https://doi.org/10.1080/1743727X.2019.1704243>

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: Free Press.

Stylianides, A.J., & Stylianides, G.J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. *The Journal of Mathematical Behavior*, Volume 33, pp. 8-29.



Para más información contactar con:

**Karen Skilling**, [karen.skilling@education.ox.ac.uk](mailto:karen.skilling@education.ox.ac.uk)